

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
(МФТИ, Физтех)**

*На правах рукописи*

**Берлов Павел Сергеевич**

**Геофизическая гидродинамика океанических вихрей  
Специальность: 1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы**

**ДИССЕРТАЦИЯ  
В виде научного доклада  
на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук**

**Долгопрудный – 2024**

## Оглавление

Оглавление .....	2
Список сокращений и обозначений .....	3
1. Темы доклада и соответствующие списки статей .....	4
2. Введение .....	8
2.1 Актуальность темы исследований .....	8
2.2 Степень разработанности темы исследования .....	8
2.3 Цель работы .....	9
2.4 Задачи работы .....	9
2.5 Научная новизна .....	11
2.6 Теоретическая и практическая значимость работы .....	14
2.7 Методология и методы исследования .....	15
2.8 Положения, выносимые на защиту .....	15
2.9 Вклад автора .....	22
2.10 Степень достоверности и апробация результатов .....	22
3. Гидродинамические модели .....	23
3.1 Гидростатический Буссинеск в примитивных уравнениях .....	23
3.2 Многослойная модель мелкой воды .....	23
3.3 QG приближение .....	25
3.4 QG-модель двойного круговорота .....	26
3.5 QG-модель в конфигурации периодической области .....	31
3.6 Совместная QG-модель океана и атмосферы .....	32
4. Полученные результаты .....	33
4.1 Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей .....	33
4.2 Тема 2: Кластеризация плавучих примесей .....	40
4.3 Тема 3: Лагранжев перенос .....	44
4.4 Тема 4: Динамически неразрешенные вихри .....	46
4.5 Тема 5: Вихревое обратное рассеяние .....	51
4.6 Тема 6: Низкочастотная изменчивость .....	56
4.7 Тема 7: Параметризация турбулентности .....	60
4.8 Тема 8: Дрейфующие струи .....	72
4.9 Тема 9: Диполи .....	77
4.10 Тема 10: Влияние донных хребтов .....	80
4.11 Тема 11: Влияние западной границы .....	80
4.12 Тема 12: Статистические эмуляторы .....	81
4.13 Тема 13: Гиперпараметризации .....	82
5. Выводы .....	87
5.1 Обсуждение .....	87
6. Список статей диссертации: опубликовано в 2015–2024. ....	94
7. Другие ссылки .....	97

## Список сокращений и обозначений

ГГД: Геофизическая ГидроДинамика.

МОЦ: модель общей циркуляции.

QG: квазигеострофический.

QG-СМ: Совмещенная Модель QG океана и атмосферы.

НЧИ: НизкоЧастотная изменчивость.

ГП: ГиперПараметризация.

К-тензор: транспортный тензор (коэффициент из соотношения потока и градиента).

$\mathbf{x} = (x, y, z)$  : обычные пространственные, локальные декартовы координаты, основанные на обычных сферических координатах;  $x$  ориентирован по широте,  $y$  — по долготе, и  $z$  это верхняя вертикальная координата.

$\mathbf{u} = (u, v, w)$  : вектор скорости (и его компоненты), выровненный по местным декартовым координатам.

$D/Dt$  : материальная производная.

ПЗ: потенциальная завихренность  $\Pi$ .

АПЗ: аномалия потенциальной завихренности  $q$ .

$\zeta$ : относительная завихренность.

$\psi$  and  $p$ : функция тока (скорости) и аномалия динамического давления, соответственно (в приближении QG они пропорциональны друг другу).

$f$  (или  $f_0$  если константа): параметр Кориолиса (комбинированная мера сферичности планеты и скорости её вращения).

$\beta$ : меридиональный градиент параметра Кориолиса.

$\nu$ : турбулентная (вихревая) вязкость.

$\kappa$ : турбулентная (вихревая) диффузивность.

$\gamma$ : параметр донного трения.

$S_i$ : параметр стратификации  $i$ -ого изопикнического слоя.

$Rd_1$  (или  $Rd$ ): первый радиус деформации Россби (комбинированная мера стратификации и вращения).

$\langle \cdot \rangle$  : оператор усреднения по времени.

АДГР: адаптивное к данным гармоническое разложение.

ВЭП: вероятностно-эволюционный подход.

ЭОФ: эмпирическая ортогональная функция.

ДЛР: диполь Ларичева-Резника.

ММСЛ: многослойная модель Стюарта-Ландау.

Обозначения для отдельных тем исследований. Тема 1: [T1]-[T8]; Тема 2: [C1]-[C5]; Тема 3: [L1]-[L2]; Тема 4: [E1]-[E2]; Тема 5: [B1]-[B4]; Тема 6: [V1]-[V4]; Тема 7: [P1]-[P7]; Тема 8: [J1]-[J4]; Тема 9: [D1]-[D3]; Тема 10: [R1]-[R2]; Тема 11: [W1]; Тема 12: [S1]-[S3]; Тема 13: [H1]-[H5].

## 1. Темы доклада и соответствующие списки статей

Настоящий Научный Доклад структурно организован вокруг 13 различных тем исследований, проведенных защищающимся. в течение 2015–2024 годов; самая большая тема включает 8 статей, а самая маленькая - только одну. Сводный список статей организован в обратном хронологическом порядке в разделе 6. Статьи по каждой теме исследования перечислены в хронологическом порядке и помечены соответствующей буквой (см. ниже, а также в списке сокращений и обозначений), также в каждой рубрике указаны буква и номер маркировки статей по теме (например, “Т-8”).

Все результаты в Докладе представлены по темам, с единообразным и уникальным порядком тем. История начинается с пассивных и плавающих материальных примесей; затем мы переходим к обсуждению вихрей, вихревых эффектов и турбулентных параметризаций; затем мы переходим к конкретным темам ГГД, связанным со струями, вихрями и граничными эффектами; и завершается все рассмотрением обобщенных методов машинного обучения на основе данных, для эмулярования турбулентных потоков.

### Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей (Т-8)

- [T1] Haigh, M., L. Sun, I. Shevchenko, and P. Berloff, 2020: Tracer-based estimates of eddy-induced diffusivities. *Deep-Sea Research*, **160**, 103264.
- [T2] Kamenkovich, I., P. Berloff, M. Haigh, L. Sun, and Y. Lu, 2021: Complexity of mesoscale eddy diffusivity in the ocean. *Geophys. Res. Lett.*, **48**, e2020GL091719.
- [T3] Sun, L., M. Haigh, I. Shevchenko, P. Berloff, and I. Kamenkovich, 2021: On non-uniqueness of the mesoscale eddy diffusivity. *J. Fluid Mech.*, **920**, A32.
- [T4] Haigh, M., L. Sun, J. McWilliams, and P. Berloff, 2021a: On eddy transport in the ocean. Part I: The diffusion tensor. *Ocean Modelling*, **164**, 101831.
- [T5] Haigh, M., L. Sun, J. McWilliams, and P. Berloff, 2021b: On eddy transport in the ocean. Part II: The advection tensor. *Ocean Modelling*, **165**, 101845.
- [T6] Haigh, M., and P. Berloff, 2021: On co-existing diffusive and anti-diffusive tracer transport by oceanic mesoscale eddies. *Ocean Modelling*, **168**, 101909.
- [T7] Haigh, M., and P. Berloff, 2022: On the stability of tracer simulations with opposite-signed diffusivities. *J. Fluid Mech.*, **937**, R3.
- [T8] Lu, Y., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2022: Properties of the lateral mesoscale eddy-induced transport in a high-resolution model: Beyond the flux-gradient relation. *J. Phys. Ocean.*, **52**, 3273–3295.

### Тема 2: Кластеризация плавучих примесей (С-5)

- [C1] Koshel, K., D. Stepanov, E. Ryzhov, P. Berloff, and V. Klyatskin, 2019: Clustering of floating tracers in weakly divergent velocity fields. *Physical Review E*, **100**, 063108.
- [C2] Stepanov, D., E. Ryzhov, P. Zagumennov, P. Berloff, and K. Koshel, 2020: Clustering of floating tracer due to mesoscale vortex and submesoscale fields. *Geophys. Res. Lett.*, **48**, e2019GL086504.
- [C3] Stepanov, D., E. Ryzhov, P. Berloff, and K. Koshel, 2020: Floating tracer clustering in divergent random flows modulated by an unsteady mesoscale ocean field. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, doi: 10.1080/03091929.2020.1786551.
- [C4] Meacham, J., and P. Berloff, 2023: On clustering of floating tracers in random velocity fields. *J. Adv. Model. Earth Sys.*, **15**, e2022MS003484.
- [C5] Meacham, J., and P. Berloff, 2023: Clustering as a mechanism for enhanced reaction of buoyant species. *J. Marine Systems*, **243**, 103952.



