

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау**

**А.В. Рогачев**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Алгебраическая топология
<b>по направлению:</b>	Фотоника и оптоинформатика
<b>профиль подготовки:</b>	Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

3 (осенний) - Зачет

4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 225, всего зач. ед.: 5

Программу составил: А.В. Ершов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании Физтех-кластера академической и научной карьеры 20.05.2024

## Аннотация

Алгебраическая топология является фундаментом для значительной части современной математики, а также источником многих ее идей. Предмет алгебраической топологии можно кратко описать как изучение категории топологических пространств путем построения на ней гомотопически инвариантных функторов в какую-либо алгебраическую категорию, что позволяет сводить геометрические задачи (например, задачи о классификации) к "алгебраическим". Классическими примерами таких функторов являются фундаментальная группа и группы гомологий и когомологий топологических пространств. Зачастую использование уже этих простейших инвариантов позволяет получать нетривиальные результаты (пример: теорема Брауэра о неподвижной точке), доказывать гомотопическую неэквивалентность данных пространств.

Методы алгебраической топологии многократно продемонстрировали свою эффективность как в различных задачах геометрии (погружение многообразий в евклидово пространство, гладкие структуры на многообразиях, классификация многообразий в рамках различных версий теории кобордизмов, ...), так и в других областях (классификация вещественных алгебр с делением, Квилленовское построение алгебраической K-теории, приведшее к открытию новых фундаментальных связей между алгеброй и гомотопической категорией, многочисленные применения топологических инвариантов в современной физике, ...). Во 2-й половине прошлого века были установлены глубокие связи алгебраической топологии с анализом, наиболее ярким примером которых явилась теорема Атьи-Зингера об индексе эллиптического оператора на компактном многообразии. Кроме того, понятия и методы теории векторных расслоений и K-теории играют очень важную роль в ряде разделов современной математики и физики.

Учитывая вышесказанное, курс по алгебраической топологии представляется необходимым при подготовке современных специалистов по алгебре, геометрии и теоретической физике. Он является синтетическим курсом, опирающимся на знание алгебры, общей топологии и дифференциальной геометрии, и в свою очередь развивает идеи упомянутых предметов. Например, без использования средств алгебраической топологии трудно представить переход от изучения локальных свойств многообразий (обычно происходящем в курсах по теории гладких многообразий и дифференциальной геометрии) к исследованию глобальных свойств последних, а ведь часто именно глобальные свойства играют в геометрической задаче принципиальную роль. Кроме того, данный курс может послужить хорошей иллюстрацией того, как работают различные алгебраические методы (такие как гомологическая алгебра и теория категорий).

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Данный курс ставит целью познакомить слушателей как со стандартным классическим подходом к данному предмету, так и дать представление о его более современных методах и идеях.

### Задачи дисциплины

Сформировать у слушателей представление о задачах и методах алгебраической топологии, о ее связях с гомологической алгеброй.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности

ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области фотоники и оптоинформатики
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач в области фотоники и оптоинформатики
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований в области фотоники и оптоинформатики к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- основные классические понятия и результаты Алгебраической топологии.

уметь:

- пользоваться классическими методами Алгебраической топологии для решения задач.

владеть:

- аппаратом классической Алгебраической топологии.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Сингулярные симплексы и цепи. Сингулярные гомологии.	2	2		2

2	Категории, функторы и естественные преобразования.	2	2		2
3	Гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий.	2	2		2
4	Кросс-произведение гомологий	2	2		2
5	Относительные гомологии. Длинная точная последовательность гомологий.	2	2		2
6	Вырезание и его применение.	2	2		2
7	Аксиомы Эйленберга-Стинрода.	2	2		2
8	Клеточные пространства и их гомологии.	2	2		2
9	Гомологии с коэффициентами. Теорема об универсальных коэффициентах.	2	2		2
10	Ациклические модели и теорема Кюннета.	2	2		2
11	Сингулярные когомологии.	2	2		2
12	Произведения в когомологиях.	2	2		2
13	Локальные коэффициенты и ориентация.	3	3		3
14	Двойственность Пуанкаре.	3	3		3
15	Пределы, копределы и сопряженные функторы.	3	3		4
16	Гомотопическая категория	3	3		4
17	Локально тривиальные расслоения	3	3		4
18	Расслоения	3	3		4
19	Корасслоения	3	3		4
20	Расслоенные и корасслоенные последовательности	3	3		5
21	Слабые эквивалентности и теоремы Уайтхеда	3	3		5
22	Представимость когомологий. Теория препятствий	3	3		5
23	Векторные расслоения и К-теория.	3	3		5
24	Классифицирующее пространство группы. Симплициальные множества и классифицирующие пространства	3	3		5
Итого часов		60	60		75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		225 час., 5 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Сингулярные симплексы и цепи. Сингулярные гомологии.

Определение сингулярных гомологий.

2. Категории, функторы и естественные преобразования.

Язык теории категорий.

3. Гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий.

Гомотопии, цепные гомотопии, звездные области. Доказательство гомотопической инвариантности сингулярных гомологий.

#### 4. Кросс-произведение гомологий

Кросс-произведение и его свойства.

#### 5. Относительные гомологии. Длинная точная последовательность гомологий.

Относительные гомологии. Длинная точная последовательность гомологий, ассоциированная с короткой точной последовательностью цепных комплексов. Точная последовательность пары.

#### 6. Вырезание и его применение.

Аксиома вырезания. Вычисление гомологий сфер.

#### 7. Аксиомы Эйленберга-Стиррода.

Аксиомы Эйленберга-Стиррода, их следствия (теорема Майера-Вьеториса). Доказательства.

#### 8. Клеточные пространства и их гомологии.

Определения и примеры клеточных пространств. Клеточный комплекс.

#### 9. Гомологии с коэффициентами. Теорема об универсальных коэффициентах.

Гомологии с коэффициентами. Функтор  $\text{Tor}$ . Основная теорема гомологической алгебры. Доказательство теоремы об универсальных коэффициентах.

#### 10. Ациклические модели и теорема Кюннета.

Метод ациклических моделей. Теорема Эйленберга-Зильбера. Теорема Кюннета.

#### 11. Сингулярные когомологии.

Определение сингулярных когомологий. Когомологии с коэффициентами. Теорема об универсальных коэффициентах. Аксиомы Эйленберга-Стиррода для когомологий.

#### 12. Произведения в когомологиях.

Произведения в когомологиях и их свойства.

#### 13. Локальные коэффициенты и ориентация.

Определение системы локальных коэффициентов. Ориентация многообразий. Теорема об ориентации.

#### 14. Двойственность Пуанкаре.

Формулировка и доказательство теоремы двойственности Пуанкаре.

Семестр: 4 (Весенний)

#### 15. Пределы, копределы и сопряженные функторы.

Категорные пределы и копределы, сопряженные функторы. Декартово замкнутые категории. Категория компактно порожденных пространств.

#### 16. Гомотопическая категория

Гомотопическая категория. Базисные точки. Функторы петель и надстройки.

#### 17. Локально тривиальные расслоения

Локально тривиальные расслоения: определение и примеры.

#### 18. Расслоения

Расслоения в смысле Гуревича. Фундаментальный группоид. Гомотопическая инвариантность пуллбэка расслоения.

#### 19. Корасслоения

Корасслоения: определение и свойства.

#### 20. Расслоенные и корасслоенные последовательности

Канонические факторизации отображений. Конус отображения. Последовательность Баррата-Пуппе и ее свойства.

#### 21. Слабые эквивалентности и теоремы Уайтхеда

Гомотопические эквивалентности, слабые эквивалентности. Теоремы Уайтхеда.

#### 22. Представимость когомологий. Теория препятствий

Пространства Эйленберга-Маклейна, примеры. Фундаментальный класс. Представимость функтора когомологий. Элементы теории препятствий.

#### 23. Векторные расслоения и К-теория.

Векторные расслоения: определение. Классифицирующее пространство. Группа Гротендика, (комплексная) К-теория. Понятие о периодичности Ботта. К-теория как обобщенная теория когомологий.

#### 24. Классифицирующее пространство группы. Симплициальные множества и классифицирующие пространства

Симплициальные множества, их геометрическая реализация. Нерв категории, классифицирующее пространство категории. Группоид Чеха и классифицирующее отображение.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, медиапроектор, экран.

