

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Введение в неклассические логики
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра методов современной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: Л.Д. Беклемишев, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры методов современной математики 04.06.2020

Аннотация

Курс посвящен описанию разных видов семантики для некоторых известных неклассических логик. Рассматриваются пропозициональная интуиционистская логика и некоторые модальные логики (среди них минимальная нормальная логика K и ее расширения такие как K4, S4, S5, GL и т.д.) В качестве основного инструмента для изучения этих логик рассматривается семантика Крипке. Доказываются теоремы о полноте и различные следствия из них, в частности, Геделевский перевод интуиционистской логики в модальную логику S4. Для интуиционистской логики и логики S4 рассматривается топологическая семантика, устанавливается ее связь с семантикой Крипке и теоремы о полноте. Мы определяем доказуемую интерпретацию модальности, доказываем теорему Соловея о полноте логик GL и S в этой интерпретации. В заключении рассматриваются логики с несколькими модальностями, некоторые приложения модальной логики как логики знаний (эпистемическая логика) и логики времени (темпоральная логика).

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Цель курса — познакомить студентов с интуиционистской и модальной логикой и разными видами семантики для них.

Задачи дисциплины

Среди основных задач курса —

- 1) продемонстрировать возможности модальной логики для описания таких понятий как время, формальная доказуемость, знание,
- 2) доказать некоторые свойства модальных логик, используя семантику Крипке для них.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

известные модальные исчисления и их семантику (семантика Крипке, топологическая семантика, доказуемая, эпистемическая и др.), основные результаты о полноте и их следствия.

уметь:

решать задачи по означенным темам, правильно выбирая методы и подходы.

владеть:

семантическими методами изучения неклассических логик, и использования неклассических логик для описания доказуемости, передачи знаний и т.д.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Интуиционистская логика высказываний. Модели Крипке.	2	3		5
2	Модальные логики K, T, S4, S5, GL. Семантика Крипке.	2	3		5
3	Топологическая семантика интуиционистской и модальной логики.	2	3		5
4	Логика доказуемости.	3	2		5
5	Эпистемические логики.	3	2		5
6	Временные логики.	3	2		5
Итого часов		15	15		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Интуиционистская логика высказываний. Модели Крипке.

Интуиционизм как философия математики. Интерпретация интуиционистской логики по Брауэру-Гейтингу-Колмогорову. Интуиционистская логика высказываний, её модели Крипке. Теорема Крипке о полноте интуиционистской логики высказываний. Дизъюнктивное свойство. Теорема Гливленко.

2. Модальные логики K, T, S4, S5, GL. Семантика Крипке.

Модальная логика, язык и семантика Крипке для нее. Соответствие между модальными формулами и свойствами шкал Крипке. Модальные формулы, задающие транзитивные, рефлексивные, симметричные шкалы. Формула Леба и свойство обратной фундированности шкалы. Первопорядковые свойства шкал Крипке, не допускающие описания модальными формулами (иррефлексивность, антисимметричность). Модальные логики K, T, S4, S5, GL. Семантика Крипке для них, теоремы о полноте, конечная аппроксимируемость, разрешимость. Полнота GL относительно конечных транзитивных деревьев. Геделевский перевод Int в S4.

3. Топологическая семантика интуиционистской и модальной логики.

Топологическая семантика интуиционистской логики. Теорема о полноте относительно топологической семантики. Полнота относительно топологии вещественной прямой. Топологическая и окрестностная семантика для модальных логики. Полнота S4 относительно топологической семантики. Полнота GL относительно топологии на ординалах.

4. Логика доказуемости.

Арифметическая семантика модальной логики. Логика S, хвостовые модели Крипке, полнота S относительно них. Теоремы Соловея о полноте логики GL и S относительно арифметической семантики.

5. Эпистемические логики.

Интерпретация модальности как знания. Логика знаний для нескольких агентов, логики S4 и S5 как логики знаний каждого агента. Общее знание, модальность для него. Эпистемические головоломки и их описание в эпистемической логике.

6. Временные логики.

Логика с модальностями «всегда в будущем» и «всегда в прошлом», шкалы Крипке для них. Модальные формулы, задающие различные свойства временных шкал, такие как линейность шкалы, дискретность, плотность и т.д. Логика шкал, построенных на множествах натуральных, целых, рациональных, вещественных чисел (с естественным отношением порядка). Язык временной логики с двуместными модальностями Since и Until.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Текст], учеб. пособие для вузов /М. М. Глухов, А. Б. Шишков. -СПб., Лань, 2012
2. Математическая логика [Текст] /С. К. Клини ; пер. с англ. Ю. А. Гастева ; под ред. Г. Е. Минца, [учеб. пособие для вузов]. -М., Мир, 1973
3. Введение в математическую логику и роды структур [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. Н. Пономарев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т. — М. : Изд-во МФТИ, 2007. — 240 с.
1. Chagrov A.V., Zakharyashev M. Modal Logic. Oxf., 1997.

