

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

Рабочая программа дисциплины (модуля)

по дисциплине:	Введение в теорию характеров линейных представлений конечных групп
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра методов современной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: С.Л. Кузнецов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры методов современной математики 30.05.2022

Аннотация

Курса знакомит слушателей с теорией характеров обыкновенных представлений конечных групп и ее применением для изучения строения конечных групп. Планируется обсудить помимо классических аспектов теории характеров (соотношения ортогональности, индуцирование характеров, закон взаимности Фробениуса, число неприводимых комплексных характеров конечной группы, и т.п.), теорему Бернсайда о разрешимости групп порядка $p^a q^b$, теорему Фробениуса о группах Фробениуса, характеризацию Брауэра кольца обобщенных комплексных характеров и, как следствие, теорему Брауэра о реализуемости неприводимых комплексных представлений конечной группы порядка p в p -круговом расширении поля рациональных чисел. Будет дан экскурс в теорию индекса Шура комплексных характеров, а также дана оценка полей разложения конечных групп на основе теоремы Голдшмидта-Айзекса.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Познакомить слушателей с теорией характеров обыкновенных представлений конечных групп и ее применением для изучения строения конечных групп.

Задачи дисциплины

Развить навыки практического применения элементов и методов теории характеров обыкновенных представлений конечных групп.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

основные результаты теории характеров линейных представлений, а также их доказательства и применение.

уметь:

проверять правильность математических рассуждений и самостоятельно решать задачи по изучаемому предмету.

владеть:

- методами оперирования с характерами представлений, самостоятельно проводить математические рассуждения и решать задачи по изучаемому предмету;
- навыками самостоятельной научно-исследовательской работы, в частности, поиска информации в научной литературе по конкретной теме исследования и смежным областям, ее обработки и анализа;
- аппаратом теории мартингалов и теории стохастических дифференциальных уравнений при изучении свойств случайных процессов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Обзор стандартных фактов теории обыкновенных представлений	4	4		4
2	Унитарные представления	4	4		4
3	Первое и второе соотношение ортогональности на комплексных непроводимых характерах конечной группы	4	4		4

4	Количество неприводимых представлений	4	4		4
5	Теорема Бернсайда	4	4		4
6	Брауэрова характеристика обобщённых характеров	5	5		5
7	Группы Фробениуса, теорема Фробениуса	5	5		5
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Обзор стандартных фактов теории обыкновенных представлений

Гомоморфизм представлений, лемма Шура, теорема Маке.

2. Унитарные представления

Матричная формулировка леммы Шура, скалярное произведение на пространстве центральных комплекснозначных функций конечной группы.

3. Первое и второе соотношение ортогональности на комплексных неприводимых характерах конечной группы

Свойства ортогональности характеров, делимость степеней производимых характеров, порядков групп.

4. Количество неприводимых представлений

Количество неприводимых представлений (лемма, предложение, теорема), размерности неприводимых представлений

5. Теорема Бернсайда

Известная теорема Бернсайда о разрешимости конечных групп доказывается с помощью теории характеров. Лемма Бернсайда.

6. Брауэрова характеристика обобщённых характеров

Определение брауэровой группы, теорема Брауэра, доказательство.

7. Группы Фробениуса, теорема Фробениуса

Определение группы. Теорема Фробениуса (доказательство).

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Теория представлений конечных групп [Текст]=The representation theory of finite groups/У. Фейт, -М., Наука, 1990
2. Основы теории групп [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков .— 4-е изд., перераб. — М. : Наука ; Физматлит, 1996 .— 288 с.
3. Теория групп и ее приложения к квантовомеханической теории атомных спектров [Текст], [монография]/Е. Вигнер , -М., Изд. иностр. лит., 1961

Дополнительная литература

1. Классическое введение в современную теорию чисел [Текст] , A classical introduction to modern number theory/К. Айерлэнд, М. Роузен , -М., Мир, 1987

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://arxiv.org>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрено.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента в соответствии с данными в рабочей программе.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- при необходимости подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, дифференцированному зачёту.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра методов современной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: С.Л. Кузнецов, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в теорию характеров линейных представлений конечных групп» обучающийся должен:

знать:

основные результаты теории характеров линейных представлений, а также их доказательства и применение.

уметь:

проверять правильность математических рассуждений и самостоятельно решать задачи по изучаемому предмету.

владеть:

- методами оперирования с характерами представлений, самостоятельно проводить математические рассуждения и решать задачи по изучаемому предмету;
- навыками самостоятельной научно-исследовательской работы, в частности, поиска информации в научной литературе по конкретной теме исследования и смежным областям, ее обработки и анализа;
- аппаратом теории мартингалов и теории стохастических дифференциальных уравнений при изучении свойств случайных процессов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Найти все неприводимые комплексные представления группы диэдра D_n .
2. Найти все неприводимые представления группы подстановок S_4 .
3. Пусть даны две конечные группы G_1 и G_2 , для которых известны все их неприводимые представления. Как найти все неприводимые представления группы $G_1 \times G_2$?
4. В вершинах куба записаны 8 чисел. За один шаг число в каждой вершине мы заменяем на среднее арифметическое чисел в соседних вершинах. Как будет примерно выглядеть распределение чисел по вершинам через много шагов?
5. Показать, что всякая группа Фробениуса является транзитивной группой подстановок конечного множества, в которой стабилизатор каждой точки нетривиален, а стабилизатор любых двух точек тривиален, и обратно.
6. Свойства алгебраических чисел и теорема Фробениуса.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Лемма Шура.
2. Теорема Маке.
3. Матричная формулировка теоремы Шура.
4. закон взаимности Фробениуса.
5. Теорема Фробениуса.
6. Характеризация Брауэра обобщённых комплексных характеров конечной группы.
7. Число неприводимых комплексных представлений конечной группы.
8. Число классов сопряженных элементов конечной группы.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении дифференцированного зачёта обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося на зачёте не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения зачёта обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.