

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

Рабочая программа дисциплины (модуля)

по дисциплине: Функции Грина и квантово-полевые методы в теории конденсированного состояния

по направлению: Фотоника и оптоинформатика

профиль подготовки: Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
кафедра физики и технологии наноструктур

курс: 1

квалификация: магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Дифференцированный зачет
2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.А. Катанин, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры физики и технологии наноструктур 17.04.2023

Аннотация

В ходе изучения дисциплины студенты изучат различные физические явления в физике конденсированного состояния, а также исследуют на основе современных методов теоретические модели, соответствующие исследуемому физическому явлению и определяют пределы применимости используемых методов, смоделировать физический процесс на компьютере. Дисциплина "Функции Грина и квантово-полевые методы в теории конденсированного состояния" ориентирована на магистрантов и позволяет овладеть основными навыками теоретического анализа многочастичных систем, необходимыми для построения и анализа теоретических моделей конденсированного состояния. Для освоения дисциплины необходимы базовые знания квантовой механики. Одна из тем также опирается на базовые знания метода Монте-Карло.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать студентам базовые знания, необходимые для понимания на современном уровне различных физических явлений в физике конденсированного состояния, а также навыки, позволяющие исследовать на основе современных методов теоретические модели, соответствующие исследуемому физическому явлению и определить пределы применимости используемых методов; смоделировать физический процесс на компьютере.

Задачи дисциплины

- Изучение современного математического аппарата квантовой теории;
- овладение студентами аналитическими и численными методами моделирования многочастичных систем для описания свойств различных конкретных физических систем.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- определение функций Грина, когерентных состояний, континуального интеграла, особенности Монте-Карло моделирования квантовых систем, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, способы описания электронного транспорта в конденсированных системах, физические свойства макро- и наноскопических систем.

уметь:

- строить теорию возмущений для квантовых систем, вычислять аналитически функции Грина и простые континуальные интегралы, формулировать необходимые физические наблюдаемые в виде континуальных интегралов, извлекать из них информацию о физических свойствах, применять метод Монте-Карло, вычислять транспортные свойства квантовых систем.

владеть:

- навыками Монте-Карло моделирования квантовых систем, некоторыми приемами применения динамической теории среднего поля и метода функциональной ренормгруппы.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа

1	Основные понятия: вторичное квантование, ферми-газ	2			4
2	Модель Хаббарда. Теория линейного отклика	2			4
3	Опережающие и запаздывающие функции Грина для бозонов и фермионов. Термодинамическая теория возмущений	2			4
4	Температурные функции Грина. Теорема Вика	2			4
5	Фейнмановские диаграммы	2			4
6	Когерентные состояния	2			4
7	Функциональный интеграл по когерентным состояниям	2			3
8	Вывод диаграммной техники из континуального интегрирования	1			3
9	Применение метода функций Грина к исследованию магнетизма в рамках модели Гейзенберга	3			7
10	Применение метода функций Грина к описанию электронных систем в рамках модели Хаббарда	2			6
11	Применение метода функций Грина к описанию перехода металл-изолятор. Динамическая теория среднего поля	2			6
12	Применение метода функций Грина к описанию квантовых фазовых переходов в рамках спин-фермионной модели. Магнитные корреляции вблизи квантовых фазовых переходов	2			6
13	Применение метода функций Грина к описанию сверхпроводимости	2			6
14	Введение в метод функциональной ренормгруппы для коррелированных систем	2			7
15	Описание линейного электронного транспорта. Транспортные, электронные и магнитные свойства систем квантовых точек	2			7
Итого часов		30			75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Основные понятия: вторичное квантование, ферми-газ

Вторичное квантование. Операторы рождения и уничтожения. Числа заполнения. Идеальный Ферми газ. Электроны на Ферми поверхности.

2. Модель Хаббарда. Теория линейного отклика

Модель Хаббарда. Теория линейного отклика.

3. Опережающие и запаздывающие функции Грина для бозонов и фермионов. Термодинамическая теория возмущений

Запаздывающие и опережающие функции Грина, их аналитические свойства, связь с физически наблюдаемыми величинами, представление Лемана. Полюсы функций Грина. Термодинамическая теория возмущений.

