

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Выпуклая оптимизация
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Современная комбинаторика
	центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск"
	кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: И.М. Митричева, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 06.03.2023

## Аннотация

Курс посвящён теоретическим и прикладным аспектам решения задач выпуклой оптимизации. Такие задачи возникают в многочисленных приложениях, часть из которых рассматривается на занятиях. Курс состоит из двух частей. В первой части курса изучаются основные понятия выпуклого анализа, условия оптимальности и даётся введение в теорию двойственности. Основными объектами изучения являются выпуклые множества, выпуклые функции и конусы. Вторая часть курса посвящена численным методам решения задач выпуклой оптимизации как безусловных, так и условных. Проводится анализ эффективности рассматриваемых алгоритмов с точки зрения получения теоретических оценок сходимости и скорости решения конкретных классов задач выпуклой оптимизации. Также демонстрируется использование аппарата выпуклой оптимизации для вычисления приближённых решений задач дискретной оптимизации.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение выпуклой оптимизации.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области выпуклой оптимизации;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области выпуклой оптимизации;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических ис-следований в области выпуклой оптимизации.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории выпуклой оптимизации;
- современные проблемы соответствующих разделов выпуклой оптимизации;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач выпуклой оптимизации.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач выпуклой оптимизации;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);
- самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов выпуклой оптимизации;
- предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Анализ сходимости	7	7		
2	Выпуклые множества.	5	5		
3	Методы локализации.	5	5		
4	Проксимальный оператор	8	8		15
5	Субградиент.	5	5		15
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

###### 1. Анализ сходимости

Метод Ньютона в задаче с ограничениями типа равенства.

###### 2. Выпуклые множества.

Аффинные множества. Выпуклые функции.

###### 3. Методы локализации.

Метод отсекающих гиперплоскостей.

#### 4. Проксимальный оператор

Проксимальные алгоритмы: минимизация, градиентный метод, ускоренный градиентный метод, метод множителей с выбором направлений.

#### 5. Субградиент.

Субградиентные методы.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория.

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Введение в выпуклую оптимизацию [Текст], [монография]/Ю. Е. Нестеров, -М., МЦНМО, 2010
2. Основы методов оптимизации [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стереотип. — СПб. : Лань, 2016. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — Электрон. версия печ. публикации. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).
3. Методы оптимизации [Текст]. Ч. 1. Введение в выпуклый анализ и теорию оптимизации : учеб. пособие для вузов / В. Г. Жадан ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). — М. : МФТИ, 2014. — 271 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 267-270. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0514-8. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

#### Дополнительная литература

1. Методы оптимизации. Численные алгоритмы поиска экстремума [Текст] / Т. Н. Данильченко, Ю. П. Иванилов - М.МФТИ, 1991

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>  
<http://web.stanford.edu/class/ee364b/lectures.html>

### 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций. В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Современная комбинаторика  
центр дополнительного, дополнительного профессионального и  
онлайн-образования "Пуск"  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** И.М. Митричева, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Выпуклая оптимизация» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории выпуклой оптимизации;
- современные проблемы соответствующих разделов выпуклой оптимизации;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач выпуклой оптимизации.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач выпуклой оптимизации;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);
- самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов выпуклой оптимизации;
- предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры домашних заданий:

1. Численно сравните скорость сходимости градиентного спуска для квадратичной целевой функции с положительно определённой матрицей с теоретической оценкой
2. Приведите пример задачи выпуклой оптимизации, для которой нарушается условие Слейтера

3. Получите выражение для величины шага в наискорейшем градиентном спуске для выпуклой квадратичной целевой функции.

Примеры заданий для контрольной работы:

1. Что такое выпуклая функция?
2. Напишите условия Каруша-Куна-Таккера для задачи выпуклой оптимизации
3. Что такое зазор двойственный?
4. Что такое сильная двойственность?
5. Какая скорость сходимости градиентного спуска для сильно выпуклой функции?
6. Какова сложность одной итерации в методе BFGS?
7. Что такое проксимальный градиентный метод и для каких задач его целесообразно использовать?

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Выпуклые множества. Операции, сохраняющие выпуклость.
2. Субградиент. Субградиентные методы.
3. Прямо - двойственный субградиентный метод.
4. Метод Ньютона в задаче с ограничениями типа равенства. Анализ сходимости. Обобщение метода Ньютона на случай старта из недопустимой точки.
5. Методы внутренней точки. Метод барьерных функций. Логарифмическая барьерная функция.
6. Самосогласованные функции. Анализ сложности метода барьерных функций через самосогласованные функции.
7. Прямо-двойственные методы внутренней точки.
8. Метод отсекающих гиперплоскостей.
9. Метод аналитических центров. Метод эллипсоидов.
10. Декомпозиция и параллельное программирование в алгоритмах выпуклой оптимизации. Прямая и двойственная декомпозиция.
11. Проксимальный оператор. Примеры проксимальных алгоритмов.

#### **Критерии оценивания**

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.