

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Методы матричного спектрального анализа
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике
курс:	2
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Ю.М. Нечепуренко, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике 15.03.2024

Аннотация

Курс “Методы матричного спектрального анализа” посвящен обоснованию, вычислению и интерпретации матричных спектральных разложений, ориентированных на анализ и редукцию систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе, возникающих в результате пространственной аппроксимации уравнений в частных производных. Наряду с достаточно подробным и математически строгим изложением теории, обсуждаются тонкости вычислительных алгоритмов и вопросы грамотного использования стандартного численного программного обеспечения.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- освоение студентами основных идей и методов матричного спектрального анализа и их применения в задачах численного исследования устойчивости нестационарных физических, технических и биологических систем.

Задачи дисциплины

- формирование базовых знаний в области матричного спектрального анализа;
- формирование навыков использования методов матричного спектрального анализа для исследования устойчивости нестационарных систем;
- формирование базовых знаний о стандартном численном программном обеспечении для этой области.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия матричного спектрального анализа;
- методы построения спектральных разложений;
- методы построения спектральных портретов;
- методы исследования чувствительности разложений к возмущению начальных данных;
- методы оценки остаточного члена для частичных разложений;
- методы исследования практической устойчивости на основе квадратичных функций Ляпунова;
- методы получения оценок максимальной амплификации возмущений и других характеристик устойчивости;
- основные составляющие технологии матриц общего вида;
- основные составляющие технологии разреженных матриц.

уметь:

- эффективно использовать на практике методы матричного спектрального анализа для анализа нестационарных систем;
- представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- работать в построении современных математических моделей.

владеть:

- математическим моделированием и анализом физических задач;
- научной картиной мира;
- навыками программирования.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Функции от матриц Ряд по собственным и присоединенным векторам Ряд по инвариантным подпространствам		6		15
2	Блочная диагонализация на основе разложения Шура Проекторы и их представления Проектор Рисса		8		15

3	Сингулярные функции Псевдоспектры Структурированные псевдоспектры Критерии качества дихотомии замкнутым контуром		8		15
4	Хаусдорфово множество Уравнения Ляпунова Оценки на основе уравнений Ляпунова		8		15
Итого часов			30		60
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Функции от матриц Ряд по собственным и присоединенным векторам Ряд по инвариантным подпространствам

Определение функции от матрицы через степенной ряд, матричная экспонента, основные свойства функции от матрицы, разложение Жордана, нормальная жорданова форма, определение функции от матрицы через разложение Жордана.

Ряд по собственным и присоединенным векторам, ведущие собственные значения, переходный период, быстрая компонента, жесткая система, максимальная амплификация нормы решения.

Ряд по инвариантным подпространствам, частичный ряд по инвариантным подпространствам, сопряженное инвариантное подпространство, минимальный и максимальный углы между подпространствами.

2. Блочная диагонализация на основе разложения Шура Проекторы и их представления Проектор Рисса

Разложение Шура, уравнение Сильвестра, блочная диагонализация на основе решений уравнений

Сильвестра, блочная диагонализация без решений уравнений Сильвестра, быстрое вычисление минимальных углов между инвариантными подпространствами, отделенность двух матриц.

Проектор, ортопроектор, норма проектора, расстояние между подпространствами, спектральный проектор.

Резольвента, проектор Рисса, дихотомия спектра матрицы, функции от матрицы, бескоординатная запись ряда по инвариантным подпространствам.

3. Сингулярные функции Псевдоспектры Структурированные псевдоспектры Критерии качества дихотомии замкнутым контуром

k -я сингулярная функция, инвариантные множители, форма Смита, вещественная аналитичность, субгармоничность.

Псевдоспектр, спектральные пятна, спектральный портрет, вычисление минимального сингулярного числа.

Структурированный псевдоспектр, теорема о связи структурированного псевдоспектра с нормой структурированной резольвенты, регулярно структурированный псевдоспектр.