### Тема 3: Лагранжев перенос (L-2)

- [L1] Kamenkovich, I., I. Rypina, and P. Berloff, 2015: Properties and origins of the anisotropic eddy-induced transport in the North Atlantic. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 778–791.
- [L2] van Sebille, E., S. Griffies, ..., P. Berloff, ..., 2018: Lagrangian ocean analysis: Fundamentals and practices. *Ocean Modelling*, **121**, 49–75.

### Тема 4: Динамически неразрешенные вихри (E-2)

- [E1] Berloff, P., E. Ryzhov, and I. Shevchenko, 2021: On dynamically unresolved oceanic mesoscale motions. *J. Fluid Mech.*, **920**, A41.
- [E2] Ryzhov, E., and P. Berloff, 2022: On transport tensor of dynamically unresolved oceanic mesoscale eddies. *J. Fluid Mech.*, **939**, A7.

### Тема 5: Вихревое обратное рассеяние (B-4)

- [B1] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2015: Multi-layer quasi-geostrophic ocean dynamics in eddy-resolving regimes. *Ocean Modelling*, **94**, 1–14.
- [B2] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2016: Eddy backscatter and counter-rotating gyre anomalies of midlatitude ocean dynamics. *Fluids*, **1**, 28, doi:10.3390/fluids1030028.
- [B3] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2017: On the roles of baroclinic modes in eddy-resolving midlatitude ocean dynamics. *Ocean Modelling*, **111**, 55–65.
- [B4] Agarwal, N., E. Ryzhov, D. Kondrashov, and P. Berloff, 2021: Correlation-based flow decomposition and statistical analysis of the eddy forcing. *J. Fluid Mech.*, **924**, A5.

### Тема 6: Низкочастотная изменчивость (V-4)

- [V1] Kondrashov, D., and P. Berloff, 2015: Stochastic modeling of decadal variability in ocean gyres. *Geophys. Res. Lett.*, **42**, 1543–1553.
- [V2] Shevchenko, I., P. Berloff, D. Guerrero-Lopez, and J. Roman, 2016: On low-frequency variability of the midlatitude ocean gyres. *J. Fluid Mech.*, **795**, 423–442.
- [V3] Kurashina, R., and P. Berloff, 2023: Low-frequency variability enhancement of the midlatitude climate in an eddy-resolving, coupled ocean-atmosphere model. Part I: Anatomy. *Climate Dynamics*, doi:10.1007/s00382-023-06782-y.
- [V4] Kurashina, R., and P. Berloff, 2023: Low-frequency variability enhancement of the midlatitude climate in an eddy-resolving, coupled ocean-atmosphere model. Part II: Ocean mechanisms. *Climate Dynamics*, doi:10.1007/s00382-023-06767-x.

### Тема 7: Параметризация турбулентности (P-7)

- [P1] Berloff, P., 2015: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part I: Simple model. *Ocean Modelling*, **87**, 1–19.
- [P2] Berloff, P., 2016: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part II: Eddy fluxes and diffusivity from transient impulses. *Fluids*, **1**, 22, doi:10.3390/fluids1030022.
- [P3] Berloff, P., 2018: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part III: Deterministic approach. *Ocean Modelling*, **127**, 1–15.
- [P4] Ryzhov, E., D. Kondrashov, N. Agarwal, and P. Berloff, 2019: On data-driven augmentation of low-resolution ocean model dynamics. *Ocean Modelling*, **142**, 101464.
- [P5] Ryzhov, E., D. Kondrashov, N. Agarwal, J. McWilliams, and P. Berloff, 2020: On data-driven induction of the low-frequency variability in a coarse-resolution ocean model. *Ocean Modelling*, **153**, 101664.

- [P6] Haigh, M., and P. Berloff, 2018: Potential vorticity redistribution by localised transient forcing in the shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **852**, 199–225.
- [P7] Haigh, M., and P. Berloff, 2020: Rossby waves and zonal momentum redistribution induced by localised forcing in the rotating shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **885**, A43.
- [P8] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2021: On a minimum set of equations for parameterisations in comprehensive ocean circulation models. *Ocean Modelling*, **168**, 101913.

#### **Тема 8: Дрейфующие струи (J-4)**

- [J1] Chen, C., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2016: Eddy trains and striations in quasigeostrophic simulations and the ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **46**, 2807–2825.
- [J2] Khatri, H., and P. Berloff, 2018: A mechanism for jet drift over topography. *J. Fluid Mech.*, **845**, 392–416.
- [J3] Khatri, H., and P. Berloff, 2018: Role of eddies in the maintenance of multiple jets embedded in eastward and westward baroclinic shears. *Fluids*, **3**, 91, doi:10.3390/fluids3040091.
- [J4] Khatri, H., and P. Berloff, 2019: Tilted drifting jets over a zonally sloped topography: Effects of vanishing eddy viscosity. *J. Fluid Mech.*, **876**, 939–961.

#### **Тема 9: Диполи (D-3)**

- [D1] Davies, J., G.G., Sutyrin, and P. Berloff, 2023: On the spontaneous symmetry breaking of eastward propagating dipoles. *Phys. Fluids*, **35**, 041707.
- [D2] Davies, J., M. Crowe, G.G. Sutyrin, and P. Berloff, 2023: Deformation and destruction of north-eastward drifting dipoles. *Phys. Fluids*, **35**, 116601.
- [D3] Davies, J., I. Shevchenko, P. Berloff and G.G., Sutyrin, 2024: Linear instability and nonlinear destruction of eastward dipoles. *Physica D*, submitted.

#### **Тема 10: Влияние донных хребтов (R-2)**

- [R1] Chen, C., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2015: On the dynamics of flows induced by topographic ridges. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 927–940.
- [R2] Davies, J., H. Khatri, and P. Berloff, 2021: Linear stability analysis for flows over sinusoidal bottom topography. *J. Fluid Mech.*, **911**, A33, doi:10.1017/jfm.2020.1082.

#### **Тема 11: Влияние западной границы (W-1)**

- [W1] Kurashina, R., P. Berloff, and I. Shevchenko, 2021: Western boundary layer nonlinear control of the oceanic gyres. *J. Fluid Mech.*, **918**, A43.

#### **Тема 12: Статистические эмуляторы (S-3)**

- [S1] Kondrashov, D., M. Chekroun, and P. Berloff, 2018: Multiscale Stuart-Landau emulators: Application to wind-driven ocean gyres. *Fluids*, **3**, 21. doi:10.3390/fluids3010021.
- [S2] Kondrashov, D., E. Ryzhov, and P. Berloff, 2020: Data-adaptive harmonic analysis of oceanic waves and turbulent flows. *Chaos*, **30**, 061105.
- [S3] Agarwal, N., D. Kondrashov, P. Dueben, E. Ryzhov, and P. Berloff, 2021: A comparison of data-driven approaches to build low-dimensional ocean models. *J. Adv. Model. Earth Sys.*, **13**, e2021MS002537.

#### **Тема 13: Гиперпараметризации (H-5)**

- [H1] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2021: A method for preserving large-scale flow patterns in low-resolution ocean simulations. *Ocean Modelling*, **161**, 101795.

- [H2] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2022: A method for preserving nominally-resolved flow patterns in low-resolution ocean simulations: Constrained dynamics. *Ocean Modelling*, **178**, 102098.
- [H3] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2022: A method for preserving nominally-resolved flow patterns in low-resolution ocean simulations: Dynamical system reconstruction. *Ocean Modelling*, **170**, 101939.
- [H4] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2023: A hyper-parameterization method for comprehensive ocean models: Advection of the image point. *Ocean Modelling*, **184**, 102208.
- [H5] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2023: On a probabilistic evolutionary approach to ocean modelling: From Lorenz-63 to idealized ocean models. *Ocean Modelling*, **186**, 102278.

## 2. Введение

### 2.1 Актуальность темы исследований

В этом Научном Отчете рассказывается о достижениях в ГГД за последние 10 лет, объединенных общей темой: попытаться понять океанские *мезомасштабные* (также известные как *синоптические*) вихри и их влияние на крупномасштабные поля и процессы. По сути, это “большая проблема турбулентности”, но в контексте геофизических жидкостей, которые есть не только океаны, но и планетарные атмосферы и, в более общем смысле, все типы вращающихся и стратифицированных по плотности турбулентных жидкостей. Океанские мезомасштабные вихри, являющиеся важным и повсеместным аспектом геофизической турбулентности, фундаментально важны для поддержания и управления общей циркуляцией океана. Однако их свойства и эффекты остаются плохо изученными и неточно представленными в моделировании системы Земли в целом и в моделях климатического типа в частности. *Эта задача мотивирует разработку новых и преобразующих математических подходов к решению проблем океанских вихрей, и все они должны разрабатываться в контексте фундаментальной ГГД — именно это делает предлагаемую тему исследования своевременной и нужной.*

Здесь необходимо сказать несколько вступительных слов о ГГД, чтобы правильно сориентировать специалистов из других разделов механики жидкости. Основной мотивацией недавнего быстрого развития ГГД является расширение наших знаний в следующих важных, сложных и междисциплинарных направлениях исследований: (i) моделирование системы Земли; (ii) прогностическое понимание изменчивости климата, который является новой возникающей наукой; (iii) прогноз различных природных явлений (например, погоды); (iv) борьба с опасными природными явлениями, охрана окружающей среды, природные ресурсы, и т.д. Что представляет собой ГГД? Большая ее часть посвящена динамике стратифицированных и турбулентных жидкостей на гигантских вращающихся планетах (то есть сферах). На меньших масштабах ГГД становится классической механикой жидкости с геофизическими приложениями, а на более крупных масштабах — рассматриваются планеты и некоторые астрофизические жидкости (например, звезды, галактики). ГГД сочетает в себе прикладную математику и теоретическую физику и фокусируется на математическом представлении и физической интерпретации движений геофизических жидкостей. Математика ГГД требует большого объема вычислений, даже по сравнению с другими разделами гидродинамики; например, моделирование циркуляции океана и атмосферных облаков — это крупнейшие вычислительные задачи в истории науки. Это связано с тем, что лабораторные эксперименты (т.е. аналоговое моделирование) могут должным образом решить лишь небольшую часть интересных задач (например, мелкомасштабные волны, конвекцию, микрофизику). *В геофизике теоретические достижения часто основаны на ГГД, а не на экспериментах, поскольку получить данные полевых измерений очень сложно, трудно, дорого и часто невозможно — в этом заключается вся суть того что область ГГД является одной из наиболее актуальных для исследования.*

### 2.2 Степень разработанности темы исследования

Хотя ГГД является теоретической основой для работы с геофизическими жидкостями, такими как атмосфера и океаны, она прошла через пару десятилетий относительного забвения, будучи отодвинута в тень быстрым развитием всеобъемлющих МОЦ, методами ассимиляции данных и машинного обучения. Изменение баланса ситуации и возвращение ГГД к ее центральной роли в физической интерпретации, концептуальных исследованиях и различных методах анализа будут полезны для всей области исследований. Главной целью исследований защищаемого было развитие ГГД и общего интереса к ней через решение набора фундаментальных

и важных проблем, посредством разработки и применения новых математических подходов и вычислительных технологий.

### 2.3 Цель работы

Эта цель состоит в том, чтобы расширить границы ГГД путем разработки новых и преобразующих математических подходов для решения проблем с участием океанских вихрей, с точки зрения как фундаментальной, так и прикладной науки. В этом Докладе обсуждаются 13 различных тем исследований, включающих 51 опубликованную исследовательскую работу, написанную и опубликованную для достижения этой цели. Обратите внимание, что разработка ГГД ожидаемо окажет более широкое влияние не только на моделирование системы Земли, но и на другие области механики жидкости и прикладной математики.

### 2.4 Задачи работы

#### *Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей*

Исследовать транспортные К-тензоры, возникающие из классического соотношения поток-градиент, которое лежит в основе всех диффузионных параметризаций, во всей их структурной и пространственно-временной сложности, включая такие аспекты как уникальность и зависимость К-тензора от различных разложений вихревых/крупномасштабных потоков и от обработки вихревых потоков. Искать физическую интерпретацию этих характеристик и оценивать ограничения соотношения поток-градиент.

#### *Тема 2: Кластеризация плавучих примесей*

Разработать иерархию концептуальных моделей плавучих примесей и найти феноменологию их кластеризации. Разработать методологию идентификации и отслеживания кластеров, а также оценки глобальной динамики кластеризации. Изучить роль пространственно-временных корреляций движений жидкости и роль крупномасштабных особенностей фоновой циркуляции. Установить различные требования к численной точности для моделей кластеризации. Сформулировать модель реактивной популяционной динамики и применить ее к ситуации с взаимодействующими: биомассой, токсичными загрязнителями и питательными веществами.

#### *Тема 3: Лагранжеев перенос*

Понять степень анизотропии Лагранжева переноса в верхних слоях океана и выявить особенности и свойства движений жидкости, которые в основном способствуют этому. Рассмотреть иерархию Лагранжевых стохастических моделей переноса и мотивацию для их разработки.

#### *Тема 4: Динамически неразрешенные вихри*

Выдвинуть концепцию и способ определения динамически реконструированные вихрей; вывести их прогностическую модель, согласующуюся с грубой вычислительной сеткой крупномасштабной модели циркуляции; продемонстрировать уникальность этого подхода и возникающую совершенную поправку динамики вихре-неразрешающей модели на грубой сетке. Выявить ключевые свойства динамически реконструированных вихрей путем рассмотрения соответствующих К-тензоров динамических примесей (материальных свойств) и сравнить эти вихри с обычными вихрями отфильтрованными от крупных масштабов.

#### *Тема 5: Вихревое обратное рассеяние*

Понять, как работает вихревое обратное рассеяние в турбулентных режимах океанского двойного круговорота, приводимого в движение ветром. Понять, как оно зависит от таких аспектов, как постепенное увеличение числа Рейнольдса; увеличение сеточного разрешения, как по горизонтали, так и по вертикали; а также от деталей традиционной фильтрации или фильтрации основанной на корреляционных масштабах.

#### *Тема 6: Низкочастотная изменчивость*

Выяснить, является ли НЧИ в двойных круговоротах режимом с единственной модой изменчивости, проецируя его на полный спектр нормальных собственных мод усредненной по времени циркуляции. Разработать усовершенствованную стохастическую модель/эмулятор НЧИ. Чтобы исследовать НЧИ в средних широтах, использовать совместную модель океана и атмосферы, в которой океан и атмосфера работают в вихре-разрешающих режимах с высоким сеточным разрешением; найти ключевые взаимные обратные связи и действующие физические механизмы.

#### *Тема 7: Параметризация турбулентности*

Изучить набор новых идей для турбулентных параметризаций, от стохастических до детерминированных, и от просто построенных до реалистично сложных и ограниченных данными. Изучить нелинейные реакции циркуляции (т. е. следы) в ответ на простые осцилляторы внешнего воздействия, которые можно рассматривать как элементарные строительные блоки для стохастических параметризаций вихрей. Установить основные зависимости и предоставить физическую интерпретацию следов. Изучить реакцию циркуляции на детерминированные и реалистичные вихревые воздействия с различными налагаемыми ограничениями. Понять относительную важность различных вихревых эффектов в реалистичной модели Северной Атлантики, основанной на примитивных уравнениях.

#### *Тема 8: Дрейфующие струи*

Понять явление нестационарных, зонально наклоненных, меридионально дрейфующих чередующихся струй и раскрыть основные физические механизмы, которые их поддерживают. Понять динамическую роль окружающих вихрей и других структур, а также установить доминирующие динамические балансы.

#### *Тема 9: Диполи*

Изучить потенциальную нестабильность и сценарии развития диполя Ларичева-Резника, первоначально направленного на восток или зонально наклоненного. Рассчитать линейную стабильность диполя, найти ключевые физические механизмы, управляющие разрушением диполя, и изучить роль симметрий диполя и его неустойчивости.

#### *Тема 10: Влияние донных хребтов*

Изучить линейную устойчивость и нелинейную эволюцию бароклинных зональных течений при наличии донных хребтов. Рассмотреть рельеф дна, как с одиночными меридиональными, так и с периодическими, но произвольно ориентированными гребнями хребтов.

#### *Тема 11: Влияние западной границы*

Изучить влияние нелинейности, особенно в западном пограничном слое, на среднеширотную океанскую циркуляцию, движимую ветром. Связать это с появлением вращающихся в противоположных направлениях круговоротов и восточного струйного расширения, а также с крупномасштабными путями Лагранжева переноса.

#### *Тема 12: Статистические эмуляторы*

Разработать семейство стохастических многослойных АДГР-эмуляторов турбулентности, которые естественным образом учитывают её волновой характер. Объективно и с использованием различных метрик, сравнить характеристики различных типов эмуляторов турбулентности, от различных регрессий до нейронных сетей; сравнить, как многослойный АДГР работает относительно других методов.

#### *Тема 13: Гиперпараметризации*

Разработать новый подход и методологию моделирования турбулентности и добиться в этом превосходства над другими методами за счет таких свойств, как абсолютная стабильность, мак-



симально полная обработка имеющихся данных, простота реализации, минимальная стоимость обучения, высокое качество моделируемых пространственно-временных корреляций и статистических моментов, структурная стабильность относительно дополнительных данных и изменений параметров, математическая прозрачность и вычислительные затраты. Применить эту методологию ко все более сложным наборам данных, от данных игрушечных моделей до результатов сложных исследований и реалистичных МОЦ. Сделать это набором различных инструментов, которые могут или управляться исключительно данными или включать динамические ограничения и, таким образом, быть гибридными. Разработать вероятностный подход как дополнение к различным детерминистическим подходам.

## 2.5 Научная новизна

### *Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей*

Основная новизна заключается в рассмотрении классического соотношения поток-градиент, между соответствующим вихревым потоком и крупномасштабным градиентом, без каких-либо ограничений на транспортный К-тензор — такого раньше никогда не делалось (т.е. всегда применялись некоторые упрощения). Полученный К-тензор является новым объектом, поэтому все вопросы о его составе, пространственно-временной изменчивости, уникальности и зависимости от обработки вихревого потока, являются новыми. Физические интерпретации этих свойств являются новыми. Идея выйти за рамки соотношения поток-градиент [Т8] путем добавления адвективной компоненты также является новой.

### *Тема 2: Кластеризация плавучих примесей*

Эта исследовательская проблема сама по себе является новой, поскольку она началась недавно благодаря нашим совместным усилиям под руководством Константина Кошеля, с которым мы стали соавторами нескольких статей; затем эту линию исследований продолжил Джейми Мичем. Основная новизна заключается в признании того, что плавающие примеси подвергаются иной динамике, чем пассивные примеси, и это связано с подъемной силой плавучести, которая в ведущем порядке ограничивает движение примесей 2D поверхностной адвекцией. Основным результатом этого динамического ограничения является склонность примесей к кластеризации, что является новым явлением и занимает центральное место в этой теме исследования. Новизна нашего исследования заключается в разработке как иерархии моделей плавучих примесей, так и методологии кластерного анализа. Наконец, мы проанализировали решения новой модели, которая объединяет плавучую (2D) биомассу и опасный загрязнитель с 3D-адвекцией питательных веществ и обнаружили, что кластеризация дает новые и принципиально важные эффекты.

### *Тема 3: Лагранжеев перенос*

Основная новизна заключается в признании анизотропии Лагранжевого переноса и ее количественной оценке с помощью пространственных карт эллипсов одночастичной дисперсии. В рамках этого анализа фильтрация систематических ошибок от вклада средней циркуляции достигается с помощью новой методологии. В обзорной статье по этой теме описаны относительно новые Лагранжевы стохастические модели частиц, которые аппроксимируют материальный перенос в океане, учитывая временные корреляции движений жидкости как члены управляющие памятью стохастической динамики.

### *Тема 4: Динамически неразрешенные вихри*

Идея динамически неразрешенных но реконструированных вихрей абсолютно нова; обе статьи — первые публикации на эту тему. Другие новые идеи включают в себя: устранение неоднозначности бесконечного выбора фильтров турбулентности, определяющих различные вихревые поля; устранение неоднозначности из-за межсеточных проекций, применяемых когда мелко-

масштабной информации о вихрях переводятся в модель на грубой сетке; наконец, создание прогностической динамической модели вихрей, которая обеспечивает прозрачные интерпретации и может использоваться различными практическими способами. Новым аспектом является идентификация свойств реконструированных вихрей с помощью К-тензора полученного из динамических примесей (свойств); в частности, мы обнаружили, что вихри действуют как процесс филаментации, а не как изотропная вязкость и диффузия, а адвективной частью К-тензора пренебречь нельзя. Наконец, новым является сравнение реконструированных вихрей с обычными отфильтрованными вихрями.

#### *Тема 5: Вихревое обратное рассеяние*

Главное новшество заключается в том, что мы рассматривали вихревое обратное рассеяние в океане с двойным круговоротом не с точки зрения передачи энергии из вихрей в крупномасштабный поток, но в более общем смысле, как положительную ковариацию (следовательно, обратную связь) между переходным (т. е. флуктуирующим) вихревым воздействием и соответствующим ему динамическим полем. Другие новинки включают в себя открытие нескольких новых явлений: появление вращающихся в противоположных направлениях круговоротов и тормозящую роль высоких бароклинных мод. Последнее открытие переворачивает наше понимание, поскольку за последние 30 лет противоположная каталитическая роль высоких бароклинных мод считалась само собой разумеющейся. Мы также предложили новую, статистически объективную, пространственно неоднородную, сверточную вихревую фильтрацию с размером фильтра на основе локальных пространственных корреляций. Этот подход выдвинул на первый план обратное рассеяние за счет лучшего учета различных многомасштабных взаимодействий. Наконец, мы исследовали обратное рассеяние в беспрецедентно широком диапазоне увеличивающегося числа Рейнольдса и не обнаружили никаких признаков асимптотической сходимости.

#### *Тема 6: Низкочастотная изменчивость*

Одной из новинок стала первая успешная реализация технологии многослойных стохастических моделей для эмуляции крупномасштабная НЧИ циркуляции океана на межгодовых и междекадных временных масштабах. Второй новинкой стало прямое решение линейного спектра собственных мод для усредненной по времени циркуляции океана (в двойных QG круговоротах) и доказательство того, что НЧИ представляет собой когерентный сигнал, сочетающий в себе множество мод, а не одну моду изменчивости, как это часто бывает при переходе к хаосу. Другие новинки включают открытие нового режима НЧИ, совместной модели океан-атмосфера, появляющегося в режимах общей циркуляции, с высоким вихревым разрешением океанской и атмосферной компонент, а также понимание задействованных физических механизмов и выявление важных и взаимных обратных связей океана и атмосферы.

#### *Тема 7: Параметризация турбулентности*

В контексте вихревых двойных QG круговоротов были разработаны три новые параметризации: на основе периодических осцилляторов, основанные на переходных импульсах, и детерминистическое усиление вихрей. Следующей новинкой является систематический анализ откликов на осцилляторы и импульсы, а также дальнейшее распространение первого на приближение мелкой воды. Мы также разработали новый подход к параметризации, основанный на полноценной эмуляции вихревых эффектов с помощью стохастических методов и многослойной модели АДГР. Наконец, есть не только новый, но даже выдающийся результат, основанный на решениях всеобъемлющей модели циркуляции Северной Атлантики, что параметризация эффектов вихрей на температуру и соленость значительно важнее, чем соответствующая параметризация эффектов вихрей на импульс скорости. Это подразумевает неизбежность смещения фокуса от параметризации только обратного рассеяния кинетической энергии в сторону параметризации



комбинированного обратного рассеяния потенциальной/кинетической энергий.

#### *Тема 8: Дрейфующие струи*

Дрейфующие струи — новый объект исследований, на который в прошлом не обращали внимания, несмотря на то, что многие наблюдения указывают на значительные струйные нестационарные компоненты вихревого поля. Мы изучили эти струи в QG океане с двойным круговоротом и доказали, что это настоящие вихревые цепочки, а не артефакты усреднения. Мы сосредоточились не только на открытии нового явления, но и разработали для него новый метод анализа, основанный на решении нестационарной задачи линейной устойчивости, сформулированной вокруг движущихся струй. Было также обнаружено, что дрейфующие струи подвергаются прямому усиливающему воздействию вертикального сдвига фонового течения, тогда как вихри противостоят струям — этот баланс противоположен классической теории чередующихся струй. Мы также обнаружили различные семейства струй, с зональным наклоном и без наклона, и показали, что последние получают энергию от вихрей и, следовательно, становятся более заметными при больших числах Рейнольдса и меньшем донным трением, которое гасит вихри. Наконец, мы предоставили новую интерпретацию сходств и различий вихрево-струйных взаимодействий в бароклинных сдвиговых потоках восточного и западного направления.