4. Температурные функции Грина. Теорема Вика

Представление взаимодействия. Оператор хронологического упорядочения. Температурные функции Грина и их связь с опережающими и запаздывающими функциями. Функции Грина невзаимодействующих частиц, теория возмущений для функций Грина. Теорема Вика.

5. Фейнмановские диаграммы

Фейнмановские диаграммы. Правила построения диаграмм. Уравнение Дайсона. Приближение случайных фаз, теория среднего поля.

6. Когерентные состояния

Когерентные состояния. Когерентные состояния для бозонов. Гамильтониан в базисе когерентных состояний. Фермионы. Грассманова алгебра.

7. Функциональный интеграл по когерентным состояниям

Фейнмановский интеграл по траекториям. Функциональный интеграл по когерентным состояниям. Представление статистической суммы в виде континуального интеграла. Гауссовы континуальные интегралы.

8. Вывод диаграммной техники из континуального интегрирования

Вывод функций Грина свободных частиц из континуального интеграла. Производящие функционалы для взаимодействующих полей. Производящий функционал для связанных диаграмм. Вывод диаграммной техники из континуального интегрирования.

Семестр: 2 (Весенний)

9. Применение метода функций Грина к исследованию магнетизма в рамках модели Гейзенберга

Представление Дайсона-Малеева. Применение метода функций Грина к описанию магнетизма в рамках модели Гейзенберга. Температурные зависимости термодинамических величин магнитных систем.

10. Применение метода функций Грина к описанию электронных систем в рамках модели Хаббарда

Применение метода функций Грина к исследованию модели Хаббарда. Приближение случайных фаз. Квантовые фазовые переходы. Температурные зависимости термодинамических величин вблизи квантового фазового перехода.

11. Применение метода функций Грина к описанию перехода металл-изолятор. Динамическая теория среднего поля

Функции Грина сильно коррелированных систем. Переход металл-изолятор. Введение в динамическую теорию среднего поля для сильно коррелированных систем. Динамическая теория среднего поля (DMFT) как локальный аналог решеточных теорий. Уравнения DMFT. Фазовая диаграмма перехода металл-изолятор.

12. Применение метода функций Грина к описанию квантовых фазовых переходов в рамках спин-фермионной модели. Магнитные корреляции вблизи квантовых фазовых переходов

Применение метода функций Грина к описанию квантовых фазовых переходов в рамках спин-фермионной модели. Частотные, импульсные, и температурные зависимости физических величин вблизи квантового фазового перехода.

13. Применение метода функций Грина к описанию сверхпроводимости

Применение функций Грина к описанию сверхпроводимости. Теория БКШ. Уравнения Горькова и их решение.

14. Введение в метод функциональной ренормгруппы для коррелированных систем

Введение в метод функциональной ренормгруппы для коррелированных систем. Различные виды обрезки – в импульсном, частотном пространстве, температурная, по взаимодействию. Различные виды параметризации вершин межэлектронного взаимодействия, разделение каналов рассеяния.

15. Описание линейного электронного транспорта. Транспортные, электронные и магнитные свойства систем квантовых точек

Описание линейного электронного транспорта. Формула Ландауэра. Транспортные, электронные и магнитные свойства систем квантовых точек – рассмотрение линейной и кольцевой геометрии. Неравновесные функции Грина. Техника Келдыша.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Доска, мел, тряпка, мультимедийное оборудование (проектор).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 9, Ч. 2 : Статистическая физика. Теория конденсированного состояния : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц .— М. : Физматлит, 2000-2005 .— 496 с.
 2. Модельные подходы к магнетизму двумерных зонных систем [Текст]/А. А. Катанин, В. Ю. Ирхин, П. А. Игошев, -М., Физматлит, 2013
- Фонд базовой кафедры:
2. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский «Функции Грина в теории магнетизма». - Киев: Наукова думка, 1984.
 3. R. Shankar, «Quantum field theory and condensed matter: An Introduction», - Cambridge University Press, 2017.