Дополнительная литература

1. Модальная логика [Текст]/Р. Фейс , -М., Наука, 1974

1. G. Boolos. The Logic of Provability. Cambridge University Press, 1993.
2. Gabbay, D. and F. Guenther, F. (eds.), 2001, Handbook of Philosophical Logic, second edition, volume 3, Dordrecht: D. Reidel.
3. Blackburn, P., with J. van Benthem and F. Wolter, 2007, Handbook of Modal Logic, Amsterdam: Elsevier.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Степень овладения студентами компетенциями, формируемыми в процессе изучения дисциплины, проверяется в ходе устного экзамена в конце курса. Текущий контроль осуществляется посредством коллоквиума или контрольной работы, на усмотрение преподавателя.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра методов современной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
Разработчик:	Л.Д. Беклемишев, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания, современный математический аппарат и алгоритмы, современные информационно-коммуникационные технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности
	ПК-2.3 Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий
	ПК-2.4 Владеет методами и алгоритмами решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического поиска, опыт работы с научными источниками
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в неклассические логики» обучающийся должен:

знать:

известные модальные исчисления и их семантику (семантика Крипке, топологическая семантика, доказуемая, эпистемическая и др.), основные результаты о полноте и их следствия.

уметь:

решать задачи по означенным темам, правильно выбирая методы и подходы.

владеть:

семантическими методами изучения неклассических логик, и использования неклассических логик для описания доказуемости, передачи знаний и т.д.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные типы заданий коллоквиума / контрольной работы:

- Доказать, что шкалы Крипке с заданным свойством (симметричность, рефлексивность, евклидовость и т.д.) задаются соответствующими модальными формулами.
- Привести примеры классических тавтологий, невыводимых в интуиционистской логике. Доказать их невыводимость.
- Построить бесконечную серию формул, содержащих единственную пропозициональную переменную p , неэквивалентных в интуиционистской логике.
- В логике GL доказать, что аксиома транзитивности следует из остальных аксиом.
- Докажите, что свойство иррефлексивности шкалы Крипке не задается никакой модальной формулой.

- Следом модальной формулы назовем множество натуральных чисел n , таких что данная формула истинна в иррефлексивной модели глубины n . Докажите, что для всякой модальной формулы без переменных либо ее след, либо его дополнение конечно.
- Докажите, что существует счетное множество различных логик, содержащих интуиционистскую логику и содержащихся в классической.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Экзаменационные вопросы

- Интерпретация интуиционистской логики по Брауэру-Гейтингу-Колмогорову. Интуиционистская логика высказываний, её модели Крипке.
- Теорема Крипке о полноте интуиционистской логики высказываний.
- Разрешимость интуиционистской логики высказывания. Дизъюнктивное свойство. Теорема Гливленко.
- Доказательство бесконечнозначности интуиционистской логики высказываний.
- Модальная логика, язык и семантика Крипке для нее. Соответствие между модальными формулами и свойствами шкал Крипке.
- Модальные формулы, задающие транзитивные, рефлексивные, симметричные шкалы.
- Формула Леба и свойство обратной фундированности шкалы.
- Первопорядковые свойства шкал Крипке, не допускающие описания модальными формулами (иррефлексивность, антисимметричность).
- Модальная логика K, модели Крипке для нее, теорема о полноте.
- Модальная логика T, модели Крипке для нее, теорема о полноте.
- Модальная логика S4, модели Крипке для нее, теорема о полноте.
- Модальная логика S5, модели Крипке для нее, теорема о полноте.
- Модальная логика GL, модели Крипке для нее, теорема о полноте. Полнота GL относительно конечных транзитивных деревьев.
- Геделевский перевод Int в S4.
- Топологическая семантика интуиционистской логики. Теорема о полноте относительно топологической семантики.
- Полнота интуиционистской логики относительно топологии вещественной прямой.
- Топологическая и окрестностная семантика для модальных логик: определения.
- Полнота S4 относительно топологической семантики.
- Полнота GL относительно топологии на ординалах.
- Арифметическая семантика модальной логики. Корректность логики GL относительно доказуемой интерпретации.
- Логика S, хвостовые модели Крипке, полнота S относительно них.
- Теоремы Соловея о полноте логик GL и S относительно арифметической семантики.
- Интерпретация модальности как знания. Логика знаний для нескольких агентов, логики S4 и S5 как логики знаний каждого агента. Общее знание, модальность для него. Muddy children puzzle и ее описание в эпистемической логике.
- Логика с модальностями «всегда в будущем» и «всегда в прошлом», шкалы Крипке для них.
- Модальные формулы, задающие различные свойства временных шкал, такие как линейность шкалы, дискретность, плотность и т.д.
- Логика шкал, построенных на множествах натуральных, целых, рациональных, вещественных чисел (с естественным отношением порядка).
- Язык временной логики с двуместными модальностями Since и Untill.

Примеры билетов

Билет 1

1. Модальная логика K, модели Крипке для нее, теорема о полноте.
2. Рассмотрим множество формул от одной переменной: $F(1) := p$, $F(2) := \neg p$, $F(2n+1)$ есть дизъюнкция $F(2n)$ и $F(2n-1)$, $F(2n+2) = F(2n+1) \rightarrow F(2n)$. Докажите, что эти формулы неэквивалентны друг другу в Int.

Билет 2

1. Геделевский перевод Int в $S4$.
2. Докажите, что после перевода $(\Box F)^* = F^* \& (\Box F^*)$ теоремы $S4$ становятся теоремами GL .

Билет 3

1. Арифметическая семантика модальной логики. Корректность логики GL относительно доказуемой интерпретации.
2. Докажите, что модальные аксиомы евклидовости и симметричности при наличии рефлексивности и транзитивности выводятся друг из друга.

Билет 4.

1. Модальные формулы, задающие различные свойства временных шкал, такие как линейность шкалы, дискретность, плотность и т.д.
2. Докажите полноту логики GL относительно конечных иррефлексивных деревьев.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой.