УДК 658.155.2

А.И. Брильков

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Оптимальная инвестиционная и дивидендная политика при обязательных дивидендах, растущих экспоненциально

В работе рассматривается оптимальная дивидендная политика при обязательных дивидендах, растущих экспоненциально. Показаны различные позиции относительно дивидендной политики. Была построена общая модель, основанная на выплате дивидендов, ограниченных снизу. На основании общей модели построена модель с ростом дивидендов по экспоненте. Для этой модели было найдено оптимальное решение в общем виде, проанализированы частные случаи, такие как равенство рентабельности предприятия и банковской ставки; совпадение рентабельности, банковской ставки и нормы роста дивидендов. Проведен анализ чувствительности оптимального решения по параметрам модели.

Ключевые слова: дивиденды, инвестиции, рентабельность, экспоненциальный рост, банковская ставка, оптимальное решение, политика.

Решение предприятия о выплате дивидендов часто связано с другими решениями об инвестиционной политике и финансировании проектов. Планируя оптимистичный прогноз о будущем предприятия, менеджеры выплачивают низкие дивиденды, чтобы нераспределенную прибыль, оставшуюся после дивидендных выплат, направить на развитие. В этом случае дивиденды являются побочным продуктом. Если же прогноз не оправдывается, и на самом деле состояние предприятия несколько хуже ожиданий, то принимается решение о выплате более высоких дивидендов.

Другие предприятия планируют обеспечить своё долгосрочное развитие главным образом за счёт заемных средств, например, банковским кредитом или выпуском облигационных займов. В этом случае появляется значительная часть прибыли для выплаты дивидендов.

Будем отделять дивидендную политику от политики финансирования и будем считать, что предприятие не привлекает займы, а способно строить своё развитие на собственной нераспределенной прибыли.

Дивиденды могут выплачиваться в различных видах. В данной статье пойдет речь только о дивидендах в денежной форме. Более подробно о видах дивидендных выплат можно найти в [1].

Снижение дивидендов будет обозначать для инвесторов ухудшение ситуации в компании, тогда дивидендные выплаты должны быть ограничены снизу минимальными выплатами за период t:

$$D^t \geqslant D^t_{\min} > 0.$$

Для простоты рассмотрим однопродуктовое производство. Пусть Φ — капитал, состоящий из основных ($\Phi_{\text{осн}}$) и оборотных средств ($\Phi_{\text{об}}$), то есть $\Phi = \Phi_{\text{об}} + \Phi_{\text{ос}}$.

Прибыль предприятия выражается через его капитал:

$$\Pi = \rho \cdot \Phi, \tag{1}$$

где ρ — рентабельность производства, то есть мера прибыли за определённое время на единицу капитала. Поскольку изменения происходят на предприятии не моментально, и прибыль получается не мгновенно, запишем выражения для прибыли (Π), капитала (Φ), инвестиций (U) и дивидендов (D):

$$\Pi^t = \rho \cdot \Phi^{t-1}, \tag{2}$$

$$\Pi^t = U^t + D^t, \tag{3}$$

$$\Phi^t = \Phi^{t-1} + U^t. \tag{4}$$

Весь временной интервал планирования (T) разбит на равные части. Будем говорить, что между ними единица времени (например, один месяц, один квартал, один год и т. д.), за которую происходят соответствующие изменения. Но, как правило, ключевые решения принимаются на основании результатов, которые отражены в отчётах, и вероятнее всего совпадают с концом одного отчётного периода и началом другого.

Для оценки эффективности работы предприятия следует взять богатство акционеров на конец рассматриваемого планового интервала T, состоящее из двух частей. Первая часть — рыночная стоимость предприятия, и вторая часть — накопленные дивиденды (будем считать, что ставка наращения денег во времени будет все время одна и та же и составлять β процентов за период). Тогда

$$K = \chi \cdot \Phi^T + \sum_{t=1}^{T} D^t (1+\beta)^{T-t}, \tag{5}$$

где χ — отношение рыночной стоимости (тут понимается капитализация или стоимость акций компании) к номинальной, то есть балансовой стоимости предприятия, а $(1+\beta)^{T-t}$ — коэффициент наращения стоимости дивидендов к концу интервала планирования T.