### 6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Haynes Miller. Lectures on Algebraic Topology
2. J.P. May. A concise Course in Algebraic Topology
3. James F. Davis, Paul Kirk. Lecture Notes in Algebraic Topology

#### Дополнительная литература

1. M Aguilar, S. Gitler , C. Prieto Algebraic Topology from a Homotopical Viewpoint
2. А. Хатчер. Алгебраическая топология
3. А.Т. Фоменко, Д. Б. Фукс. Курс гомотопической топологии

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<https://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf>  
(Hatcher A. Algebraic Topology)

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Яндекс.Телемост, МТС-Линк.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Фотоника и оптоинформатика
<b>профиль подготовки:</b>	Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры (Современная фундаментальная математика)
<b>курс:</b>	<u>2</u>
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
3 (осенний) - Зачет	
4 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	А.В. Ершов, канд. физ.-мат. наук, доцент



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области фотоники и оптоинформатики
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач в области фотоники и оптоинформатики
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований в области фотоники и оптоинформатики к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Алгебраическая топология» обучающийся должен:

### знать:

- основные классические понятия и результаты Алгебраической топологии.

### уметь:

- пользоваться классическими методами Алгебраической топологии для решения задач.

### владеть:

- аппаратом классической Алгебраической топологии.

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов

11 семестр:

1. Выведите теорему Майера-Вьеториса из аксиомы вырезания
2. Опишите клеточную структуру многообразия Грассмана
3. Докажите теорему Эйленберга-Зильбера с помощью метода ациклических моделей.
4. Что такое гомотопический слой отображения? В чем состоит его универсальное свойство?
5. Кросс-произведение и его свойства.
6. Объясните, почему вычисление когомологических операций сводится к вычислению когомологий пространств Эйленберга-Маклейна.
7. Докажите сопряженность функтора геометрической реализации и функтора сингулярного симплициального множества.
8. Определение системы локальных коэффициентов. Теорема об ориентации многообразий.
9. Аксиомы Эйленберга-Стинрода. Доказательство аксиомы вырезания.
10. Определения и примеры клеточных пространств. Клеточный комплекс.

12 семестр:

1. Докажите, что любое отображение есть композиция корасслоения и гомотопической эквивалентности. Как выглядит двойственное утверждение для расслоений?
2. Расслоения в смысле Гуревича. Фундаментальный группоид.
3. Категорные пределы и копределы, сопряженные функторы. Декартово замкнутые категории.
4. Гомотопическая категория. Базисные точки.
5. Функторы петель и надстройки.
6. Канонические факторизации отображений. Конус отображения.
7. Последовательность Баррата-Пуппе и ее свойства.
8. Теоремы Уайтхеда.
9. Группа Гротендика, (комплексная) К-теория. Понятие о периодичности Ботта.
10. Симплициальные множества, их геометрическая реализация.

Примеры контрольных заданий для проведения зачета:

1. Посчитайте гомологии и когомологии вещественного проективного пространства с разными коэффициентами.
2. Посчитайте гомологии произведения  $\mathbb{R}P^3 \times \mathbb{R}P^3$  с целыми коэффициентами. Объясните полученный результат.
3. Пусть  $S^{p+q} \rightarrow S^p \times S^q$  --- некоторое непрерывное отображение. Какое отображение оно индуцирует в старших когомологиях?
4. Вычислите кольцо когомологий  $\mathbb{C}P^n$
5. Для  $n$ -мерного клеточного пространства  $X$  задайте биекцию между  $H^n(X, \mathbb{Z})$  и  $[X, S^n]$ .

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

1. Аксиомы Эйленберга-Стинрода. Доказательство аксиомы вырезания.
2. Посчитайте гомологии и когомологии вещественного проективного пространства с разными коэффициентами.

## Билет 2.

1. Корасслоения и их свойства. Докажите, что если  $A \rightarrow X$  --- корасслоение и  $B \rightarrow B$  --- произвольное отображение, то  $B \rightarrow B \cup_g X$  --- корасслоение.
2. Для  $n$ -мерного клеточного пространства  $X$  задайте биекцию между  $H^n(X, \mathbb{Z})$  и  $[X, S^n]$ .

## Критерии оценивания

Зачёт: обучающемуся ставится зачет в соответствии с продемонстрированным уровнем подготовки; оценивание производится на усмотрение преподавателя в соответствии с особенностями дисциплины и следующими критериями:

Оценка "зачтено" - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике.

Оценка "не зачтено" - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

## Экзамен:

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебраическая топология» осуществляется в форме контрольной работы. Контрольная работа проводится в письменной форме.

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.