

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Эконометрика
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Комбинаторика и цифровая экономика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
курс:	2
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Программу составил: К.Ю. Войтиков, канд. техн. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 30.01.2025

Аннотация

Эконометрика объясняет совокупность методов и моделей, позволяющих на базе экономической теории, экономической статистики и математико-статистического инструментария придавать количественные выражения и анализировать экономические законы и закономерности. Навыки проведения эконометрического исследования статистических данных и экономических показателей, а также верной интерпретации результатов такого исследования, являются одной из важных составляющих современного экономического образования. Оценка программ и экспериментов.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Освоение студентами фундаментальных знаний в области эконометрики, а также овладение методами решения прикладных задач.

Задачи дисциплины

- дать студентам представление о многообразии современных подходов эконометрического исследования;
- научить пониманию и использованию математического языка, на котором принято описывать современные эконометрические методы;
- привить критический подход при отборе инструментов анализа и осознание необходимости тщательного тестирования статистической адекватности получаемых моделей;
- развить навыки содержательной интерпретации результатов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

современные методы эконометрического анализа и основанные на них современные программные продукты, необходимые для основного понятия эконометрики, основные методы оценивания неизвестных параметров эконометрических моделей, методы проверки статистических гипотез о параметрах построенных моделей, основные методы проверки качества эконометрических моделей, а также современные программные продукты, необходимые для эконометрических исследований.

уметь:

применять современный эконометрический инструментарий для исследований экономических и финансовых решений на уровне индивидов, домохозяйств, фирм, финансовых рынков, финансовых институтов, отраслей, регионов и стран;
обосновывать прогнозы развития фирм, отраслей, регионов, рынков;
моделировать результаты и эффективность субъектов экономической деятельности.

владеть:

методикой и методологией проведения эконометрических исследований; навыками самостоятельной исследовательской работы.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Регрессионный анализ и эндогенность	5	10		20
2	Оценка систем уравнений	10	5		30
3	Модели панельных данных	10	5		20
4	Нелинейность и отбор	5	10		20
Итого часов		30	30		90
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Регрессионный анализ и эндогенность

Этапы эмпирического анализа экономических задач. Типы данных. Структурное и неструктурное моделирование. Причинно-следственная связь и принцип *ceteris paribus*. Условное математическое ожидание.

Классическая линейная модель регрессии. Оценка методом наименьших квадратов. Вывод МНК-оценок. Метод моментов – определение и пример. Подобранные значения и остатки. Качество подбора. Коэффициенты регрессии, изменение масштаба. Простейшие способы учета нелинейности. Моменты МНК-оценок, их несмещенность, дисперсия оценок. Оценка дисперсии ошибок.

Модель регрессии с многими объясняющими переменными. МНК-оценки для множественной регрессии. Теорема Гаусса – Маркова. Оценка дисперсии ошибки. Матрица ковариации оценок. Интерпретация коэффициентов.

Оценивание условного ожидания и прогнозирование.

Построение доверительных множеств и проверка гипотез. Распределения МНК-оценок коэффициентов и остаточной суммы квадратов, *t*-статистика. Доверительные интервалы для отдельных коэффициентов, основанные на значениях *t*-статистик. Проверка гипотез: критическое множество и уровень значимости статистического критерия, мощность критерия при простой альтернативе. Проверка гипотез о значениях коэффициентов с использованием *t*-статистики. Наблюдаемый уровень значимости (*P*-значение).

Случайные регрессоры. Асимптотические свойства МНК-оценок. Состоятельность. Тестирование гипотез с использованием асимптотических свойств.

Тестирование произвольных ограничений на коэффициенты. *F*-статистика.

Проблемы множественной регрессионной модели. Выбор функциональной формы. Ошибки спецификации. Тестирование на ошибки спецификации. Коррелированные регрессоры. Проблема мультиколлинеарности. Пропущенные переменные. Смещение оценок. Прокси-переменные. Бинарные и дискретные объясняющие переменные. Сгенерированные регрессоры. Переменные, измеренные с ошибкой. Неслучайная выборка и пропущенные наблюдения.

Проблема гетероскедастичности. Тестирование гипотез при наличии гетероскедастичности. Тестирование на присутствие гетероскедастичности. Обобщенный МНК. Доступный ОМНК.