Теперь необходимо решить задачи оптимизации, где (5) является целевой функцией, исследуемой на максимум, при ограничениях (2), (3) и (4), а также неотрицательности капитала, инвестиций и дивидендов.

Из вида целевой функции (5) и вида ограничений на основании принципа максимума Понтрягина [2] можно сделать выводы о виде оптимального решения. Поскольку ограничения линейные, то либо сначала дивиденды минимально возможные, а потом нулевые инвестиции; либо сначала нулевые инвестиции, а далее минимальные дивиденды. На основании работы [3] можно сказать, что для случая $\rho > \beta$ структура оптимального решения задается в следующем виде:

$$0 \leqslant t \leqslant \tau: \quad U^t \geqslant 0, \quad \Delta D^t = 0, \tag{6}$$

$$\tau+1 \leqslant t \leqslant T = \eta+\tau: \quad U^t = 0, \quad \Delta D^t \geqslant 0,$$

где τ — длительность периода накопления.

В случае $\rho < \beta$ получаем

$$0 \leqslant t \leqslant \eta: \quad U^t = 0, \quad \Delta D^t > 0, \tag{7}$$

$$\eta+1 \leqslant t \leqslant T: \quad U^t > 0, \quad \Delta D^t = 0,$$

где η — длительность периода потребления. Суммой продолжительности периода потребления и периода накопления является интервал планирования, это можно выразить следующим выражением:

$$T = \eta + \tau.$$

То есть для случая, когда рентабельность больше ставки банковских вкладов ($\rho > \beta$), предприятие вкладывает как можно больше в своё развитие, а как только рентабельность выходит на нужный уровень — вся прибыль идёт на дивиденды. Во втором случае ($\rho < \beta$) сначала вся прибыль идёт на дивиденды, а только потом начинается развитие. Это связано с аномальностью условия. Вообще говоря, владельцам производства не всегда выгодно иметь его, так как положить деньги в банк является более рациональным решением. Но если рассмотреть кризисную ситуацию, как в 2008 году, когда стоимость денег быстро возросла, а рентабельность сильно уменьшилась и не было возможности быстро и выгодно продать активы, то данный случай не исключен и заслуживает отдельного внимания.

Сначала разберём первый случай. Выражение (6) позволяет найти максимальное значение критерия (5) по параметру τ. Как уже было сказано выше, случай состоит из двух частей:

1. $0 \leqslant t \leqslant \tau: \quad U^t \geqslant 0, \quad \Delta D^t = 0$, тогда из (2) и (3) имеем $\rho\Phi^{t-1} = U^t + D^t_{\min}$, а выражение для капитала на конец периода t примет вид

$$\Phi^t = \Phi^{t-1}(1+\rho) - D^t_{\min},$$

на основании этого рекуррентного соотношения выражение для капитала на конец интервала накопления будет

$$\Phi^\tau = \Phi^0(1+\rho)^\tau - \sum_{t=1}^{\tau} D^t_{\min}(1+\rho)^{\tau-t}. \tag{8}$$

Капитал на всем интервале потребления не будет меняться. Дивиденды с учётом наращения за интервал накопления составили:

$$\sum_{t=1}^{\tau} D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t}. \tag{9}$$

1. $\tau+1 \leqslant t \leqslant T = \eta+\tau: \quad U^t = 0, \quad \Delta D^t \geqslant 0$, тогда из (4) получаем, что $\Phi^t = \Phi^\tau$, а из (2) и (3) — $\rho\Phi^{t-1} = D^t$. То есть вся прибыль идёт на выплату дивидендов. Доход инвестора будет:

$$\sum_{t=\tau+1}^{T} D^t(1+\beta)^{T-t} = \rho\Phi^\tau \frac{(1+\beta)^{T-\tau}-1}{\beta}. \tag{10}$$

Чтобы получить окончательно выражение для суммарного богатства инвестора за весь интервал планирования, подставим (8–10) в (5). После преобразований получаем

$$K_{\max}(\tau) = \left[\Phi^0(1+\rho)^\tau - \sum_{t=1}^{T} D^t_{\min}(1+\rho)^{T-t}\right] \times$$

$$\times \left[\chi + \rho\frac{(1+\beta)^{T-t}-1}{\beta}\right] + \sum_{t=T-\tau+1}^{T} D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t}. \tag{11}$$

Разберем второй случай, также состоящий из двух частей:

2. $0 \leqslant t \leqslant \eta: \quad U^t = 0, \quad \Delta D^t > 0$, тогда, как и во второй части предыдущего пункта, вся прибыль идёт на выплату дивидендов. Получим выражение для дохода инвестора:

$$\sum_{t=1}^{\eta} D^t(1+\beta)^{T-t} = \rho\Phi^0(1+\beta)^{T-\eta}\frac{(1+\beta)^\eta-1}{\beta}. \tag{12}$$

3. $\eta+1 \leqslant t \leqslant T: \quad U^t > 0, \quad \Delta D^t = 0$, тогда $\Phi^t = \Phi^{t-1}(1+\rho) - D^t_{\min}$. Итоговый капитал:

$$\Phi^T = \Phi^0(1+\rho)^{T-\eta} - \sum_{t=\eta+1}^{T} D^t_{\min}(1+\rho)^{T-t}. \tag{13}$$

Накопленные минимальные дивиденды за период накопления:

$$\sum_{t=\eta+1}^{T} D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t}. \tag{14}$$

Тогда максимальное значение критерия (5) по параметру τ, с учётом (12–14) и тем, что $T = \eta + \tau$, можно записать:

$$K_{\max}(\tau) =$$

$$= \chi\left[\Phi^0(1+\rho)^\tau - \sum_{t=T-\tau+1}^{T} D^t_{\min}(1+\rho)^{T-t}\right] +$$

$$+\rho\Phi^0\frac{(1+\beta)^{T-\tau}-1}{\beta}(1+\beta)^\tau +$$

$$+\sum_{t=T-\tau+1}^{T} D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t}. \qquad (15)$$

Одной из важнейших функций в экономике можно назвать экспоненту. Формула сложных процентов и её приложения являются основой для многих разделов экономики. Поэтому рассмотрим рост дивидендов по экспоненте. Будем считать, что минимальные дивиденды задаются формулой:

$$D^t_{\min} = D_0(1+e)^{t-1}, \qquad (16)$$

где D_0 — дивиденды на первом шаге, а e — темп роста, в долях единицы за один период, также сделаем допущения, что темп роста постоянный на всем интервале планирования.

Сначала рассмотрим только первый случай, когда рентабельность больше ставки процента по вкладам ($\rho > \beta$). Перепишем суммы из (11), куда входит $D^t_{\min}$, с учётом (16):

$$\sum_{t=1}^{\tau} D^t_{\min}(1+\rho)^{\tau-t} = D_0\frac{(1+\rho)^\tau-(1+e)^\tau}{\rho-e},$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t} =$$

$$= D_0(1+\beta)^{T-\tau}\frac{(1+\beta)^\tau-(1+e)^\tau}{\beta-e}.$$

Полученные суммы подставим в (11), перейдем от переменной τ к η (16):

$$K_{\max}(\eta) = \left[\Phi^0 - D_0\frac{1}{\rho-e}\right](1+\rho)^T(1+\rho)^{-\eta}\times$$

$$\times\left[\chi+\rho\frac{(1+\beta)^\eta-1}{\beta}\right] + D_0(1+e)^{-\eta}(1+e)^T\times$$

$$\times\left[(\chi+\rho\frac{(1+\beta)^\eta-1}{\beta})\frac{1}{\rho-e} - \frac{(1+\beta)^\eta}{\beta-e}\right]+$$

$$+D_0\frac{(1+\beta)^T}{\beta-e}.$$

Неотрицательность капитала и дивидендов гарантируется их видом. Условие неотрицательности инвестиций на интервале накопления, так как на интервале потребления инвестиции нулевые. Из (2), (3) и (8) с учётом (16) получаем выражение для инвестиций:

$$U^t = \rho(\Phi^0 - \frac{D_0}{\rho-e})(1+\rho)^{t-1} + eD_0\frac{(1+e)^{t-1}}{\rho-e}. \qquad (17)$$

