

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория игр. Часть 1
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Современная комбинаторика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.В. Савватеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 30.01.2025

Аннотация

В математике игрой называется стратегическое взаимодействие сторон — например, людей, животных, фирм, стран. Теория игр занимается тем, что пытается предсказать исход подобного взаимодействия. Задача теории игр — найти такую стратегию, которая позволит игроку достичь наилучшего результата. При этом нужно учитывать, что исход игры зависит не только от действий самого игрока, но и от действий его оппонентов. Основной подход к «решению» игр предложил американский математик Джон Нэш, получивший в 1994 году Нобелевскую премию по экономике. В этом курсе мы с вами изучим основные понятия теории игр, поиграем в игры и рассмотрим задачи из разных областей знаний (экономика, биология, политология), которые теория игр помогает решить.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов

УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологий и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Доминируемые стратегии	2	2		10
2	Равновесие Нэша	2	2		10
3	Динамическая теория игр	2	2		10
4	Динамическая теория игр со случайными ходами	2	2		10
5	Равновесие дискретного отклика	3	3		10
6	Кооперативная теория игр: ядро	4	4		10
Итого часов		15	15		60
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Введение. Доминируемые стратегии

Представление лектора

Игра в мафию

Дуэль трёх лиц

Классическая дилемма заключённых

Игра в нормальной форме, доминирующие стратегии

Игра "Гарвард", доминируемые стратегии

2. Равновесие Нэша

Равновесие Нэша, итеративное доминирование

Упражнение: результат итеративного доминирования - равновесие

Обсуждение итеративного доминирования

Игра "Угадай число": формулировка

Игра "Угадай число": решение

Представление семинариста

Игра в матричной форме. Часть 1

Игра в матричной форме. Часть 2

Игра "Жадина"

Игра "Экзамен"

Игра "Экзамен": равновесия

3. Динамическая теория игр

Динамическая игра с совершенной информацией: общее описание

Динамическая игра с совершенной информацией: понятие решения

Бинарные игры

Детские игры про камни

Игра "Гексагон" ("Земля-вода")

Игра "Камушки-5"

4. Динамическая теория игр со случайными ходами

Учёт случайности. Игра "Русская рулетка"

Игра "Русская рулетка" - решение

Игры "Ультиматум" и "Сороконожка"

"Сороконожка": решение

"Сороконожка": моделирование неполной информации

Игра "Последовательный торг"

5. Равновесие дискретного отклика

Равновесие дискретного отклика: определение на примере игры "Сороконожка"

Равновесие дискретного отклика: применение в игре "Сороконожка"

Равновесие дискретного отклика: общее определение

Равновесие дискретного отклика: одна теорема и игра "Ультиматум"

РДО: Дилемма заключённых

РДО: Координация

6. Кооперативная теория игр: ядро

Кооперативная теория игр: "Подземные музыканты"

Кооперативная игра с побочными платежами

Ядро кооперативной игры

Пример игры с пустым ядром: "Месторождение золота"

Продавцы и покупатели. Часть 1

Продавцы и покупатели. Часть 2

Домики в деревне. Часть 1

Домики в деревне. Часть 2

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Лекции по теории игр и экономическому моделированию [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. С. Миньшиков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.
2. Теория игр [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования РФ / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина .— М. : Высшая школа, 1998 .— 304 с.

Дополнительная литература

1. Оптимальность в играх и решениях [Текст]/Э. Й. Вилкас, -М., Наука, 1990

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Современная комбинаторика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	А.В. Савватеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений

УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.2 Имеет практически опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологии и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория игр. Часть 1» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры типовых контрольных вопросов:

1. Игры с нулевой суммой. Седловая точка.
2. Определение игры в нормальной форме: стратегия, игрок, полезность.
3. Определение смешанной стратегии.
4. Развернутая форма игры.
5. Примеры игр.
6. Дана матрица статической игры. Последовательно исключите доминируемые стратегии, а затем решите оставшуюся игру $2 \times N$.
7. Найдите все равновесия в игре, похожей на камень-ножницы-бумагу, с заданным количеством фигур и правилами игры фигур, бьющих друг друга.
8. 50 пиратов, упорядоченных по рангу, делят большое сокровище следующим образом. Капитан предлагает дивизию. Если хотя бы половина экипажа (включая капитана) согласна, применяется разделение. В противном случае капитана выбрасывают за борт, а пират, занимающий второе место, предлагает дивизию и так далее. Формализуйте ситуацию как динамическую игру и найдите идеальное равновесие по Нэшу в подигре.
9. Найдите ядро и значение Шепли в какой-нибудь совместной игре.
10. Коллективная ответственность. Задача о коллективной ответственности.
11. Монополистическая конкуренция, пространственные модели. Модель Хотеллинга.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень вопросов к дифференцированному зачету:

1. Определение игры в нормальной форме: стратегия, игрок, полезность. Равновесие Нэша в чистых стратегиях. Примеры. Дилемма заключенного. Игра "камень-ножницы-бумага".
2. Определение смешанной стратегии. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях.
3. Теорема Брауэра. Лемма Шпернера. Теорема Какутани. Теорема Нэша о существовании равновесия в смешанных стратегиях.
4. Доминируемые стратегии. Последовательное исключение сильно доминируемых стратегий. Минимакс и максимин. Игры с нулевой суммой. Седловая точка.
5. Развернутая форма игры. Эквивалентность с нормальной формой. Равновесия, совершенные на подыграх. Примеры.
6. Слабое и сильное секвенциальные равновесия Нэша. Веры игроков.
7. Введение в теорию кооперативных игр. Понятие равновесия. Понятие ядра. Вектор Шепли.
8. Динамические игры. Конечные и бесконечные повторяющиеся игры. Бесконечная дилемма заключенного. Принцип однократного отклонения. Народная теорема. Дуэли. Одновременные трузли.
9. Дана матрица статической игры. Последовательно исключите доминируемые стратегии, а затем решите оставшуюся игру $2 \times N$.
10. Найдите все равновесия в игре, похожей на камень-ножницы-бумагу, с заданным количеством фигур и правилами игры фигур, бьющих друг друга.
11. 50 пиратов, упорядоченных по рангу, делят большое сокровище следующим образом. Капитан предлагает дивизию. Если хотя бы половина экипажа (включая капитана) согласна, применяется разделение. В противном случае капитана выбрасывают за борт, а пират, занимающий второе место, предлагает дивизию и так далее. Формализуйте ситуацию как динамическую игру и найдите идеальное равновесие по Нэшу в подигре.
12. Найдите ядро и значение Шепли в какой-нибудь совместной игре.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета и экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.