#### *Тема 9: Диполи*

Основная новизна заключается в разрешении одной из старых загадок ГГД: является ли бета-плоскостной диполь Ларичева-Резника (т. е. нелинейное, устойчиво распространяющееся вихревое решение) линейно устойчивым или нет. Мы также раскрыли детали и физику обнаруженного механизма неустойчивости, а также нелинейного механизма разрушения диполя. Было обнаружено, что асимметрия запад-восток критической неустойчивой моды имеет решающее значение, поскольку она допускает как необратимое перемешивание ПЗ, которое снижает контрастность дипольной пары, так и извлечение энергии из диполя за счет роста неустойчивости — эти процессы необходимы для неизбежного разрушения диполя. Наконец, мы пересмотрели и отвергли старый классический результат, который рассматривал изначально наклонённые (относительно зональной оси) диполи, и показывал что они колеблются вокруг зональной оси и в конечном итоге переходят в устойчиво распространяющееся состояние. Вместо этого мы обнаружили два сценария, в которых диполь либо разрушается на длительных временах, либо меняет свою форму с помощью механизма регуляции.

#### *Тема 10: Влияние донных хребтов*

Сделано новое открытие дестабилизирующего эффекта одного меридионального хребта и, как следствие, индукции нескольких чередующихся струй ниже по течению. Анализ задачи линейной устойчивости, а также ее сравнение с полностью нелинейными решениями зональной задачи о бароклинном течении над рельефом дна, состоящим из периодических хребтов, ориентированных в произвольном направлении, также является новым. Новым является общий вывод о том, что такая топография стабилизирует зональное течение.

#### *Тема 11: Влияние западной границы*

Основная новизна заключается в учете влияния пограничного слоя в ситуации сравнения линейных и нелинейных океанских круговоротов в средних широтах, путем включения и исключения нелинейности. Рассмотрение этой проблемы дало новые объяснения возникающим встречно вращающимся круговоротам и восточной струи с прилегающими к ней зонами рециркуляции — все эти особенности появляются из-за ребалансировки ПЗ вызванной нелинейностью пограничного слоя. Наконец, новый анализ движения Лагранжевых частиц показал, что новый баланс ПЗ достигается за счет транспортировки избыточного количества ПЗ из западного пограничного слоя круговорота в зону рециркуляции встречного круговорота.

### *Тема 12: Статистические эмуляторы*

Основная новизна здесь заключается в разработке статистических эмуляторов АДГР, использующих ЭОФ с одночастотным, а не многомасштабными Принципиальными Компонентами. Это естественная стратегия имитации турбулентности с преобладанием волн, при которой отдельная гармоническая волна представлена только парой реальных ЭОФ, таким образом, достигается более эффективное сжатие данных в сочетании с более простым временным описанием. Для этого мы рассмотрели иерархию океанских движений с возрастающей сложностью. Другая новинка заключалась в систематическом и объективном сравнении характеристик наших моделей с более популярными нейронными сетями разных классов, а также различных моделей регрессионного типа; сравнение было количественным с разными оценочными метриками. Новым результатом стала демонстрация того, что нейронные сети содержат множество проблем и систематически отстают в производительности относительно методов АДГР.

### *Тема 13: Гиперпараметризации*

Подход ГП, а точнее, объединенное семейство подходов, представляет собой совершенно новое направление. Сама идея загрузить в фазовое пространство большой размерности дискретные эталонные пространственно-временные данные, которые будут использоваться для машинного обучения простых моделей, является новым этапом развития. Данные рассматриваются как инвариантный набор тенденций (т.е., производных по времени), действующих на вектор состояния, и эта информация используется для того чтобы управлять, дополнять и ограничивать эволюцию подобранной динамической системы и получать соответствующую траекторию в фазовом пространстве. Точка изображения на этой траектории тривиально переводится в соответствующее мгновенное состояние физической системы. Еще одним новым аспектом является демонстрация того, как это работает на практике, путем рассмотрения иерархии движений жидкости. Новизна методологии заключается в том, чтобы объединить ее с целым спектром подходов: от чисто основанных на данных до гибридных, т.е. сохраняющих возможность динамических обратных связей; все эти подходы имеют четкие ниши с точки зрения рабочих приложений. Наконец, мы предложили подход ВЭП — вероятностную альтернативу детерминистическим подходам ГП — как концептуальное расширение семейства методов ГП. Этот подход открывает возможность переосмыслить не только классические параметризации, основанные на физических процессах, но даже сами гиперпараметризации.

## **2.6 Теоретическая и практическая значимость работы**

Основное значение этой работы, основанной на 13 различных темах исследований и 51 публикации, заключается в расширении границ ГГД путем разработки новых математических подходов для исследования океанских мезомасштабных вихрей, с точки зрения как фундаментальной, так и прикладной науки. В геофизике теоретические достижения часто основаны на ГГД, а не на экспериментах, поскольку получение полевых данных измерений очень сложно, трудно, дорого и зачастую невозможно — именно это и делает ГГД одним из наиболее актуальных предметов исследования. Такое состояние дел мотивирует разработку новых и преобразующих математических подходов - в этом и состоит теоретическая и практическая значимость данного Научного Доклада.

## **2.7 Методология и методы исследования**

Основная методология этого Научного Доклада включает работу с основными уравнениями ГГД и их решение существующими численными методами, с последующим анализом решений и задействованных физических механизмов с помощью различных математических инструмен-

тов. Другие методы включают решение стохастических уравнений, многомерных динамических систем и больших задач линейной алгебры. Одна статья опирается на статистический анализ реальных данных наблюдений, а все остальные статьи имеют дело с иерархией численных решений.

## 2.8 Положения, выносимые на защиту

Прежде чем перечислить основные положения по каждой из рассматриваемых тем исследования, мы изложим их еще более сжато. Общую картину позволяет объединить в следующий список все “большие основные положения вынесенные на защиту”.

(1) Достигнут прогресс в выявлении динамики вихрей, взаимодействий вихревых потоков, самоорганизации геофизической вихревой турбулентности, и роли граничных эффектов. В частности, освещена важная динамическая роль вихрей в давней “проблеме Гольфстрима” (т.е., в острой проблеме моделирования из-за неразрешенных вихревых эффектов), а так же проанализированы эффекты возникновения вихрей из-за рельефа дна и боковой границы.

(2) Достигнут прогресс в понимании и моделировании внутренней декадной-междекадной изменчивости Земной системы, возникающей из-за океанской нелинейной вихревой динамики. Были изучены основные механизмы изменчивости, её связь с атмосферой; динамическая роль вихрей была понята и смоделирована стохастически.

(3) Достигнут прогресс в изучении материального переноса, турбулентной дисперсии, перемешивания и кластеризации вещества под воздействием вихрей. Было обнаружено множество недиффузионных, плавучих, анизотропных и неоднородных эффектов, а также лежащие в их основе механизмы были открыты и в значительной степени поняты.

(4) Достигнут прогресс в математическом моделировании (также известном как “параметризация”) вихревых эффектов. Это было сделано с двойной целью: получить новые знания о лежащих в основе физических процессах и облегчить практическое использование параметризаций вихрей в моделях климата, не разрешающих вихри или разрешающих их только частично.

(5) Механизмы возникновения множественных дрейфующих струй и разрушения диполей (струии и вихри являются повсеместно распространенными типами вихрей) были обнаружены и проанализированы.

(6) Была выдвинута и протестирована на практике новая концепция “динамически неразрешенных и реконструированных вихрей”. Эти вихри предлагаются в качестве новой, оптимальной цели для параметризаций.

### *Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей*

В диффузионной составляющей тензора переноса преобладает полярная диффузия. Это означает, что сосуществование положительной и отрицательной диффузии указывает на преобладание вихревой филаментации, что физически отличается от диффузии. Отрицательная диффузия все еще может привести к корректной постановке задачи из-за нескольких факторов: быстротечности отрицательных собственных значений, поворот угла диффузии, и явной диффузии. В целом квадратичная вариация переносится вниз по масштабам, следовательно, эффект турбулентности является глобально диффузионным. Адвективная составляющая К-тензора важна и значима, а это означает, что диффузия фундаментально важна но недостаточна для описания турбулентного переноса. Лишь небольшая часть адвективной составляющей может быть объяснена болюсной скоростью (т.е. потоком массы, вызванным турбулентными флуктуациями). Неединственность тензора переноса ставит серьезную проблему наблюдения: требуется либо

расширение соотношения поток-градиент, либо К-тензор должен рассматриваться стохастически. Фундаментальные элементы К-тензора связаны со свойствами локального потока широкими вероятностными распределениями, поэтому вероятностное а не функциональное замыкание представляется неизбежным. Замыкающие отношения не могут быть пространственно локальными, поскольку дивергенция турбулентного потока выраженного через градиент включает в себя производные основных элементов К-тензора.