Дополнительная литература

1. Квантовая теория поля [Текст] = Quantum field theory : [учеб. пособие для вузов] / Л. Райдер, пер. с англ. С. И. Азакова ; под ред. Р. А. Мир-Касимова .— М. : Мир, 1987 .— 512 с.
2. Квантовая механика и интегралы по траекториям [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Р. Фейнман, А. Хибс ; пер. с англ. Э. М. Барлита, Ю. Л. Обухова ; под ред. В. С. Барашенкова .— М. : Мир, 1968 .— 382 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.68.13>

<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.84.299>

<https://journals.aps.org/prb/abstract/10.1103/PhysRevB.99.165114>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

iQIST, TRIQS

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Фотоника и оптоинформатика
профиль подготовки:	Фотоника, квантовые технологии и двумерные материалы Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра физики и технологии наноструктур
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Дифференцированный зачет
- 2 (весенний) - Экзамен

Разработчик: А.А. Катанин, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Функции Грина и квантово-полевые методы в теории конденсированного состояния» обучающийся должен:

знать:

- определение функций Грина, когерентных состояний, континуального интеграла, особенности Монте-Карло моделирования квантовых систем, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, способы описания электронного транспорта в конденсированных системах, физические свойства макро- и наноскопических систем.

уметь:

- строить теорию возмущений для квантовых систем, вычислять аналитически функции Грина и простые континуальные интегралы, формулировать необходимые физические наблюдаемые в виде континуальных интегралов, извлекать из них информацию о физических свойствах, применять метод Монте-Карло, вычислять транспортные свойства квантовых систем.

владеть:

- навыками Монте-Карло моделирования квантовых систем, некоторыми приемами применения динамической теории среднего поля и метода функциональной ренормгруппы.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов (9-ый семестр):

1. Определение запаздывающей, опережающей, температурной функции Грина, их связь и связь с физически наблюдаемыми величинами
2. Термодинамическая теория возмущений
3. Когерентные состояния
4. Функциональный интеграл по когерентным состояниям
5. Вывод диаграммной техники из континуального интегрирования.
6. Температурные функции Грина.
7. Вторичное квантование для бозонов и фермионов.
8. Модель Хаббарда.
9. Теорема Вика.
10. Когерентные состояния
11. Функциональный интеграл по когерентным состояниям
12. Вывод диаграммной техники из континуального интегрирования

Примеры контрольных заданий (10-ый семестр):

1. Записать функцию Грина свободных бозонов и фермионов во временном и частотном пространстве
2. Записать поправку первого и второго порядка по взаимодействию к собственной энергии модели Хаббарда
3. Вывести выражение для статистической суммы модели Хаббарда в виде континуального интеграла
4. Вычислить поправку первого и второго порядка по взаимодействию к магнитной восприимчивости модели Хаббарда

5. Вычислить поправку первого и второго порядка по взаимодействию к зарядовой восприимчивости модели Хаббарда
6. Применение метода функций Грина к описанию сверхпроводимости
7. Применение метода функций Грина к описанию магнетизма электронных систем в рамках модели Хаббарда.
8. Применение метода функций Грина к описанию квантовых фазовых переходов в рамках спин-фермионной модели.
9. Применение метода функций Грина к описанию перехода металл-изолятор. Динамическая теория среднего поля.
10. Применение метода функций Грина к исследованию магнетизма изоляторов в рамках модели Гейзенберга.

Примеры экзаменационных билетов (10-ый семестр):

Билет 1.

1. Основные понятия: вторичное квантование, ферми-газ, модель Хаббарда
2. Практический вопрос (реализация метода Монте-Карло, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, вычисление квантового транспорта и т.д.)

Билет 2.

1. Теория линейного отклика, опережающие и запаздывающие функции Грина для бозонов и фермионов
2. Практический вопрос (реализация метода Монте-Карло, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, вычисление квантового транспорта и т.д.)

Билет 3.

1. Термодинамическая теория возмущений. Температурные функции Грина.
2. Практический вопрос (реализация метода Монте-Карло, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, вычисление квантового транспорта и т.д.)

Билет 4.

1. Теорема Вика. Фейнмановские диаграммы.
2. Практический вопрос (реализация метода Монте-Карло, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, вычисление квантового транспорта и т.д.)

Билет 5.

1. Функциональный интеграл по когерентным состояниям
2. Практический вопрос (реализация метода Монте-Карло, динамической теории среднего поля, метода функциональной ренормгруппы, вычисление квантового транспорта и т.д.)

Критерии оценивания

Обучающемуся ставится оценка в соответствии с продемонстрированным уровнем подготовки; оценивание производится на усмотрения экзаменатора в соответствии с особенностями дисциплины и следующими критериями:

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачёт и экзамен проводятся в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два вопроса. При проведении зачёта и экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.