Считаем, что e не меньше, чем ρ (иначе наша задача не имела бы смысла, потому что прибыли не хватило, чтобы обеспечить потребности в дивидендах), тогда условие неотрицательности выглядит так:

$$\tau \in \left[0; \frac{\ln\frac{\rho}{e}(1-(\rho-e)\frac{\Phi^0}{D_0})}{\ln\left(\frac{1+e}{1+\rho}\right)}+1\right]$$

или

$$\eta \in \left[T - \frac{\ln\frac{\rho}{e}(1-(\rho-e)\frac{\Phi^0}{D_0})}{\ln\left(\frac{1+e}{1+\rho}\right)} - 1; T\right]. \qquad (18)$$

Поскольку η — дискретный параметр, то для нахождения максимума функции (16) воспользуемся методом одношаговой разности, идея которого заключается в рассмотрении разности двух соседних значений функции по аргументу. Тем не менее одношаговая разность несет в себе тот же смысл для нахождения экстремумов, как и производная. Одношаговая разность вычисляется по следующей формуле: $\Delta_1 K_{\max}(\eta) = K_{\max}(\eta+1) - K_{\max}(\eta)$.

Запишем одношаговою разность для функции (16), после перегруппировки получим

$$\Delta_1 K_{\max}(\eta) = \big[\rho(\Phi^0 - \frac{D_0}{\rho-e})(1+\rho)^T(1+\rho)^{-\eta-1}+$$

$$+D_0(1+e)^{-\eta-1}(1+e)^T\frac{e}{\rho-e}\big]\big[-[(1+\beta)^\eta-1]\times$$

$$\times\left(\frac{\rho}{\beta}-1\right)+(1-\chi)\big]. \qquad (19)$$

Заметим, что в (19) выражение в первой квадратной скобке — инвестиции, а они всегда положительные при условии (18). То есть чтобы исследовать на знак функцию (19), необходимо проследить за сменой знака выражения во второй квадратной скобке. Это выражение монотонно убывающее по η. Введём обозначения

$$\eta_u = T - \frac{\ln\frac{\rho}{e}(1-(\rho-e)\frac{\Phi^0}{D_0})}{\ln\left(\frac{1+e}{1+\rho}\right)} - 1,$$

что является минимальным интервалом потребления из (18) и $\eta_\chi = \sqrt[n]{\frac{1-\chi}{\frac{\rho}{\beta}-1}+1}-1$, что является нулем во второй скобке в случае $1-\chi>0$.

Если $1-\chi<0$, то оно отрицательно, и оптимальное решение имеет вид

$$\eta^* = 0, \text{ если } \eta_u < 0,$$

$$\text{и } \eta^* = [\eta_u]+1, \text{ иначе.} \qquad (20)$$

Здесь квадратные скобки обозначают целую часть.

Если же $1-\chi>0$, оптимальное решение задается:

$$\eta^* = T \text{ при } \eta_u \leqslant \eta_\chi, \eta_\chi \geqslant T;$$

$$\eta^* = [\eta_\chi]+1 \text{ при } \eta_u \leqslant \eta_\chi \leqslant T;$$

$$\eta^* = [\eta_u]+1 \text{ при } \eta_u \geqslant \eta_\chi. \qquad (21)$$

Для второго случая ($\rho < \beta$), когда сначала вся прибыль идёт на дивиденды, а только потом начинается развитие. Аналогично выражению (16) получим

$$K_{\max}(\eta) = \chi\big[\Phi^0(1+\rho)^{T-\eta} - D_0(1+e)^\eta\times$$

$$\times\frac{(1+\rho)^{T-\eta}-(1+e)^{T-\eta}}{\rho-e}\Big]+\rho\Phi^0(1+\beta)^{T-\eta}\frac{(1+\beta)^{\eta}}{\beta}+$$

$$+D_0(1+e)^{\eta}\frac{(1+\beta)^{T-\eta}-(1+e)^{T-\eta}}{\beta-e}. \qquad (22)$$

