

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Дополнительные главы аналитической механики
<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математического моделирования и прикладной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: С.П. Трофимов, канд. физ.-мат. наук, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры математического моделирования и прикладной математики  
01.04.2024

## Аннотация

В ходе изучения курса "Дополнительные главы аналитической механики" студенты изучают фундаментальные понятия и законы в области гамильтоновой механики и классической теории возмущений, геометрическую интерпретацию основных понятий и законов гамильтоновой механики и знакомятся с базовыми сведениями о КАМ-теории и теории возмущений Хори-Депри.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- ознакомление студентов с современным геометрическим подходом к задачам аналитической механики и теории возмущений.

#### Задачи дисциплины

- приобретение углубленных знаний в области гамильтоновой механики и классической теории возмущений;
- освоение геометрических методов гамильтоновой механики как механики на симплектических многообразиях;
- знакомство с основами КАМ-теории и теории возмущений Хори-Депри.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке

проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности

ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой

ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия и законы в области гамильтоновой механики и классической теории возмущений;
- качественную геометрическую интерпретацию основных понятий и законов гамильтоновой механики;
- базовые сведения о КАМ-теории и теории возмущений Хори-Депри.

уметь:

- выводить с достаточной степенью строгости основные теоретические результаты гамильтоновой механики;
- визуализировать динамику гамильтоновой системы с помощью различных геометрических методов и техник;
- правильно и эффективно применять математические методы теории возмущений в прикладных задачах механики.

владеть:

- техникой представления движения возмущенной гамильтоновой системы в виде формальных асимптотических рядов;
- навыками численного моделирования механических систем с использованием программных средств MATLAB®;
- культурой поиска и обработки актуальной научной информации (статей, книг) на русском и английском языках в сети Интернет.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Классическая теория возмущений Пуанкаре-фон Цайпеля-Брауэра.	6			20
2	Математические основы гамильтоновой механики.	8			10
3	Основы теории возмущений Хори-Депри.	6			10
4	Основы теории Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ).	6			10
5	От лагранжева формализма к гамильтоновой механике.	4			10
Итого часов		30			60
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Классическая теория возмущений Пуанкаре-фон Цайпеля-Брауэра.

Теория возмущений Пуанкаре для невырожденных систем. Разложение в формальные ряды. Метод Линдштедта-Пуанкаре. Метод разделения временных масштабов (мультимасштабный анализ).

Вырожденные системы. Проблема малых знаменателей. Теория фон Цайпеля-Брауэра. Осреднение. Вековые, долгопериодические, короткопериодические члены.

##### 2. Математические основы гамильтоновой механики.

Дифференцируемые (гладкие) многообразия. Касательное пространство. Касательное расслоение. Дифференциальные  $k$ -формы. Симплектические многообразия. Алгебра Ли. Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Теорема Пуанкаре о возвращении. Отображение Пуанкаре. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Теорема Громова о несжимаемости.

Интегрируемые системы. Теорема Лиувилля-Арнольда об интегрируемых системах. Условно периодические траектории. Резонансные и нерезонансные частоты. Инвариантные торы. Переменные действие-угол. Теорема о среднем. Метод Биркгофа нормализации гамильтонианов.

##### 3. Основы теории возмущений Хори-Депри.

Группы Ли. Инфинитезимальные канонические преобразования. Производные Ли. Ряды Ли. Обратные преобразования Ли. Рекурсивная формула Депри.

Ряды Ли в переменных действие-угол. Пертурбационные уравнения Хори. Вычисление членов высших порядков. Сравнение теории Хори-Депри с теорией Пуанкаре-фон Цайпеля-Брауэра.

##### 4. Основы теории Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ).

Проблема сходимости формальных рядов. Сохранение условно периодических движений при малом возмущении невырожденной системы. Теорема Колмогорова и ее расширение на случай вырожденных систем. Разрушение резонансных инвариантных торов невозмущенной задачи. Диффузия Арнольда. Оценка сверху для скорости диффузии (оценка Нехорошева).