Эндогенность. Источники эндогенности. Смещение в МНК-оценках из-за эндогенности. Инструментальные переменные. Требования к инструментальным переменным. 2-ступенчатый МНК. Состоятельность, асимптотическая нормальность и эффективность. Тестирование гипотез. Тестирование гипотез в присутствии гетероскедастичности. Проблемы 2-ступенчатого МНК. Слабые инструменты. Тесты на эндогенность. Тест условий сверхидентификации.

2. Оценка систем уравнений

МНК для систем уравнений. Экзогенность объясняющих переменных. Строгая экзогенность. Примеры систем: внешне не связанные уравнения (SUR), панельные данные. Вид матрицы ковариации ошибок. Оценка объединенным МНК. Оценка ОМНК и доступным ОМНК. Асимптотические свойства. Тестирование гипотез. Оценка внешне не связанных уравнений с ограничениями на параметры.

Оценка систем уравнений с помощью инструментальных переменных. 2-ступенчатый МНК для систем уравнений. 3-ступенчатый МНК. Обобщенный метод моментов. Матрицы весов. Оптимальная матрица весов. Выбор метода оценки систем. Тестирование гипотез.

Системы одновременных уравнений. Экономические задачи, приводящие к системам одновременных уравнений. Идентификация. Условия исключения. Сокращенная форма. Линейные ограничения общего вида. Условия идентификации, отсутствия идентификации, точной идентификации и сверхидентификации. Эффективная оценка параметров сокращенной формы. Идентификация на основе произвольных ограничений между уравнениями. Идентификация на основе ограничений на матрицу ковариации. Нелинейность по эндогенным переменным.

3. Модели панельных данных

Мотивация: проблема пропущенных переменных. Фиксированные эффекты, случайные эффекты. Предположения об ошибках: строгая экзогенность объясняющих переменных, поперечная экзогенность. Оценки уравнения в разностях. Оценки панелей со случайными эффектами. Оценки панелей с фиксированными эффектами. Тест Хаусмана. Кластеризация наблюдений.

4. Нелинейность и отбор

Дискретные зависимые переменные. Линейная модель вероятности. Пробит-модель. Логистическая модель. Оценка методом максимального правдоподобия. Эндогенность в объясняющих переменных. Множественная логистическая модель. Упорядоченные логистические и пробит-модели.

Цензурированные регрессии и неслучайные выборки. Тобит-модели. Гетерогенность и эндогенность в тобит-моделях. Селективная выборка. тестирование и коррекция смещения селективной выборки

Оценка программ и экспериментов. Проблема дизайна экспериментов и самоотбор. Методы оценки с использованием propensity score. Методы оценки с использованием инструментальных переменных.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Введение в эконометрику [Текст] / К. Доугерти ; пер. с англ. О. О. Замков [и др.] - М. ИНФРА-М, 2010
2. Эконометрика. Начальный курс [Текст] / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий ; Акад. народного хозяйства при Правительстве Рос. Федерации - М. Дело, 2007
3. Сборник задач к начальному курсу эконометрики [Текст] / П. К. Катышев [и др.] ; Акад. народного хозяйства при правительстве РФ - М. Дело, 2007

Дополнительная литература

1. Микроэконометрика: методы и их применения [Текст]. Кн. 1 = Microeconometrics: methods and applications, учебник для вузов / Э. Колин Кэмерон, Правин К. Триведи ; пер. с англ. под науч. ред. Б. Демешева ; Рос. акад. народного хозяйства и гос. службы при Президенте РФ %v. М., Дело, 2015
2. Микроэконометрика: методы и их применения [Текст]. Кн. 2 = Microeconometrics: methods and applications, учебник для вузов / Э. Колин Кэмерон, Правин К. Триведи ; пер. с англ. под науч. ред. Б. Демешева ; Рос. акад. народного хозяйства и гос. службы при Президенте РФ %v. М., Дело, 2015

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

нет

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Microsoft Office, MS PowerPoint.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, алгоритмы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Комбинаторика и цифровая экономика
центр дополнительного, дополнительного профессионального и
онлайн-образования "Пуск"
кафедра дискретной математики
курс: 2
квалификация: магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Разработчик: К.Ю. Войтиков, канд. техн. наук, доцент, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Эконометрика» обучающийся должен:

знать:

современные методы эконометрического анализа и основанные на них современные программные продукты, необходимые для основного понятия эконометрики, основные методы оценивания неизвестных параметров эконометрических моделей, методы проверки статистических гипотез о параметрах построенных моделей, основные методы проверки качества эконометрических моделей, а также современные программные продукты, необходимые для эконометрических исследований.

