

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Начальник
учебно-методического отдела
Т.Ф. Артеменко**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Геометрия
по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики кафедра современной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 5

Программу составили:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры современной математики 02.09.2024

Аннотация

Современная математика немыслима без алгебраической, дифференциальной и других геометрий. Цель данного курса – ознакомить студентов с базовыми понятиями геометрии, которые понадобятся им при дальнейшем изучении более продвинутых геометрических дисциплин. Основное внимание уделяется проективной геометрии, сферической геометрии и геометрии Лобачевского. Курс доводится до выпуклой геометрии и теории групп, порожденных отражениями.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Формирование базовых знаний по геометрии для дальнейшего использования в других математических дисциплинах; формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области геометрии;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении методов геометрии в других математических дисциплинах.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Знать основные понятия евклидовой, сферической и гиперболической геометрий.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с геометрическими объектами.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Проективная геометрия.	4	4		9
2	Конические сечения.	2	2		9
3	Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.	2	2		9
4	Классификация движений плоскости и пространства.	2	2		9
5	Сферическая геометрия.	2	2		8
6	Геометрия Лобачевского.	6	6		12
7	Эрлагенская программа Ф. Клейна.	4	4		9
8	Многомерная геометрия.	2	2		8
9	Выпуклая геометрия.	4	4		9
10	Группы, порожденные отражениями	2	2		8
Итого часов		30	30		90
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 5 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Проективная геометрия.

Двойное отношение.

Гармонические четверки точек.

Дробно-линейные преобразования прямой.

Проективная прямая и проективная плоскость.

Проективные преобразования

2. Конические сечения.

Эллипс, парабола, гипербола.

Фокальные свойства.

Полярное соответствие.

Двойственность

3. Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.

Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости.

Инверсия.

Стереографическая проекция

4. Классификация движений плоскости и пространства.

Описание вращений с помощью кватернионов.

Правильные многогранники.

Символ Шлефли

5. Сферическая геометрия.

Сумма углов сферического треугольника.

Полярный треугольник.

Сферическая тригонометрия

6. Геометрия Лобачевского.

Модели Клейна и Пуанкаре геометрии Лобачевского.

Гиперболическая элементарная геометрия.

Движения в геометрии Лобачевского. Три типа собственных движений.

Окружность, орицикл, эквидистанта.

Пространство Лобачевского.

Группа движений трехмерного пространства Лобачевского

7. Эрлагенская программа Ф. Клейна.

Принцип Кэли.

Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана как части проективной геометрии.

Комплексное проективное пространство.

Формула Лагерра

8. Многомерная геометрия.

Определители и объемы.

Симплексы.

Правильные многогранники

9. Выпуклая геометрия.

Выпуклые фигуры, опорные подпространства, грани и крайние точки.

Выпуклые многогранники и выпуклые полиэдральные конусы.

Теоремы Хана-Банаха и Крейна-Мильмана

10. Группы, порожденные отражениями

Группы, порожденные отражениями.

Системы корней, положительные корни, камеры Вейля.

Группы Кокстера

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Геометрия [Текст] : [учебник для вузов] / В. В. Прасолов, В. М. Тихомиров .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во МЦНМО, 2007 .— 328 с.

Дополнительная литература

1. Высшая геометрия [Текст] : учеб. пособие для вузов: доп.М-вом образования РСФСР / Н. В. Ефимов .— 4-е изд.,испр.и доп. — М. : Физматгиз, 1961 .— 580 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://old.mccme.ru/iium/courses.php>

<https://library.mccme.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Математика
профиль подготовки: Фундаментальная математика
Высшая школа современной математики
кафедра современной математики
курс: 1
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчики:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Геометрия» обучающийся должен:

знать:

Знать основные понятия евклидовой, сферической и гиперболической геометрий.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с геометрическими объектами.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Геометрия» осуществляется в форме зачета и экзамена. Экзамен проводится в устной форме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Проективная геометрия. Двойное отношение. Гармонические четверки точек. Дробно-линейные преобразования прямой. Проективная прямая и проективная плоскость. Проективные преобразования
2. Конические сечения. Фокальные свойства. Полярное соответствие. Двойственность
3. Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости. Инверсия. Стереографическая проекция
4. Классификация движений плоскости и пространства. Описание вращений с помощью кватернионов. Правильные многогранники. Символ Шлефли
5. Сферическая геометрия. Сумма углов сферического треугольника. Полярный треугольник. Сферическая тригонометрия
6. Модели Клейна и Пуанкаре геометрии Лобачевского. Гиперболическая элементарная геометрия
7. Движения в геометрии Лобачевского. Три типа собственных движений. Окружность, орицикл, эквидистанта
8. Пространство Лобачевского. Группа движений трехмерного пространства Лобачевского
9. Эрлагенская программа. Принцип Кэли. Геометрии Евклида, Лобачевского и Римана как части проективной геометрии. Комплексное проективное пространство. Формула Лагерра
10. Многомерная геометрия. Определители и объемы. Симплексы. Правильные многогранники
11. Выпуклая геометрия. Выпуклые фигуры, опорные подпространства, грани и крайние точки. Выпуклые многогранники и выпуклые полиэдральные конусы. Теоремы Хана-Банаха и Крейна-Мильмана
12. Группы, порожденные отражениями. Системы корней, положительные корни, камеры Вейля. Группы Кокстера

Пример экзаменационного билета:

- 1) Сумма углов сферического треугольника.
- 2) Теорема Хана-Банаха

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;

- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины.

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена и зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.