#### *Тема 2: Кластеризация плавучих примесей*

Была убедительно продемонстрирована полезность Лагранжева подхода для такого типа моделирования. Концентрация поверхностных Лагранжевых частиц не дает достаточной информации для охарактеризования кластеризации, поскольку плотность плавучей примеси не сохраняется материально и необходимо учитывать ее эволюцию. Плавучие примеси имеют тенденцию кластеризоваться гораздо интенсивнее, чем пассивные примеси. Экспоненциальная кластеризация — это устойчивый процесс, обусловленный дивергенцией 2D поверхностных скоростей и модифицируемый другими факторами. Когерентность коррелированных во времени скоростей приводит к значительно более высокой скорости кластеризации, и вызывает большее количество более долгоживущих/более плотных кластеров. Мезомасштабные вихри за счет хаотического перемешивания сочетают фрагментационную и экспоненциальную кластеризации. Мы продемонстрировали, что глобальная динамика нашей биогеохимической модели, включающей плавучую биомассу и загрязняющие вещества, существенно изменяется в процессе кластеризации. В частности, существует новый баланс в экосистеме, при котором во взаимодействиях полностью доминируют те концентрации, которые находятся внутри плотных кластеров. Это значительно усиливает воздействие разрушительных загрязнителей. Есть свидетельства того, что это равновесие будет устойчивым при переходе к более сложным и реалистичным моделям.

#### *Тема 3: Лагранжев перенос*

В Лагранжевом подходе большие наборы виртуальных частиц интегрируются по времени в меняющихся во времени полях скорости. За несколько десятилетий для этой цели появилось множество инструментов и методов. Мы рассмотрели современное состояние в этой области, перечислили и обсудили доступные в настоящее время инструменты, а затем продемонстрировали их некоторые инновационные применения, и завершили обсуждением открытых вопросов и перспектив [L2]. В исследовании [L1] изучались анизотропные свойства турбулентного переноса в Северной Атлантике, с использованием идеализированной модели океанской циркуляции и скоростей, полученных по данным альтиметрии. Турбулентный перенос (количественно определяемый тензором диффузии) варьируется географически и является анизотропным, т.е. имеет четко определенное направление максимального переноса. Обнаружено, что одна из составляющих нестационарного потока — зонально вытянутые крупномасштабные аномалии — особенно эффективны для проявления этой анизотропии.

#### *Тема 4: Динамически неразрешенные вихри*

Сверточная фильтрация — классический подход к определению мелкомасштабной (вихревой) составляющей турбулентного потока — нуждается в существенной модернизации, чтобы преодолеть три присущие ей проблемы. Первая проблема заключается в том, что при отсутствии разделения масштабов возникает неоднозначность в выборе формы и размера фильтрующего ядра; вторая проблема заключается в том, что фильтрация должна соответствовать модели на грубой сетке, в которую предполагается внедрить эту параметризацию; третья проблема заключается в том, что фильтрация приводит к некоторой потере крупномасштабной информации. Мы решили все эти три проблемы, используя саму модель на грубой сетке в качестве динамического фильтра, который реконструирует “виртуальные” вихри, которые собственно и

предлагаются в качестве новой цели для параметризации. Мы изучили динамические эффекты реконструированных вихрей, рассматривая их тензор переноса (из предполагаемого соотношения поток-градиент) и обнаружили, что изотропная диффузия относительно не важна, хотя в основном параметризации нацелены именно на неё. Анализ тензора показал, что вихри действуют как полярная диффузия в сочетании с адвекцией, и пространственными неоднородности обоих этих физических процессов имеют важное значение.

#### *Тема 5: Вихревое обратное рассеяние*

В [B1] мы постепенно увеличивали число Рейнольдса за счет снижения турбулентной вязкости и анализировали соответствующие изменения крупномасштабной циркуляции, энергетики и вихревых потоков. Большинство свойств течений, и тем более нелинейные моменты, не проявили признаков асимптотической сходимости. Турбулентный поток ПЗ между круговоротами был направлен преимущественно на север, то есть вверх по градиенту, что указывает на обратное вихревое рассеяние в действии. Изучая численную сходимость решений, мы обнаружили, что эмпирически для уменьшения вязкости вдвое требуется уменьшение шага сетки вдвое. В [B2] мы рассмотрели два конкурирующих механизма: вихревое обратное рассеяние и аномалии встречного вращения (т.е. торможения) внутри двойных круговоротах, но обнаружили что эти аномалии лишь умеренно противодействуют эффекту обратного рассеяния, который поддерживает восточную струю. В этих статьях и более систематически в [B3], мы обнаружили, что высокие бароклинные моды (т.е. новые степени свободы соответствующие улучшенному вертикальному разрешению) подавляют обратное вихревое рассеяние, и тормозят зоны рециркуляции вокруг восточной струи. Тормозящая роль противоположна тому, что считалось с начала 90-х годов, но мы обнаружили, что эта ошибка возникла из-за плохого численного разрешения в сочетании с разгоном модели океана в нетипичный режим циркуляции. В отсутствие высоких бароклиновых мод энерговклад ветра более эффективно фокусируется на более низкие моды, следовательно, низко-модовое вихревое обратное рассеяние более эффективно поддерживает восточную струю и прилегающие к ней зоны рециркуляции. Наконец, в [B4] мы объективно отфильтровали вихри, с помощью сверточного фильтра с масштабом длины основанным на локальной пространственной корреляции, и обнаружили, что вихревое обратное рассеяние становится более выраженным при диагностике.

#### *Тема 6: Низкочастотная изменчивость*

Декадно-междекадная НЧИ океана возникающая из-за его нелинейной динамики остается большой задачей как для теоретических исследований так и для практического моделирования океана. В [V1] мы успешно смоделировали НЧИ с помощью новой немарковской многослойной стохастической модели, с параметрами настроенными по данным. Предлагаемый подход основан на данных и адаптируется к данным, поэтому его можно использовать для моделирования океанских НЧИ в моделях климатического типа. Чтобы динамически интерпретировать статистические режимы НЧИ, мы линеаризовали основные QG уравнения вокруг усреднённой по времени циркуляции и решили задачу получения соответствующего полного набора линейных собственных мод с их собственными частотами [V2]. Затем мы спроецировали НЧИ на собственные моды и обнаружили, что эта изменчивость представляет собой мультимодальную когерентную структуру, а не одну моду или комбинацию нескольких мод, как в режимах течений предшествующих развитой турбулентности. Расширение моделирования на совместную вихре-разрешающую QG модель океана и атмосферы привело к открытию более общей НЧИ, в которой также преобладают меридиональные сдвиги восточной струи западных погрантечений и изменения в силе субтропической инерционной зоны рециркуляции. С другой стороны, изменчивость атмосферной ПЗ теперь также является частью решения: в ней доминируют растущие



стоячие волны Россби, а в изменчивости ее давления преобладает зонально-асимметричное меридиональное смещение атмосферной струи. Обнаружена положительная обратная связь между меридиональными смещениями восточной струи и ростом стоячей волны Россби в возмущениях атмосферной струи. Реакция атмосферы контролируется сдвигами меридионального океанского вихревого теплового потока на морской поверхности, поперек температурный фронт, который в свою очередь вызывает рост бароклинных неустойчивостей в атмосфере. Этот рост неустойчивости в конечном итоге приводит к крупномасштабной реорганизации баротропного давления над восточным океаном и упомянутым выше меридиональным смещением атмосферной струи. Что касается реакции океана на атмосферные изменения, мы обнаружили два механизма: нелинейную регулировку восточной струи и прилегающих к ней зон рециркуляции и бароклинную регулировку волнами Россби.