уметь:

применять современный эконометрический инструментарий для исследований экономических и финансовых решений на уровне индивидов, домохозяйств, фирм, финансовых рынков, финансовых институтов, отраслей, регионов и стран;
обосновывать прогнозы развития фирм, отраслей, регионов, рынков;
моделировать результаты и эффективность субъектов экономической деятельности.

владеть:

методикой и методологией проведения эконометрических исследований; навыками самостоятельной исследовательской работы.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1) Для какой цели используется сглаживание ряда?
- 2) Как используются скользящие средние для сглаживания и прогнозирования временных рядов? Какие проблемы возникают при использовании этого метода для сглаживания квартальных и месячных данных?

- 3) Как и для чего применяется фильтр Ходрика – Прескотта? Какая задача минимизации решается при построении этого фильтра? Какой параметр управляет гладкостью полученного ряда? Почему эта процедура называется фильтрацией? Какой идеальный фильтр аппроксимирует фильтр Ходрика – Прескотта? В чем состоит проблема концов интервала, на котором производится сглаживание? Для какой модели, описывающей тренд и циклическую компоненту, фильтр Ходрика – Прескотта является оптимальным? Какой недостаток этого фильтра обнаруживается при применении его к $I(1)$ ряду?
- 4) Что представляет собой фильтр Бакстера-Кинга, для решения какой задачи он предназначен? Какой идеальный фильтр он представляет? Каковы преимущества этого фильтра по сравнению с фильтром Ходрика – Прескотта?
- 5) Как и для чего применяется экспоненциальное сглаживание, в чем оно состоит? Почему эта процедура называется фильтрацией? Какая задача минимизации решается при построении этого фильтра? Какой параметр управляет гладкостью полученного ряда? Для какой модели, описывающей тренд и циклическую компоненту, фильтр Ходрика – Прескотта является оптимальным?
- 6) Как и для чего применяется двойное экспоненциальное сглаживание?
- 7) В чем состоит метод Хольта, когда и для чего он применяется?
- 8) В чем состоит метод Хольта – Винтерса, когда и для чего он применяется? В чем состоит разница между вариантами с мультипликативной и с аддитивной сезонностью?
- 9) Как строится оптимальный прогноз на h шагов вперед для временного ряда, описываемого стационарной моделью $AR(p)$? Как ведет себя оптимальный прогноз при больших значениях h ?
- 10) Как строится оптимальный прогноз на h шагов вперед для временного ряда, описываемого моделью $MA(q)$? Какую роль при этом играет условие обратимости модели?
- 11) Как строится оптимальный прогноз на h шагов вперед для моделей $ARIMA$?
- 12) Как определяется G-причинность по Грейнджеру для двух переменных? Как можно проверить наличие/отсутствие G-причинности между двумя переменными? Какие осложнения в анализ наличия/отсутствия G-причинности между двумя переменными вносит наличие в системе третьей переменной?
- 13) Как определяется G-причинность в случае N временных рядов? Что понимается под блочной экзогенностью переменных в системе? Как проверить блочную экзогенность группы переменных на основании имеющихся статистических данных?
- 14) Какие особенности возникают при анализе причинных связей в случае нестационарности рассматриваемых переменных? Чем отличаются понятия причинности в долгосрочном и в краткосрочном плане?
- 15) В чем состоит методология Тода-Ямамото для проверки на причинность по Грейнджеру?
- 16) В чем состоят методологии Комиссии Коулса, Лондонской школы экономики и методология VAR?
- 17) В чем состоит проблема идентификации структурной VAR? Какими способами решается эта проблема?
- 18) Что представляют собой функции импульсных откликов, как они вычисляются по заданной модели и каким образом они строятся на основании статистических данных?
- 19) Что представляют собой декомпозиции дисперсий ошибок прогнозов переменных, составляющих модель VAR? Каким образом они строятся на основании статистических данных?
- 20) Какие проблемы возникают при построении функций импульсных откликов в случае неустойчивости VAR?
- 21) Какие особенности возникают при построении функций импульсных откликов в случае, когда статистические данные порождены моделью векторного скользящего среднего?