Интегральные критерии качества дихотомии, одномерные спектральные портреты, теоремы непрерывности, оценка остаточного члена ряда по инвариантным подпространствам.

4. Хаусдорфово множество Уравнения Ляпунова Оценки на основе уравнений Ляпунова

Основные свойства хаусдорфова множества, теорема Хаусдорфа, расстояние между множествами, секториальный оператор и свойства его хаусдорфова множества.

Уравнения Ляпунова, свойства их решений, интегральные представления решений, обобщенные уравнения Ляпунова, свойства решений, интегральные представления решений, методы решения уравнений Ляпунова.

Оценка нормы матричной экспоненты на основе уравнения Ляпунова со сдвигом, оптимизация константы, , связь с квадратичными функциями Ляпунова, оценка нормы матрицы Грина, на основе обобщенного уравнения Ляпунова, оптимизация константы, полуограниченные операторы.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Аудитория с доской и проектором.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. С. К. Годунов Лекции по современным аспектам линейной алгебры [Текст]; Ин-т математики им. С. Л. Соболева СО РАН .— Научное изд. — Новосибирск : Научная книга, 2002 .— 216 с. : ил. — (Университетская серия. Том 12). - Библиогр.: с. 193-200. - Предм. указ.: с. 200-202) .
2. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун Матричные вычисления Matrix Computations : [учеб. пособие для вузов]; пер. с англ. Ю. М. Нечепуренко и др. ; под ред. В. В. Воеводина .— М. : Мир, 1999 .— 548 с. - Предм. указ. : с. 536-546. - 5000 экз. - ISBN 5-03-002406-9 (в пер.).

Дополнительная литература

1. Годунов С.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. - Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1994.
2. Годунов С.К. Современные аспекты линейной алгебры. - Новосибирск: Научная Книга, 1997.
3. 6. Нечепуренко Ю.М. Метод сингулярной функции для проблем собственных значений. - М.: ИВМ РАН, 1994.
4. 7. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. - М.: Наука, 1970.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программное обеспечение и информационные технологии не требуются.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, алгоритмы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

– чтение и конспектирование рекомендованной литературы,

– проработку учебного материала (по учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;

– подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике
курс:	<u>2</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	Ю.М. Нечепуренко, д-р физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Методы матричного спектрального анализа» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия матричного спектрального анализа;
- методы построения спектральных разложений;
- методы построения спектральных портретов;
- методы исследования чувствительности разложений к возмущению начальных данных;
- методы оценки остаточного члена для частичных разложений;
- методы исследования практической устойчивости на основе квадратичных функций Ляпунова;
- методы получения оценок максимальной амплификации возмущений и других характеристик устойчивости;
- основные составляющие технологии матриц общего вида;
- основные составляющие технологии разреженных матриц.

уметь:

- эффективно использовать на практике методы матричного спектрального анализа для анализа нестационарных систем;
- представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- работать в построении современных математических моделей.

владеть:

- математическим моделированием и анализом физических задач;
- научной картиной мира;
- навыками программирования.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Форма Шура. Жорданова форма. Сингулярное разложение.
2. Ряд по собственным и присоединенным векторам.
3. Ряд по инвариантным подпространствам.
4. Проекторы и их представления.
5. Проектор Рисса. Функции от матриц.
6. Спектральный портрет. Норма резольвенты.
7. Сингулярные функции.
8. Интегральный критерий качества дихотомии ограниченным контуром.
9. Круговая дихотомия. Дискретное уравнение Ляпунова.
10. Хаусдорфово множество.
11. Уравнение Ляпунова. Квадратичная функция Ляпунова.
12. Оценка нормы матричной экспоненты.
13. Обобщенное уравнение Ляпунова.
14. Оценка нормы матрицы Грина.
15. Линейная дихотомия. Спектральный анализ параболических уравнений.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачёта обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой.

Дифференцированный зачёт может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.