#### *Тема 7: Параметризация турбулентности*

Параметризация, разработанная в [P1,P2], локально аппроксимирует нестационарную дивергенцию вихревого потока пространственно локализованное и временно-периодическое (или эпизодическое) воздействие, называемое планжером (или импульсом), и фокусируется на индуцированное им решение линейной динамики движения жидкости. Нелинейное взаимодействие этого решения, называемое следом, характеризует и количественно определяет индуцированное кумулятивное вихревое воздействие, действующее на крупномасштабный поток. Мы обнаружили, что пространственная структура и амплитуда следа сильно зависят от лежащего в его основе крупномасштабной фоновой циркуляции, и существование соответствующих соотношений обеспечивает основу для турбулентной параметризации и её замыкание на свойства крупномасштабного течения. Также систематически анализировались зависимости следов от других важных параметров задачи. Параметризация использует информацию о локальном крупномасштабном движении жидкости, строит и масштабирует соответствующие следы, а затем суммирует их по пространству, чтобы получить результирующее поле вихревых сил, которое интерактивно добавляется в модель в качестве дополнительного воздействия. Альтернативный подход в [P3] демонстрирует, что в модели, допускающей вихри, по крайней мере частично разрешающей вихри, обратное рассеяние может быть значительно усилено — путём локального детерминированного придания шероховатости потоку, что контролируется всего одним параметром. Влияние планжеров на значительно более сложную, чем QG, динамику мелкой воды также систематически изучалось в [P6,P7], и свойства следов были задокументированы, классифицированы и поняты.

[P3,P4] посвящены проблеме улучшения модели циркуляции океана с низким разрешением. Эталонное поле вихревых сил, которое содержит важную информацию о связи между большим и вихревыми масштабами, было получено из эталонного решения высокого разрешения, модифицировано, упрощено и добавлено для улучшения модели низкого разрешения. Полученное в результате решение модели с низким разрешением значительно улучшено и даже содержит правильную НЧИ. С другой стороны, интерактивно связав непрерывно предоставляемую историю эталонного вихревого поля с явно промоделированным крупномасштабным потоком с низким разрешением, мы получили еще одно вихревое воздействие, которое улучшило средние поля циркуляции но потеряло НЧИ. Это связано с тем, что НЧИ решающим образом зависит от деталей пространственно-временных корреляций между вихрями и крупномасштабной циркуляции, некоторые из этих корреляций не были учтены. Мы решили проблему с помощью статистической низкочастотной фильтрации решения улучшенной модели с низким разрешением, чтобы усилить недостающие корреляции.

Наконец, мы рассмотрели модель Северной Атлантики, основанную на примитивных уравне-

ниях, и изучили вклады различных факторов в уравнения модели для точности представления Гольфстрима при низком разрешении. Мы обнаружили, что следует сосредоточиться на параметризации уравнений температуры и солености, а остальные уравнения гидродинамической части, а также модель атмосферы можно оставить без изменений. Мы также обнаружили, что параметризации, представляющие только обратное рассеяние кинетической энергии, не могут быть полностью эффективными, и основное внимание должно быть перенесено на разработку параметризации обратного рассеяния объединенной потенциальной/кинетической энергии.

#### *Тема 8: Дрейфующие струи*

Нестационарные дрейфующие струи можно рассматривать как зонально вытянутые аномалии движений жидкости и рассматривать как класс самопроизвольно возникающих множественных чередующихся струй в геофизических турбулентностях. В [J1] мы обнаружили, что эти аномалии в решениях QG-модели океана и в альтиметрии не являются артефактом временных усреднений случайных, пространственно некоррелированных вихрей; вместо этого вихри организованы в вихревые цепочки, которые проявляются как струйные аномалии, что хорошо видно в ЁОФ полученных из фильтрованных в нижних частотах данных. Чтобы сосредоточиться на лежащих в основе динамических процессах, в [J2,J4] мы рассмотрели вертикально-сдвиговое бароклинное зональное течение над зонально наклонным рельефом дна. Устойчивой и доминирующей частью соответствующих модельных решений являются струи, наклоненные от зонального направления и дрейфующие с постоянной скоростью. Было обнаружено, что дрейфующие струи подвергаются прямому воздействию вертикального бароклинного сдвига, тогда как вихри противостоят этому. Это противоречит классическим режимам течения стационарных зонально-симметричных многоструйных течений и должно быть более применимо к океану, который почти везде зонально асимметричен. Роль турбулентных потоков вихревой относительной завихренности и плавучести изучалась как в восточном, так и в западном сдвиговом течении. Показано [J3], что, несмотря на различия в вихревой структуре и локальных характеристиках, фундаментальная динамика в обоих случаях по существу одинакова: потоки относительной завихренности заставляют струи образовываться во всей глубине жидкости, а потоки плавучести передают импульс от верхнего слоя к нижнему, где он уравнивается донным трением. Также обнаружено, что струи получают больше энергии за счет работы напряжений Рейнольдса в слое, имеющем положительный градиент фоновой ПЗ, и это объясняется простыми рассуждениями, основанными на групповой скорости волн Россби.

Наконец, помимо наклонных струй наблюдаются и другие крупномасштабные пространственные закономерности [J4]. Вклад наклонных струй уменьшается с уменьшением параметров трения и вязкости и возникают чисто зональные крупномасштабные моды, распространяющиеся в меридиональном направлении. Наш анализ показал, что зональные моды получают энергию от окружающих вихрей, а также от наклонных струй через нелинейные взаимодействия. Однако вязкая диссипация и донное трение имеют тенденцию подавлять нелинейные взаимодействия, что приводит к торможению передачи энергии от вихрей к зональным модам. Тот факт, что при наличии топографии чередующиеся струи могут поддерживаться за счет взаимодействия между различными крупномасштабными модами отличаются от классических аргументов, в которых только прямое вихревое воздействие поддерживает струи.

#### *Тема 9: Диполи*

Мы обнаружили спонтанное нарушение симметрии слабых диполей Ларичева-Резника, распространяющихся на восток, путем прямого моделирования с высоким разрешением QG решений на эквивалентно-баротропной бета-плоскости. Нестабильность диполей связана с появлением экспоненциально-растущей, критической линейной модой, характеризующейся уменьшением

скорости роста с увеличением интенсивности диполя. Чтобы извлечь наиболее быстрорастущие нормальные моды, мы применили две методологии: бридинг основан на решении задачи Коши, а прямой подход подразумевает решение собственной задачи (включающей большие матрицы) на полный спектр нормальных мод. Мы рассмотрели нелинейные взаимодействия критической моды, включая турбулентные потоки, их дивергенцию и баланс механической энергии. Из этих анализов мы обнаружили, что неустойчивость приводит к ослаблению диполя за счет извлечения его энергии особым образом, и за счет обмена ПЗ между вихрями-партнерами, вниз по градиенту, тем самым обеспечивая нелинейный физический механизм для разрушения диполя. Мы также доказали фундаментальную важность асимметрии запад-восток в критической моде осуществляющей разрушение диполя. Наконец, варьируя как силу диполя, так и начальный угол наклона диполя к зональному направлению, мы обнаружили два конкурирующих физических механизма, управляющих дипольными превращениями: (1) спонтанная дипольная неустойчивость из-за растущей критической линейной моды; (2) меридиональное разделение партнеров диполя, накапливающееся за время само-регулировки и предотвращающее вышеуказанную неустойчивость; какой механизм преобладает, зависит от начального наклона и силы диполя.

#### *Тема 10: Влияние донных хребтов*

Мы исследовали бароклинную QG модель, имеющую изолированный меридиональный хребет на дне [R1]. Обнаружено что широкое устойчивое течение, которое становится локально незональным из-за того что сталкивается с топографией, имеет тенденцию к потере устойчивости. Динамический анализ показал, что возникающие неустойчивости имеют жизненно важное значение для поддержания глубоких меридиональных течений на хребте, которые, в свою очередь, играют ключевую роль в балансе ПЗ верхнего слоя. Зональные струи в остальной части области обязаны своим существованием вихревым воздействиям на хребте, но поддерживаются локальными напряжениями Рейнольдса. В QG модели [R2], мы исследовали влияние синусоидального рельефа дна на бароклинную неустойчивость зональных течений с вертикальными сдвигами скорости в модели QG и решили соответствующую задачу линейной устойчивости. В целом как зональные, так и меридиональные периодические изменения топографии имеют тенденцию подавлять бароклинную неустойчивость, однако на скорость экспоненциального роста около-критических нормальных мод влияет только меридионально меняющаяся топография. Наконец, нелинейное численное моделирование подтвердило выводы анализа линейной устойчивости.

#### *Тема 11: Влияние западной границы*

Влияние нелинейности течения в западных пограничных слоях ветровых океанских круговоротов исследовалось анализом как линейных, так и нелинейных состояний решения, а также анализом траекторий Лагранжевых частиц. Нелинейный пограничный слой оказывает решающее влияние на глобальную циркуляцию: эффекты адвекции ПЗ препятствуют переносу вязкими потоками относительной завихренности через западную границу, и это создает значительный дисбаланс ПЗ между круговоротами. В свою очередь, это вызывает накопление энтропии ниже по течению в зонах инерционной рециркуляции, что в свою очередь поддерживает восточную струю. Однако в океанском бассейне растущий дисбаланс в конечном итоге исправляется за счет обмена ПЗ между круговоротами, за счет турбулентных потоков. Анализ Лагранжевых частиц подтверждает это, показывая, что частицы, засеянные внутри западного пограничного слоя мигрируют между круговоротами и ослабляют распространение струи на восток.