Билет 1:

1. Для какой модели, описывающей тренд и циклическую компоненту, фильтр Ходрика – Прескотта является оптимальным?
2. Что понимается под блочной экзогенностью переменных в системе?

Билет 2:

1. Какими методами можно оценивать существующую долговременную связь между нестационарными переменными? 2. Каковы преимущества и недостатки этих методов?

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.

Материалы текущего контроля успеваемости

Типовое домашнее задание по теме 1.

1. Рассмотрим стандартную модель множественной регрессии:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$$

при стандартных предположениях Гаусса-Маркова.

а) Выразите МНК-оценку $\hat{\beta}_2$ через выборочные дисперсии и ковариации случайных величин x_1, x_2 и y .

б) Как можно получить МНК-оценки $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$ путем прогона серии простых (с одной объясняющей переменной) регрессий?

в) Предположим, вы оценили параметры γ_0, γ_1 и γ_2 из уравнения

$$x_2 = \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 y + v.$$

Является ли $\bar{\beta}_2 = 1/\hat{\gamma}_2$ несмещенной оценкой параметра β_2 ?

2. Рассмотрим структурную линейную модель с ненаблюдаемой переменной q :

$$y = x\beta + q + v,$$

$$E(v|x, q) = 0.$$

Предположим также, что $E(q|x) = x\delta$ для некоего вектора δ размерности $K \times 1$. Таким образом, q и x возможно коррелированы.

а) Покажите, что $E(y|x)$ линейно по x . Какие последствия это влечет для тестов на функциональную форму, которые выявляют присутствие q в уравнении? Имеет ли значение, насколько сильна корреляция q и x ? Объясните.

б) Предположим дополнительно, что $Var(v|x, q) = \sigma_v^2$ и $Var(q|x) = \sigma_q^2$. Покажите, что $Var(y|x)$ - константа. (Подсказка: $E(qv|x) = 0$ по правилу повторных матожиданий) Что это значит для применимости тестов на гетероскедастичность с целью обнаружить пропущенную переменную?

3. Рассмотрим эконометрическую модель для индивидуальных данных (из развивающихся стран). Модель связывает производительность труда с показателями диеты:

$$\ln(\text{produc}) = \delta_0 + \delta_1 \text{exper} + \delta_2 \text{exper}^2 + \delta_3 \text{educ} + \alpha_1 \text{calories} + \alpha_2 \text{protein} + u_1,$$

где *produc* - мера производительности рабочего, *exper* - опыт работы (в годах), *educ* - образование, *calories* - дневное потребление калорий, *protein* - дневное потребление белка. Предположим, что опыт работы и образование экзогенны.

а) Почему *calories* и *protein* могут быть эндогенны? Объясните.

Возможными инструментами для *calories* и *protein* могут быть региональные цены различных продуктов питания (хлеба, мяса, молока, круп, итп).

б) В каких обстоятельствах региональные цены на продукты питания являются годным инструментом для потребления калорий и белка? Как Ваш ответ изменится, если разница цен отражает в том числе и разницу в качестве продуктов?

в) Сколько различных цен нам нужно, чтоб идентифицировать параметры модели?

г) Предположим, у нас есть данные о ценах для M различных продуктов: p_1, \dots, p_M . Опишите, как протестировать гипотезу, что *calories* и *protein* экзогенны в уравнении модели?

Типовое домашнее задание по теме 2.

1.) Рассмотрим систему уравнений:

$$y_{i1} = x_{i1}\beta_1 + u_{i1}$$

$$y_{i2} = x_{i2}\beta_2 + u_{i2}.$$

Пусть матрица инструментов дана:

$$Z_i = \begin{pmatrix} z_{i1} & 0 \\ 0 & z_{i2} \end{pmatrix}.$$

И пусть Ω - матрица ковариации ошибок $u_i \equiv (u_{i1}, u_{i2})'$, и пусть

$$\Omega^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma^{11} & \sigma^{12} \\ \sigma^{21} & \sigma^{22} \end{pmatrix}$$