Далее из (22) получим выражение для одношаговой разности:

$$\Delta_1 K_{\max}(\eta)=\big[\rho\Phi^0-D_0(1+e)^{\eta}\big]\big[(1+\beta)^{T-\eta-1}-$$

$$-\chi(1+\rho)^{T-\eta-1}\big]. \qquad (23)$$

Снова видим, что выражение в первой квадратной скобке является инвестициями за первый период сразу после окончания интервала накопления. Найдём условие неотрицательности инвестиций. Приближаясь к концу интервала планирования, инвестиции уменьшаются, значит, необходимо рассмотреть функцию инвестиций на конце.

$$\rho\Phi^0(1+\rho)^{\tau-1}-\rho D_0(1+e)^{T-\tau}\times$$

$$\times\frac{(1+\rho)^{\tau-1}-(1+e)^{\tau-1}}{\rho-e}-D_0(1+e)^{T-1}\geqslant 0.$$

Для простоты анализа преобразуем это выражение:

$$\rho\Phi^0(1+\rho)^{\tau-1}-\rho D_0(1+e)^{T-1}\frac{\left(\frac{1+\rho}{1+e}\right)^{\tau-1}}{\rho-e}+$$

$$+\frac{\rho D_0(1+e)^{T-1}}{\rho-e}-D_0(1+e)^{T-1}\geqslant 0.$$

Поскольку T — фиксировано, а $\frac{1+\rho}{1+e}\leqslant 1+\rho$, то первый положительный член растёт быстрее, чем растёт второй отрицательный член. То есть с увеличением τ выражение только увеличивается. Или при уменьшении η выражение увеличивается. В зависимости от начальных условий либо при любых η инвестиции положительны, либо при $\eta \leqslant \eta_u$ положительны, а дальше — отрицательные. Вторая скобка из (23) будет положительна при $\eta\leqslant T-\frac{\ln\chi}{\ln\left(\frac{1+\beta}{1+\rho}\right)}-1=\eta_\chi$.

В зависимости от параметров легко определить знак функции (23). Соответственно по такому же правилу, как и для производной, зная, где происходит смена знака, легко определить максимум функции (22).

Если внимательно посмотреть на ход решения, то можно увидеть несколько предельных случаев, когда знаменатель какой-нибудь дроби может обращаться в ноль. До этого не обращали внимания на них, но если упустить их из виду, то можно получить нечеткое представление об оптимальном решении, поэтому остановимся на них подробнее.

Вернемся к важной формуле 17. Как не трудно заметить, что в случае $\rho=e$, инвестиции стремятся к бесконечности. Поэтому рассмотрим этот случай отдельно. Выражение для минимальных дивидендов примет следующий вид:

$$D^t_{\min}=D_0(1+\rho)^{t-1}.$$

Соответствующие суммы из (11) будут выглядеть:

$$\sum_{at=1}^{\tau}D^t_{\min}(1+\rho)^{\tau-t}=\tau D_0(1+\rho)^{\tau-1}.$$

и

$$\sum_{t=1}^{\tau}D^t_{\min}(1+\beta)^{T-t}=D_0(1+\beta)^{T-\tau}\frac{(1+\beta)^{\tau}-(1+\rho)^{\tau}}{\beta-\rho}.$$

