

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Заместитель директора

Ю.О. Соболев

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Математика и статистика для машинного обучения
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Науки о данных центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск"
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 22 всего, в том числе:

лекции: 2 час.

семинары: 20 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 203 час.

Всего часов: 225, всего зач. ед.: 5

Программу составил: К.А. Лапин, старший методист

Программа обсуждена на заседании центра дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" 01.03.2025

Аннотация

В рамках дисциплины «Математика и статистика для машинного обучения» студенты познакомятся с основными понятиями, фактами и методами теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, а также с их возможными приложениями для статистической обработки реальных данных.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- овладеть навыками теории вероятностей, линейной алгебры и математической статистики для решения профессиональных задач в области анализа данных.

Задачи дисциплины

- узнать основные понятия дискретной математики, теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, их основные результаты и математические методы анализа;
- научить студентов применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- дать навыки решения стандартных задач дискретной математики, теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, а также уметь применять основные аналитические инструменты для анализа вероятностных и статистических задач.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;
- математические методы анализа;
- фундаментальные понятия, законы, теории комбинаторики;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач комбинаторики.

уметь:

- применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- использовать методы статистического анализа для работы с большими данными в последующих дисциплинах;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- математическим аппаратом для анализа и решения задач;
- навыками решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики;
- основными аналитическими инструментами для анализа вероятностных и статистических задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.
--	---

№	Тема (раздел) дисциплины	Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Линейная алгебра		4		34
2	Комбинаторика и дискретная вероятность		4		34
3	Случайные величины		4		34
4	Основы математической статистики		4		34
5	Методы построения оценок и статистические гипотезы	2			34
6	Основы математического анализа		4		33
Итого часов		2	20		203
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		225 час., 5 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Линейная алгебра

Матрицы и системы уравнений. Векторные пространства: базис: отображения. Определители. Прямые суммы, инвариантные подпространства, диагонализация, нормальная форма оператора. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства и операторы на них.

2. Комбинаторика и дискретная вероятность

Комбинаторика. Вероятностное пространство. Условная вероятность, независимость и формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные теоремы.

3. Случайные величины

Случайная величина и распределение. Математическое ожидание и дисперсия. Независимость. Закон больших чисел. Случайные векторы. Ковариация и корреляция. Задача линейной регрессии.

4. Основы математической статистики

Постановка основной задачи статистики. Точечные оценки. Критерии качества оценок - 1. Критерии качества оценок - 2. Интервальные оценки. Эмпирическое распределение.

5. Методы построения оценок и статистические гипотезы

Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. Статистические гипотезы. Критерий Колмогорова. Статистические гипотезы. Критерий хи-квадрат.

6. Основы математического анализа

Функции. Производные 1 и 2 порядков. Экстремумы.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Занятия по учебной дисциплине проводятся с применением дистанционных образовательных технологий.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Комбинаторика и теория вероятностей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Райгородский .— Долгопрудный : Интеллект, 2013 .— 104 с.

Дополнительная литература

1. Математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Натан, О. Г. Горбачев, С. А. Гуз ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т .— Ксерокопия .— М : МФТИ, 2005 .— 225 с.
2. Дискретный анализ. Комбинаторика. Алгебра логики. Теория графов [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, О. С. Федько ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т .— М. : МФТИ, 2012 .— 248 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

mathnet.ru

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Яндекс.Диск

Zoom

Google Drive

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Науки о данных центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск"
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	К.А. Лапин, старший методист

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте

ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математика и статистика для машинного обучения» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;
- математические методы анализа;
- фундаментальные понятия, законы, теории комбинаторики;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач комбинаторики.

уметь:

- применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- использовать методы статистического анализа для работы с большими данными в последующих дисциплинах;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- математическим аппаратом для анализа и решения задач;
- навыками решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики;
- основными аналитическими инструментами для анализа вероятностных и статистических задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В начале занятия проводится опрос по материалам предыдущего занятия и задачи для совместного решения.

Примеры вопросов:

1. Что называют биномиальными коэффициентами? Как они отличаются от полиномиальных коэффициентов?
2. Приведите формулу включений-исключений с вариантами.
3. Дайте пример ряда чисел Фибоначчи.
4. Назовите виды графов.
5. В чем разница между комбинаторикой и теорией вероятностей?
6. Дайте определение вероятностному пространству.
7. Дайте определение дискретному вероятностному пространству.
8. Перечислите и прокомментируйте простейшие свойства вероятности.
9. Опишите классическую модель вероятностного пространства и дайте примеры.
10. Приведите формулы полной вероятности и формулу Байеса.
11. Что называют случайными величинами?
12. Приведите основные примеры дискретных распределений случайных величин.
13. Объясните независимость случайных величин. Математическое ожидание случайной величины и его основные свойства.
14. Дайте определение дисперсии случайной величины и ковариации двух случайных величин.
15. Что называют непрерывными случайными величинами?
16. Покажите арифметические операции над случайными величинами.

17. Дайте определение математическому ожиданию.
18. Дайте определения понятия и выборки.
19. Что называют доверительными интервалами?
20. Как проводят проверку статистических гипотез?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в формате дифференцированного зачета.

Темы для зачета:

1. Вероятностное пространство. Аксиомы Колмогорова. Теорема о непрерывности в "нуле" вероятностной меры.
2. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры
3. Независимость событий и систем событий. Пример Бернштейна. Лемма о достаточном условии независимости сигма-алгебр.
4. Случайные величины в дискретных вероятностных пространствах. Независимость случайных величин. Математическое ожидание случайной величины, его основные свойства. Дисперсия, ковариация и их свойства.
5. Случайные элементы, случайные величины и векторы. Достаточное условие измеримости отображения, следствия для случайных величин и векторов. Действия над случайными величинами.
6. Независимость произвольного набора случайных величин. Критерий независимости, теорема о независимости борелевских функций от непересекающихся наборов независимых случайных величин.
7. Математическое ожидание случайной величины (интеграл Лебега по вероятностной мере): определение для простых, неотрицательных и произвольных случайных величин. Проверка корректности определений.
8. Неравенство Колмогорова. Теорема о сходимости почти на верного ряда из случайных величин.
9. Характеристические функции вероятностных мер. функций распределения, случайных величин и векторов. Примеры. Основные свойства характеристических функций случайных величин.
10. Прямое произведение вероятностных пространств. Теорема Фубини (б/д). Совместное распределение конечного набора случайных величин. Свертка распределений.

Критерии оценивания

Оценка отлично (10 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (9 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (8 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо (7 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо (6 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо (5 баллов) - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно (4 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно (3 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно (2 балла) - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно (1 балл) - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

У обучающегося есть не более 60 минут на подготовку к ответу.