##### 5. От лагранжева формализма к гамильтоновой механике.

Обобщенные координаты и скорости. Классификация механических связей. Голономные связи. Уравнения Эйлера-Лагранжа для голономных систем. Лагранжиан.

Принцип наименьшего действия Гамильтона. Преобразование Лежандра. Обобщенные импульсы. Канонические уравнения Гамильтона. Первые интегралы. Скобки Пуассона. Канонические преобразования. Производящая функция. Уравнение Гамильтона-Якоби.

#### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, маркерная доска, связь с Интернетом).

#### 6.Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. Изд. 5-е, стер. – М.: УРСС, 2003. Электронная версия книги доступна для личного пользования студентами в ИПМ РАН.
2. Трещев Д.В. Гамильтонова механика. Сер. «Лекционные курсы НОЦ», вып. 4. – М.: МИАН, 2006. Электронная версия книги доступна по ссылке <http://www.mi.ras.ru/noc/lectures/04tresh.pdf>
3. Sylvio Ferraz-Mello, Canonical Perturbation Theories. Degenerate Systems and Resonance, Astro-physics and Space Science Library, Vol. 345, Springer, 2007. Электронная версия книги доступна для личного пользования студентами в ИПМ РАН.

#### Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. 4-е. – М.: Изд-во МЦНМО, 2012. Электронная версия книги доступна для личного пользования студентами в ИПМ РАН.
2. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Изд-во МГУ, 2000. Электронная версия книги доступна для личного пользования студентами в ИПМ РАН.
3. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 3-е, перераб. – М.: Физматлит, 2008.

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

[www.keldysh.ru](http://www.keldysh.ru)

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программное обеспечение и информационные технологии не требуются.

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математического моделирования и прикладной математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** С.П. Трофимов, канд. физ.-мат. наук, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы аналитической механики» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия и законы в области гамильтоновой механики и классической теории возмущений;
- качественную геометрическую интерпретацию основных понятий и законов гамильтоновой механики;
- базовые сведения о КАМ-теории и теории возмущений Хори-Депри.

### уметь:

- выводить с достаточной степенью строгости основные теоретические результаты гамильтоновой механики;
- визуализировать динамику гамильтоновой системы с помощью различных геометрических методов и техник;
- правильно и эффективно применять математические методы теории возмущений в прикладных задачах механики.

**владеть:**

- техникой представления движения возмущенной гамильтоновой системы в виде формальных асимптотических рядов;
- навыками численного моделирования механических систем с использованием программных средств MATLAB®;
- культурой поиска и обработки актуальной научной информации (статей, книг) на русском и английском языках в сети Интернет.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Вопросы к дифференцированному зачёту:

1. Голономные связи. Уравнения Эйлера-Лагранжа для голономных систем.
2. Преобразование Лежандра. Канонические уравнения Гамильтона. Первые интегралы.
3. Канонические преобразования. Производящая функция. Уравнение Гамильтона-Якоби.
4. Дифференциальные k-формы. Симплектические многообразия. Алгебра Ли.
5. Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Теорема Громова о несжимаемости.
6. Теорема Пуанкаре о возвращении. Отображение Пуанкаре.
7. Интегральный инварианты: Пуанкаре-Картана, универсальный инвариант Пуанкаре.
8. Теорема Лиувилля-Арнольда об интегрируемых системах. Инвариантные торы. Резонанс.
9. Переменные действие-угол. Теорема о среднем. Нормальные формы Биркгофа.
10. Теория Пуанкаре. Разложение в формальные ряды. Метод Линдштедта-Пуанкаре.
11. Метод разделения временных масштабов (мультимасштабный анализ).
12. Проблема малых знаменателей. Теория фон Цайпеля-Брауэра. Осреднение.
13. Проблема сходимости формальных рядов. Теорема Колмогорова-Арнольда.
14. Разрушение резонансных инвариантных торов. Диффузия Арнольда. Оценка Нехорошева.
15. Группы Ли. Инфинитезимальные канонические преобразования. Производные Ли. Ряды Ли.
16. Теория Хори-Депри. Ряды Ли в переменных действие-угол. Пертурбационные уравнения.

#### **Критерии оценивания**

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.



Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачёта обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачёт проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.