1. Найдите $E(Z_i'\Omega^{-1}u_i)$ и покажите, что этот вектор не обязательно нулевой при выполнении условий ортогональности $E(z'_{i1}u_{i1}) = 0$ и $E(z'_{i2}u_{i2}) = 0$.
 2. Что изменится, если Ω (как, соответственно, и Ω^{-1}) диагональна?
 3. Что изменится, если $z_{i1} = z_{i2}$ (без ограничений на Ω)?
- 2.) Пусть следующая структурная модель из трех уравнений описывает связи между переменными в генеральной совокупности:

$$y_1 = \gamma_{12}y_2 + \gamma_{13}y_3 + \delta_{11}z_1 + \delta_{13}z_3 + \delta_{14}z_4 + u_1$$

$$y_2 = \gamma_{21}y_1 + \delta_{21}z_1 + u_2$$

$$y_3 = \delta_{31}z_1 + \delta_{32}z_2 + \delta_{33}z_3 + \delta_{34}z_4 + u_3,$$

где $z_1 = 1$, т.е. свободный член присутствует в каждом уравнении. Пусть выполняются стандартные предположения, что $E(u_g) = 0$ для $g = 1, 2, 3$ и что каждый z_j не коррелирует ни с одним u_g . В дополнение к обычным условиям исключения (exclusion restrictions), которые уже налагаются самим видом системы, предположите, что $\delta_{13} + \delta_{14} = 1$.

1. Проверьте условия порядка и условия ранга (order and rank conditions) для первого уравнения. Каковы необходимые и достаточные условия для того, чтоб условие ранга выполнялось?
2. Предполагая, что первое уравнение идентифицируемо, предложите метод его оценки (как отдельного уравнения) со всеми ограничениями. Опишите подробно.

- 3.) Следующая модель, описываемая системой из 2х уравнений, содержит произведение экзогенной и эндогенной переменных:

$$y_1 = \delta_{10} + \gamma_{12}y_2 + \gamma_{13}y_2z_1 + \delta_{11}z_2 + u_1$$

$$y_2 = \delta_{20} + \gamma_{21}y_1 + \delta_{21}z_1 + \delta_{23}z_3 + u_2.$$

1. Для начала, предположите, что $\gamma_{13} = 0$, так что модель превращается в линейную систему одновременных уравнений. Укажите условия идентификации каждого из уравнений.
2. Для любой данной величины γ_{13} выведите сокращенную форму для y_1 (предполагая, что она существует) в терминах z_j , u_g и параметров.
3. Предполагая, что $E(u_1|z) = E(u_2|z) = 0$, найдите $E(y_1|z)$.
4. Аргументируйте, что при выполнении условий из п.1, модель идентифицируема независимо от величины γ_{13} .
5. Предложите процедуру 2-шагового МНК для оценки первого уравнения.
6. Определите матрицу инструментов, подходящих для 3-шагового МНК.
7. Предположите что $\delta_{23} = 0$, но при этом мы знаем, что $\gamma_{13} \neq 0$. Можем ли мы получить состоятельные оценки параметров первого уравнения? Если да, то как? Можно ли протестировать $H_0 : \gamma_{13} = 0$?

Типовое домашнее задание по теме 3.

- 1.) Рассмотрим модель инвестиций в основной капитал в заданной отрасли экономики (например, в промышленности), где кросс-секционные наблюдения соответствуют разным регионам и всего есть T годовых наблюдений для каждого региона:

$$\ln(invest_{it}) = \theta_t + z_{it}\gamma + \delta_1 tax_{it} + \delta_2 disaster_{it} + c_i + u_{it}.$$

Переменная tax_{it} - предельная ставка налога в регионе (регионы могут устанавливать разные ставки налогов), $disaster_{it}$ - дамми-переменная равная единице, если в регионе i в период t случилось существенное природное бедствие (наводнение, ураган, землетрясение, итп). Вектор переменных z_{it} включает в себя другие факторы, влияющие на уровень инвестиций, θ_t - свободный член, варьирующийся по времени.