Подставим их в (11) и сделаем необходимые преобразования, тогда получим

$$K_{\max}(\eta)=(1+\rho)^T(1+\rho)^{-\eta}\left\{\left[\Phi^0-\frac{(T-\eta)D_0}{1+\rho}\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[\chi+\rho\frac{(1+\beta)^{\eta}-1}{\beta}\right]-D_0\frac{(1+\beta)^{\eta}}{\beta-\rho}\right\}+D_0\frac{(1+\beta)^T}{\beta-\rho}. \qquad (24)$$

Определим выражения для капитала и инвестиций:

$$\Phi^t=(\Phi^0-\frac{tD_0}{1+\rho})(1+\rho)^t;$$

$$U^t=(1+\rho)^{t-1}\left[\rho\Phi^0-\frac{\rho tD_0+D_0}{1+\rho}\right]. \qquad (25)$$

Как видно из (25), мы избавились от обращения знаменателя в ноль, но теперь надо выяснить, насколько изменилась задача, и подходят ли методы, предложенные выше, для её решения. Выше мы пользовались методом одношаговой разности, которая приводилась к произведению двух сомножителей, один из которых являлся инвестициями.

Из (25) найдём условия неотрицательности инвестиций:

$$\tau\in\left[0;\frac{\Phi^0}{D_0}(1+\rho)-\frac{1}{\rho}\right]$$

или

$$\eta\in\left[T-\frac{\Phi^0}{D_0}(1+\rho)+\frac{1}{\rho};T\right].$$

Посмотрим, чему равна одношаговая разность для случая равенства рентабельности производства норме роста минимальных дивидендов. Сразу разделим её на $(1+\rho)^T(1+\rho)^{-\eta-1}$, для удобства вычисления

$$\frac{\Delta_1 K_{\max}(\eta)}{(1+\rho)^T(1+\rho)^{-\eta-1}}=\left[\rho\Phi^0-\frac{\rho(T-\eta)+1}{1+\rho}D_0\right]\times$$

$$\times\left[-(1+\beta)^{\eta}\left(\frac{\rho}{\beta}-1\right)+\left(\frac{\rho}{\beta}-\chi\right)\right]. \qquad (26)$$

Таким образом, убеждаемся, что структура одношаговой разности осталась такой же. То есть первая скобка — функция инвестиций, а вторая — точно такая же, как и для случая $\rho\neq e$, которую мы уже анализировали выше.

Из всего вышесказанного следует, что оптимальное решение ищется по тому же алгоритму и формулы (20–21) описывают максимум.

Обратимся снова к выражению (24). Здесь мы получили новую особенность в случае равенства рентабельности предприятии ρ и банковской ставки процента β. Проделаем всю процедуру для этого случая заново. Для начала вспомним, что рентабельность равна норме роста дивидендов. Тогда получим новый предельный случай $e = \rho = \beta$. Поскольку указанные параметры равны, то, чтобы упростить дальнейшие выкладки, будем везде указывать ρ как единственный параметр вместо трёх. Тогда аналогичным образом сразу получим выражение для критерия богатства инвестора:

$$K_{\max}(\eta) = (1+\rho)^T (1+\rho)^{-\eta} \left[\Phi^0 - \frac{(T-\eta)D_0}{1+\rho}\right] \times$$
$$\times \left[\chi + (1+\rho)^\eta - 1\right] + (T-\eta)D_0(1+\rho)^{T-1}$$

По прежнему алгоритму далее стоило бы найти капитал предприятия и его инвестиции, но если внимательно посмотреть на выражения (25), то видно, что эти выражения не зависят от банковской ставки, поэтому нет необходимости их пересчитывать. И допустимые периоды накопления и потребления, при которых инвестиции не выходят в отрицательную область, остаются неизменными.

Для этого случая определим выражения для одношаговой разности, с учётом всех изменений:

$$\Delta_1 K_{\max}(\eta) = (1+\rho)^T (1+\rho)^{-\eta-1} \times$$
$$\times \left[\rho\Phi^0 - \frac{\rho(T-\eta)+1}{1+\rho} D_0\right] [1-\chi]. \qquad (27)$$

Одношаговая разность намного упростилась по отношению к предыдущим случаям. В второй квадратной скобке осталась лишь одна переменная — отношение рыночной стоимости предприятия к его балансовой, которая по нашему предположению не зависит от времени.

