

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в бирациональную геометрию
<b>по направлению:</b>	Фотоника и оптоинформатика
<b>профиль подготовки:</b>	Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: К.В. Логинов, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Физтех-кластера академической и научной карьеры 24.05.2022

## Аннотация

Курс представляет собой введение в бирациональную геометрию и программу минимальных моделей. Также обсудим некоторые вопросы теории особенностей алгебраических многообразий. Задачей курса является познакомить студентов с основными теоремами и примерами, встречающимися в этих разделах алгебраической геометрии. Планируется провести 10 лекций по 90 минут каждая. Курс рассчитан на студентов (бакалавров, магистров или аспирантов), интересующихся алгебраической геометрией. От них ожидается некоторое знакомство с этой наукой, например, в рамках глав 2 и 3 книжки Хартсхорна.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

изучение бирациональной геометрии многообразий.

#### Задачи дисциплины

познакомить с основными понятиями бирациональной геометрии, научить решать задачи в этой области.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

основы бирациональной геометрии

уметь:

решать задачи по бирациональной геометрии проективных многообразий

владеть:

основными техниками бирациональной геометрии

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Формула присоединения	3			3
2	Форма пересечений на поверхностях	3			3
3	Раздутие	3			3
4	Критерий Кастельнуово	3			3
5	Описание программы минимальных моделей на поверхностях	3			3
6	Рациональные поверхности	3			3
7	Особенности поверхностей	3			3
8	Теорема о свободе от базисных точек	3			3
9	Теорема о рациональности	3			3
10	Теорема о стягивании	3			3
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Формула присоединения

Бирациональные морфизмы, форма пересечений на поверхностях, формула присоединения, раздутие и стягивание  $(-1)$ -кривых, критерий Кастельнуово.

##### 2. Форма пересечений на поверхностях

Программа минимальных моделей для поверхностей, минимальные поверхности, линейчатые поверхности (в том числе поверхности Хирцебруха), рациональные поверхности и поверхности дель Пеццо, критерий рациональности Кастельнуово.

##### 3. Раздутие

Особенности поверхностей, существование разрешения особенностей, дискрепантности, дювалевские особенности, фактор-особенности, lc и klt особенности.

##### 4. Критерий Кастельнуово

Non-klt локус, принцип связности Коллара–Шокурова, обращение присоединения.

##### 5. Описание программы минимальных моделей на поверхностях

Программа минимальных моделей и ее вариации: логарифмическая, относительная, с действием группы, для линейных систем.

##### 6. Рациональные поверхности

Трехмерные терминальные особенности, расслоения Мори в трехмерном случае, расслоения на коники, расслоения на поверхности дель Пеццо, многообразия Фано.

##### 7. Особенности поверхностей

Особенности поверхностей

##### 8. Теорема о свободе от базисных точек

Теорема о свободе от базисных точек

##### 9. Теорема о рациональности

Теорема о рациональности

##### 10. Теорема о стягивании

Теорема о стягивании

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, доска, медиапроектор, экран.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. A. Beauville, Complex algebraic surfaces
2. K. Matsuki, Introduction to the Mori theory
3. Ю. Г. Прохоров, Особенности алгебраических многообразий

### Дополнительная литература

1. J. Kollár, S. Mori, Birational geometry of algebraic varieties
2. J. Kollár, K. Smith, A. Corti, Rational and nearly rational varieties

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Zoom, Skype

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Фотоника и оптоинформатика
<b>профиль подготовки:</b>	Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры (Современная фундаментальная математика)
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	К.В. Логинов, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в бирациональную геометрию» обучающийся должен:

**знать:**

основы бирациональной геометрии

**уметь:**

решать задачи по бирациональной геометрии проективных многообразий

**владеть:**

основными техниками бирациональной геометрии

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Не предусмотрено.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов

1. Критерий Кастельнуово
2. Формула присоединения
3. Дювалевские особенности
4. Классификация поверхностей дель Пеццо.
5. Описать шаги программы минимальных моделей гладких проективных поверхностей.

Примеры контрольных заданий

1. Показать, что проективная плоскость не изоморфна квадрике.
2. Показать, что квадратика не изоморфна поверхности Хирцебруха  $F_1$ .
3. Доказать рациональность гладкой кубической поверхности.
4. Вычислить группу автоморфизмов поверхности дель Пеццо степени 8
5. Описать все стягивания с поверхности дель Пеццо степени 6.

Примеры экзаменационных билетов

Билет 1.

1. Вычислить форму пересечений на поверхности Хирцебруха  $F_1$ .
2. Многообразия Фано: определение и примеры.

Билет 2.

1. Вычислить лог-канонический порог каспидальной кубики на плоскости.
2. Описание Программы минимальных моделей для поверхностей.

## Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении зачёта и экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Вопрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.