

УДК 538.915

Т.В. Криштон, К.Э. Нагаев

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Квантовая проводимость двумерного баллистического контакта

Вычисляется проводимость двумерного баллистического контакта в квантовом пределе, когда размер контакта существенно меньше фермиевской длины волны электрона.

Ключевые слова: квантовый контакт, микроконтакт, баллистическая проводимость.

Рассмотрим двумерный баллистический контакт в случае, когда размер контакта существенно меньше фермиевской длины волны электрона. Пример такого контакта — контакты на гетероструктурах GaAs с высокой подвижностью при достаточно большом затворном напряжении.

Проводимость таких контактов теоретически вычислялась в нескольких работах. В работе [1] выводились волновые функции барьера с одиночным отверстием в трехмерном случае. Это делалось методом решения уравнений Лапласа в эллиптических координатах. В работе [2] был сделан ряд поправок к работе [1] и полученные волновые функции использовались для вычисления проводимости трехмерного квантового контакта, что давало результат $G \propto (k_F a)^6$, где a — характерный размер такого контакта.

Проводимость двумерного контакта вычислялась в [3], при этом двумерный контакт получался из трехмерного путем «склеивания», а геометрия области «склеивания» моделировалась отталкивательным дельта-потенциалом, равномерно распределенным по границе. В случае $a \ll \lambda_F$ получалась сложная зависимость: $G \propto (1 + 4/\pi^2[\gamma + \ln(k_F a/2)]^2)^{-1}$, хотя было бы логично ожидать, что с уменьшением размерности просто уменьшится показатель степенной зависимости от a . Похожий случай мы наблюдаем в квазиклассике. Согласно формуле Шарвина, проводимость пропорциональна размеру отверстия в двумерном случае и площади отверстия — в трехмерном (см. 3.20 и 3.21 из [4]).

Мы использовали для вычисления проводимости двумерного контакта стандартный метод Ландауэра [4]. Будем рассматривать следующую модель геометрии контакта. Две проводящие полуплоскости разделены непроницаемой диэлектрической перегородкой, в которой имеется прорезь размера $2a$ [5]. Пусть на контакт падают плоские волны. Рассмотрим одну из них: $\psi_n = \exp(ik_n y)$ (см. рис. 1). При прохождении контакта она рассеивается во множество плоских волн ψ_{nm} и дает прошедшую волну: $\sum_m t_{nm} \exp(ik_m y) = \sum_m \psi_{nm}$. Введем коэффициент прохождения для каждой волны ψ_{nm} в виде отношения прошедшего и падающего потоков: $T_{nm} = j(\psi_{nm})/j(\psi_n)$. Формула Ландауэра позволяет выразить проводимость через эти коэффициенты прохождения:

$$G = \frac{e^2}{\pi \hbar} \sum_{nm} T_{nm}. \quad (1)$$

В нашем случае n и m эквивалентны углам φ_k и φ , которые падающая и прошедшая волны соответственно образуют с осью OY , перпендикулярной линии диэлектрика, т. е. проводимость можно записать в виде

$$G = \frac{e^2}{\pi \hbar} \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi_k k_F \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi R T(\varphi_k, \varphi), \quad (2)$$

где $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от центра контакта. Коэффициент прохождения равен отношению потоков падающей и прошедшей волн:

$$T = \frac{|\psi_t^*(\varphi_k, \varphi) \nabla \psi_t(\varphi_k, \varphi) - \psi_t(\varphi_k, \varphi) \nabla \psi_t^*(\varphi_k, \varphi)|}{|\psi_i^*(\varphi_k) \nabla \psi_i(\varphi_k) - \psi_i(\varphi_k) \nabla \psi_i^*(\varphi_k)|}, \quad (3)$$

где $\psi_i = \exp(ik_x x + ik_y y)$ — падающая волна, а ψ_t — прошедшая. Учитывая вид падающей волны, переписываем (3) в виде

$$T = \frac{|\psi_t^*(\varphi_k, \varphi) \nabla \psi_t(\varphi_k, \varphi) - \psi_t(\varphi_k, \varphi) \nabla \psi_t^*(\varphi_k, \varphi)|}{2k_F}. \quad (4)$$

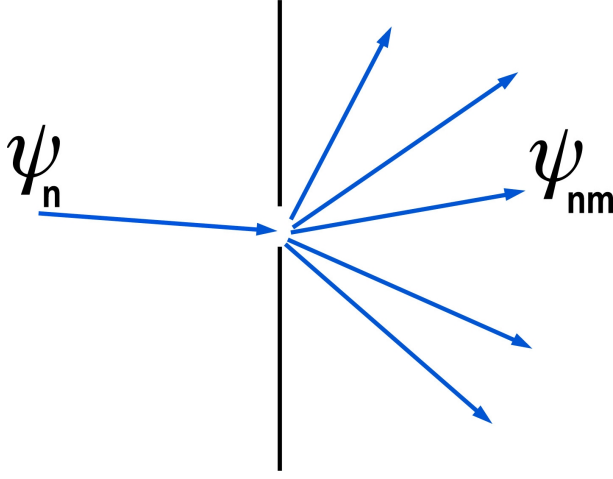


Рис. 1

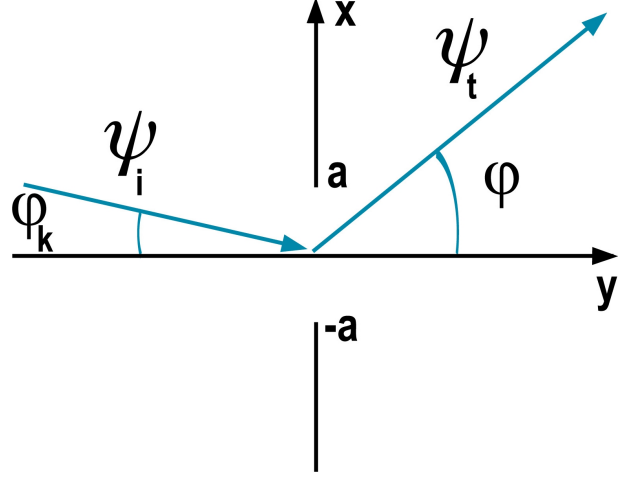


Рис. 2

Найдем вид прошедшей волны ψ_t . Для этого запишем уравнение Гельмгольца с граничными условиями для волновой функции в рассматриваемой нами геометрической системе (см. рис. 2):

$$\begin{cases} (\nabla^2 + k_F^2)\psi = 0, \\ \psi|_{x \in (-a, a), y=0} = \chi(x, 0). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $\chi(x, 0)$ — некоторая неизвестная граничная функция на контакте, а функция ψ представляет собой сумму функции $\psi_0 = \exp(ik_x x)(\exp(ik_y y) + \exp(-ik_y y))$ в отсутствие отверстия и поправки к ней ψ_t при наличии отверстия: $\psi = \psi_0 + \psi_t$. Для ψ_t система переписывается следующим образом:

$$\begin{cases} (\nabla^2 + k_F^2)\psi_t = 0, \\ \psi_t|_{x \in (-a, a), y=0} = \chi(x, 0). \end{cases} \quad (6)$$

Перейдем к фурье-образу:

$$\psi_t(x, y) = \int \frac{dk_x}{2\pi} \exp(-ik_x x) \psi_t(k_x, y). \quad (7)$$

Будем искать ψ_t в виде уходящей на бесконечность волны: $\psi_t = c_1 \exp(-ik_y y)$, где константа c_1 легко находится из граничных условий:

$$c_1 = \int dx' \exp(ik_x x') \chi(x', 0). \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), приводим ψ_t к виду

$$\psi_t(x, y) = \int dx' \chi(x', 0) K(x, x', y). \quad (9)$$

Появляющееся здесь ядро $K(x, x', y)$ может быть вычислено через интегральные представления функций Бесселя [6]:

$$K(x, x', y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{2\pi} \exp(-ik_x(x - x')) \exp(-i\sqrt{k_F^2 - k_x^2}y) = -\frac{i}{2} k_F y \frac{H_1^{(1)}(k_F \sqrt{(x - x')^2 + y^2})}{\sqrt{(x - x')^2 + y^2}}. \quad (10)$$

Таким образом, ψ_t выражается теперь только через неизвестную граничную функцию $\chi(x, 0)$. Поэтому, записав непрерывность производной от функции $\psi = \psi_0 + \psi_t$ на контакте (то есть

при $y = 0$ и $x \in (-a, a)$, можно получить интегральное уравнение на эту граничную функцию. Непрерывность производной выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \psi_t(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{\partial \psi_0(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial \psi_t(x, -y)}{\partial y} \Big|_{y=+0}, \quad (11)$$

что при подстановке ψ_t из (9) и $\psi_0 = \exp(ik_x x)(\exp(ik_y y) + \exp(-ik_y y))$ дает нам следующее интегральное уравнение на неизвестную граничную функцию $\chi(x, 0)$:

$$\int_{-a}^a dx' \chi(x', 0) \left(-\frac{i k_F H_1^{(1)}(k_F |x - x'|)}{2 |x - x'|} \right) = -ik_y \exp(ik_x x). \quad (12)$$

Переходя к пределу $ka \ll 1$, сводим это уравнение к виду

$$\int_{-a}^a dx' \chi(x', 0) \left(-\frac{1}{\pi} \frac{1}{(x - x')^2} \right) = -ik_y. \quad (13)$$

Интегрируя правую часть по частям и учитывая, что граничная функция зануляется на концах отверстия, сводим это уравнение к известному интегральному уравнению [7], что после всех интегрирований и упрощений дает

$$\chi(x', 0) = ik_y \sqrt{a^2 - x'^2}. \quad (14)$$

Подставляя (10) и (14) в (9), находим, наконец, ψ_t :

$$\psi_t = \frac{\pi a^2}{4} k_y k_F y \frac{H_1^{(1)}(k_F R)}{R}. \quad (15)$$

Функция (15) вычислена в приближении $R \gg a$, поскольку в (2) мы будем переходить к пределу $R \rightarrow \infty$. Подставляем (15) в (4), и в полученном коэффициенте прохождения $T(\varphi_k, \varphi)$ переходим к асимптотикам функций Ханкеля при $k_F R \gg 1$. Полученный результат интегрируем в (2) и окончательно находим

$$G = \frac{e^2}{\hbar} \frac{\pi}{32} k_F^4 a^4. \quad (16)$$

Полученная нами зависимость проводимости от размеров отверстия $G \propto (k_F a)^4$ не совпала с зависимостью $G \propto (1 + 4/\pi^2 [\gamma + \ln(k_F a/2)]^2)^{-1}$, выведенной в работе [3]. Однако в пользу нашего результата говорит следующая физическая аналогия. Поскольку во всех упомянутых работах баллистический квантовый контакт моделируется отверстием с размерами много меньше длины волны, то можно провести параллель с рэлеевским рассеянием света на частицах размером много меньше длины волны. Интенсивность рассеяния света на такой частице пропорциональна квадрату объема частицы [8], что дает зависимость $(k_F a)^6$ в трехмерном случае (аналогия с работой [2]) и $(k_F a)^4$ в двумерном (аналогия с нашей работой).

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда «Династия» и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-02-00814-а).

Литература

1. Зорин А.Б., Лихарев К.К. Об эффекте Джозефсона в структурах с нетуннельной проводимостью // ФНТ. — 1978. — Т. 4, № 6.
2. Ицкович И.Ф., Шехтер Р.И. Квантовая теория нелинейной электропроводности микроконтактов // ФНТ. — 1985. — Т. 11, № 4.
3. Загоскин А.М., Кулик И.О. Квантовые осцилляции электропроводности двумерных баллистических контактов // ФНТ. — 1990. — Т. 16, № 7.
4. Beenakker C.W.J., van Houten H. Quantum transport in semiconductor nanostructures // Solid State Physics. — 1991. — V. 44, N 1.

5. *Nagaev K.E., Kostyuchenko T.V.* Electron-electron scattering and magnetoresistance of ballistic microcontacts // Phys. Rev. B. — 2010. — V. 81. — P. 125–316.
6. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963.
7. *Полянин А.Д., Манжиров А.В.* Справочник по интегральным уравнениям. — М.: Физико-математическая литература, 2003.
8. *Берестецкий В.П., Лифшиц Е. М, Питаевский Л.П.* Теоретическая физика. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 27.04.2011.