Из выражения для одношаговой разности (27) получается простое правило для выбора оптимального решения, *если отношения рыночной стоимости компании к её балансовой больше χ единицы, то при всех допустимых значениях одношаговая разность меньше нуля.* Если же χ меньше единицы, то функция $\Delta_1 K_{\max}(\eta)$ положительна при положительных инвестициях.

Чтобы проверить непротиворечивость наших решений и в целом модели, применим чувствительный анализ. Для этого посмотрим, что происходит с решением при изменении одного параметра, когда остальные зафиксированы. Сначала рассмотрим банковскую ставку процента β. Из выражения 17 видно, что инвестиции и все, что связано с производством, не зависят от β, чего и стоило ожидать, так как в самом начале построения модели не рассматривали заемные средства. Банковская ставка влияет только на благосостояние акционера. Чем больше β, тем выгоднее получать деньги и самому ими распоряжаться, нежели ждать роста акций, на которые влияет помимо всего и внешняя конъектура рынка, то есть при увеличении банковской ставки β уменьшается участок накопления и увеличивается период потребления. При уменьшении β инвестору невыгодно забирать деньги у развивающейся компании, имеющей потенциал выше среднерыночного. То есть сокращается период потребления и увеличивается период накопления.

Теперь посмотрим на формулы (20–21) и соответствующие графики, а также на выражение, стоящее во второй квадратной скобке. Увеличивая β, уменьшается значение аргумента в (19), а следовательно, и те оптимальные решения, которые считаются относительно этого аргумента. Как видно, это соотносится с выводами в предыдущем абзаце.

Если рентабельность бизнеса растёт, то имеет смысл вкладывать в компанию, ожидая в дальнейшем большую цену за акции. То есть для коэффициента ρ — обратная ситуация по сравнению с ставкой банка. С ростом рентабельности ρ увеличивается период накопления, а с уменьшением — увеличивается период потребления.

Снова посмотрим на формулы (20–21) и убедимся, что они дают такие же выводы. Инвестиции при увеличении рентабельности увеличиваются практически экспоненциально. Вторая скобка в выражении для одношаговой разности уменьшается, тем самым уменьшая период накопления.

Коэффициент χ показывает отношение рыночной стоимости к капиталу компании. При увеличении χ инвестору выгоднее вкладывать в производство, так как эффективность инвестиций увеличивается. Напомним, что капитал прирастает за счёт инвестиций $\Phi^t = \Phi^{t-1} + U^t$. А при уменьшении χ выгоднее забрать средства из производства в виде дивидендов и вложить их либо в другое предприятие, либо положить в банк.

Убедиться в верности суждений об отношении рыночной стоимости к капиталу можно сразу из вида функции благосостояния акционеров.

На основании полученных выводов и решений, легко разрешается, в каком размере стоит выплачивать дивиденды, имея определённый минимум, который либо исторически сложился, либо выбрался менеджерами предприятия из их видения рынка. Экспоненциальный рост очень часто встречается в экономике. Это и вычисление сложного процента, и учёт инфляции, и изменение стоимости денег (дисконтирование и компаундирование) и так далее.

Одним из важных примеров можно назвать случай равенства коэффициента e ставке инфляции. То есть компания будет предлагать своим акционерам вознаграждение, равное во времени, очищенное от инфляции. Акционер, нацеленный на потребление, несомненно оценит такую политику.

Литература

1. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. — М.: Олимп-Бизнес, 1997.

2. *Соколов А.В., Токарев В.В.* Методы оптимальных решений. — М.: Наука, 2008.

3. *Иванов Ю.Н., Лившиц И.Л.* Оптимальная инвестиционная и дивидендная политика (к теории оптимального предприятия) // Системные исследования. Методические проблемы: ежегодник. — 2002.

Поступила в редакцию 15.12.2008.