- a) Почему важно в этом уравнении позволить свободному члену меняться во времени?
 - b) Какие факторы заключены в c_i ?
 - c) Если уравнение отражает причинно-следственную связь, что подсказывает экономическая интуиция о знаке δ_1 ?
 - d) Каким методом Вы бы оценивали эту модель? Какие предположения необходимо для этого сделать?
 - e) Как Вы думаете, резонно ли предположение о строгой экзогенности переменных tax_{it} и $disaster_{it}$? Почему или почему нет?
- 2.) Данные в базе WAGERAN.DTA содержат информацию по 545 мужчинам, которые работали в каждый из годов с 1980 по 1987. Рассмотрим уравнение зарплат:

$$\ln(wage_{it}) = \theta_t + \beta_1 educ_i + \beta_2 black_i + \beta_3 hispan_i + \beta_4 exper_{it} + \beta_5 exper_{it}^2 + \beta_6 married_{it} + \beta_7 union_{it} + c_i + u_{it}.$$

(Переменные описаны в файле данных. Заметьте, что уровень образования индивида не варьируется по времени.)

- a) Оцените уравнение простым МНК и приведите результаты оценивания. Правильно ли оценены стандартные ошибки, даже если предположить, что c_i не коррелирует с объясняющими переменными? Почему?
- b) Оцените уравнение со случайными эффектами (random effects). Сравните результаты с п. а).
- c) Оцените уравнение с фиксированными эффектами (fixed effects). Почему переменная $exper_{it}$ является лишней в модели, несмотря на то, что она меняется во времени? Как изменились "надбавки" за женитьбу (marriage) и членство в профсоюзе (union) по сравнению с п. b)?
- d) Добавьте в модель произведения переменных $d81 \times educ$, $d82 \times educ$, ..., $d87 \times educ$ и оцените методом фиксированных эффектов. Растет ли со временем "премия" за образование?
- e) Вернитесь к варианту модели из п. c). Добавьте будущее значение членства в профсоюзе ($union_{i,t+1}$) к уравнению и оцените модель методом фиксированных эффектов (заметьте, что данные за 1987 год таким образом потеряны). Значимо ли $union_{i,t+1}$ статистически? Что говорит этот результат о строгой экзогенности членства в профсоюзе?

Типовое домашнее задание по теме 4.

- 1.) Вы - исследователь, нанятый университетом, чтобы оценить эффект употребления наркотиков на успеваемость студентов. Вы получили данные обследования, в которых содержится: интервал, в котором находится средний балл студента (ниже 3, 3 - 3.5, 3.5 - 4, 4 - 4.5, 4.5 - 5); данные о составе семьи студента; употребляет ли студент наркотики; балл ЕГЭ при поступлении.

Какой подход Вы используете, чтоб ответить на вопрос? Опишите подробно метод исследования, так чтоб другой исследователь мог легко применить Вашу методологию на другом массиве данных.

- 2.) Рассмотрим пробит-модель $P(y = 1|\mathbf{z}, q) = \Phi(z_1\delta_1 + \gamma_1 z_2 q)$, где q - случайная величина независимая от \mathbf{z} и распределенная стандартно нормально. Вектор \mathbf{z} наблюдаем, скаляр q - не наблюдаем.

- a) Найдите частичный эффект z_2 на вероятность отклика, то есть $\frac{\partial P(y=1|\mathbf{z}, q)}{\partial z_2}$.
- b) Покажите, что $P(y = 1|\mathbf{z}) = \Phi\left[\frac{z_1\delta_1}{(1+\gamma_1^2 z_2^2)^{1/2}}\right]$.
- c) Обозначим $\rho_1 \equiv \gamma_1^2$. Как протестировать гипотезу $H_0 : \rho_1 = 0$?
- d) Допустим, у Вас есть причины полагать, что $\rho_1 > 0$. Как бы Вы оценили δ_1 вместе с ρ_1 ?

- 3.) Пусть зависимая переменная y - часть годового дохода, которую работник решил инвестировать в пенсионный фонд. Предположим, по закону такие инвестиции не могут превышать 10% годового дохода. Таким образом, в выборке наблюдаются значения y_i в промежутке от 0 до 10, со скоплениями точек в концах этого интервала.

- a) Какую модель Вы использовали бы для y ?
- b) Объясните концептуальную разницу между $y = 0$ и $y = 10$. В частности, какой из пределов возникает из-за отсечения данных, а какой представляет собой краевое решение?
- c) Предположим, Вам нужно ответить на вопрос: "Каков будет эффект на $E(y|\mathbf{x})$, если верхний предел будет поднят с 10% до 11% годового дохода?"
Как бы Вы оценили это? (Подсказка: сделайте верхний предел переменной, и возьмите производную)
- d) Если на уровне $y = 10$ нет наблюдений, к чему сводится модель?