#### *Тема 12: Статистические эмуляторы*

В рамках этой темы мы разработали и применили многоуровневую методологию стохастиче-



ской эмуляции АДГР, которая эмулирует сложную, многомасштабную и хаотическую динамику с точки зрения относительно небольшого количества пространственных мод, полученных из данных и развивающихся с простой временной динамикой, а именно, в виде гармонических колебаний с заданной частотой [S1,S2]. Было продемонстрировано, как АДГР работает с различными наборами данных возрастающей сложности. Что касается проблемы эмуляции океана, мы также систематически сравнили наш подход с другими распространенными подходами, включая различные типы регрессий и нейронные сети [S3], и выполнили это с помощью таких метрик оценки, как среднеквадратичная ошибка, взаимная корреляция аномалий, климатология, дисперсия, карта частот, горизонт прогнозирования и вычислительные затраты. В целом, наш анализ способствует развитию многоуровневых стохастических моделей, как более практичного, точного и экономически эффективного метода.

### *Тема 13: Гиперпараметризации*

Мы посмотрели на неспособность крупномасштабных моделей океана правильно воспроизвести эффекты неразрешенных мелкомасштабных процессов с точки зрения глобальной динамической системы. При таком взгляде модели на грубых сетках не могут удерживать решения в пределах области фазового пространства, занимаемой истинным состоянием океана (здесь: решением с высоким разрешением, спроецированным на грубую сетку). В [H1] мы предложили решение этой проблемы путем вычисления точки изображения в фазовом пространстве, ограниченном областью истинной динамики потока, так что точка изображения движется информацией от ближайших своих соседей содержащих доступные эталонные тенденции (т.е. производные по времени). В [H4] методология была успешно расширена на полные данные об общей циркуляции в Северной Атлантике, таким образом, демонстрируя свою максимальную практическую полезность.

В [H3] мы разработали гибридный метод ГП, основанный на восстановлении системы уравнений, описывающих динамику наблюдаемых данных, в то время как дополнительное адаптивное подталкивание противодействует потенциальной неустойчивости решения путем его удержания в правильной эталонной области фазового пространства. Примечательно, что при таком ГП-моделировании схватываются не только крупномасштабные, но и мелкомасштабные характеристики движений жидкости, которые номинально можно видеть на сетке низкого разрешения. Один из важных и общих выводов, который мы сделали, заключается в том, что не только мезомасштабная параметризация вихрей в принципе возможна, но и может быть весьма точной (вплоть до воспроизведения отдельных вихрей) даже при значительно уменьшенной динамике (до 30 степеней свободы) — это дает большой оптимизм для продолжающихся исследований турбулентных параметризаций, которые еще далеки от завершения. В [H2] был разработан и продемонстрирован другой гибридный метод ГП: он применяет оптимизацию с ограничениями для решения с низким разрешением, чтобы оставаться в правильной области фазового пространства, но при этом не пытаться поправить параметризацией физику каких-то процессов.

Наконец, в [H5] мы разработали альтернативный способ моделирования океана, отражающий хаотическую природу океанских течений и неопределенность прогнозов моделей — вместо использования классического подхода детерминистских или стохастических дифференциальных уравнений, мы предложили вероятностно-эволюционный подход (ВЭП), который извлекает выгоду из использования вероятностного описания динамики в фазовом пространстве. Основная особенность версии ВЭП, управляемой данными, и предложенной в нашей работе в качестве модели, заключается в том, что для нее не требуется знать физику или динамику движений жидкости. В рамках ВЭП мы разработали два вероятно-эволюционных метода, которые осно-

ваны либо на использовании функции вероятности либо на выборке из возможных состояний. Методы успешно апробированы на полных и неполных наборах эталонных данных возрастающей сложности.

## **2.9 Вклад автора**

Все результаты настоящего Научного Доклада были получены защищающимся либо в одиночку, либо (в основном) в сотрудничестве с членами “лаборатории геофизической гидродинамики”, которую защищающийся возглавлял в Имперском Колледже Лондона на Факультете Математики. В число сотрудников лаборатории, которым автор безмерно благодарен, входят: Игорь Шевченко, Майкл Хэйг, Евгений Рыжов, Джек Дэвис, Хемант Хатри, Нираж Агарвал, Луолин Сан, Риосуке Курашина, Джейми Мичем. Автор также благодарен замечательным внешним участникам, чей вклад оказался бесценным; это Игорь Каменкович, Дмитрий Кондрашов, Джеймс МакВильямс, Георгий Сутырин, Ирина Рыпина, Константин Кошель, Чанхенг Чен, Юйян Лу, Эрик ван Себилл, Мэтт Кроу, Дмитрий Степанов и Питер Дюбен.

## **2.10 Степень достоверности и апробация результатов**

Все результаты в Научном Докладе либо были проверены на соответствие численным решениям, либо сами по себе были частью анализа численных решений. В последнем случае надежность и чувствительность результатов проверялись дополнительными вычислениями, соответствующими либо расширению статистической базы, либо вариациям ключевых параметров. Все результаты прошли рецензирование и были опубликованы в ведущих научных журналах; доклады о результатах исследования проводились на конференциях, семинарах и во время визитов в различные университеты и исследовательские институты.

### 3. Гидродинамические модели

Этот Научный Доклад включает в себя 13 тем исследований, которые либо основаны на классических приближениях движения геофизических жидкостей, либо используют их опосредованно. В этом разделе эти приближения представлены один раз, чтобы избежать повторов в тексте. Все жидкости рассматриваются как стратифицированные по плотности и несжимаемые, то есть приближение Буссинеска является самым высоким в задействованной иерархии моделей.

#### 3.1 Гидростатический Буссинеск в примитивных уравнениях

Мы рассмотрели гидростатическую форму приближения Буссинеска — это рабочая лошадка реалистических, всеобъемлющих океанских МОЦ, используемых, как для моделирования климата, так и для оперативного прогноза:

$$\begin{aligned}\frac{Du}{Dt} - fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u, & \frac{Dv}{Dt} + fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v, \\ \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + b + \nu \nabla^2 w, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{DT}{Dt} &= Q_T + \kappa \nabla^2 T, & \frac{DS}{Dt} &= Q_S + \kappa \nabla^2 S, & b &= b(T, S),\end{aligned}$$

где  $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$  — стандартная материальная производная;  $f = f(y)$  — параметр Кориолиса;  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости потока;  $p$  — динамическая аномалия давления;  $b$  — плавучесть жидкости, зависящая от температуры  $T$  и солёности  $S$  через (последнее) уравнение состояния; правые части уравнений температуры и солёности содержат внешние диабатические воздействия; в уравнения импульса также можно добавить внешние силы;  $\nu$  и  $\kappa$  — коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии, соответственно.

В Научном Докладе это приближение используется для представления общей циркуляции Северной Атлантики; ссылки на соответствующие коды доступные научному сообществу есть в статьях. Например, мы использовали МОЦ Массачусетского технологического института (MITgcm; Marshall et al. 1997), и сложность его вихре-разрешающего решения иллюстрируется в Рис. 1. На этом рисунке можно увидеть резкий извилистый фронт восточной струи Гольфстрима на восток и окружающее поле мезомасштабных вихрей. Когда численное разрешение сетки ухудшается до уровня, при котором невозможно разрешить вихри, Гольфстрим начинает распадаться в широкий поток, теряя свойство быть узкой струей с острым фронтом плотности — это хорошо известный результат, который иллюстрирует важность вихрей.

Другие ОМЦ в примитивных уравнениях, использованные в этом Научном Докладе: ROMS (региональная модель океана), настроенная для побережья Калифорнии; HYCOM (гибридно-координатная модель океана), настроенная для Северной Атлантики, и INMOM (модель Института Вычислительной Математики), настроенная для региона Японского/Восточного моря (ни одна из этих моделей не обсуждается здесь, для краткости).

#### 3.2 Многослойная модель мелкой воды

Для этого мы рассмотрели слоистую аппроксимацию гидростатических уравнений Буссинеска в формализме мелкой воды, как в реалистичной североатлантической МОЦ, так и в идеализированной конфигурации двухслойного зонального потока в канале. Напомним читателям,

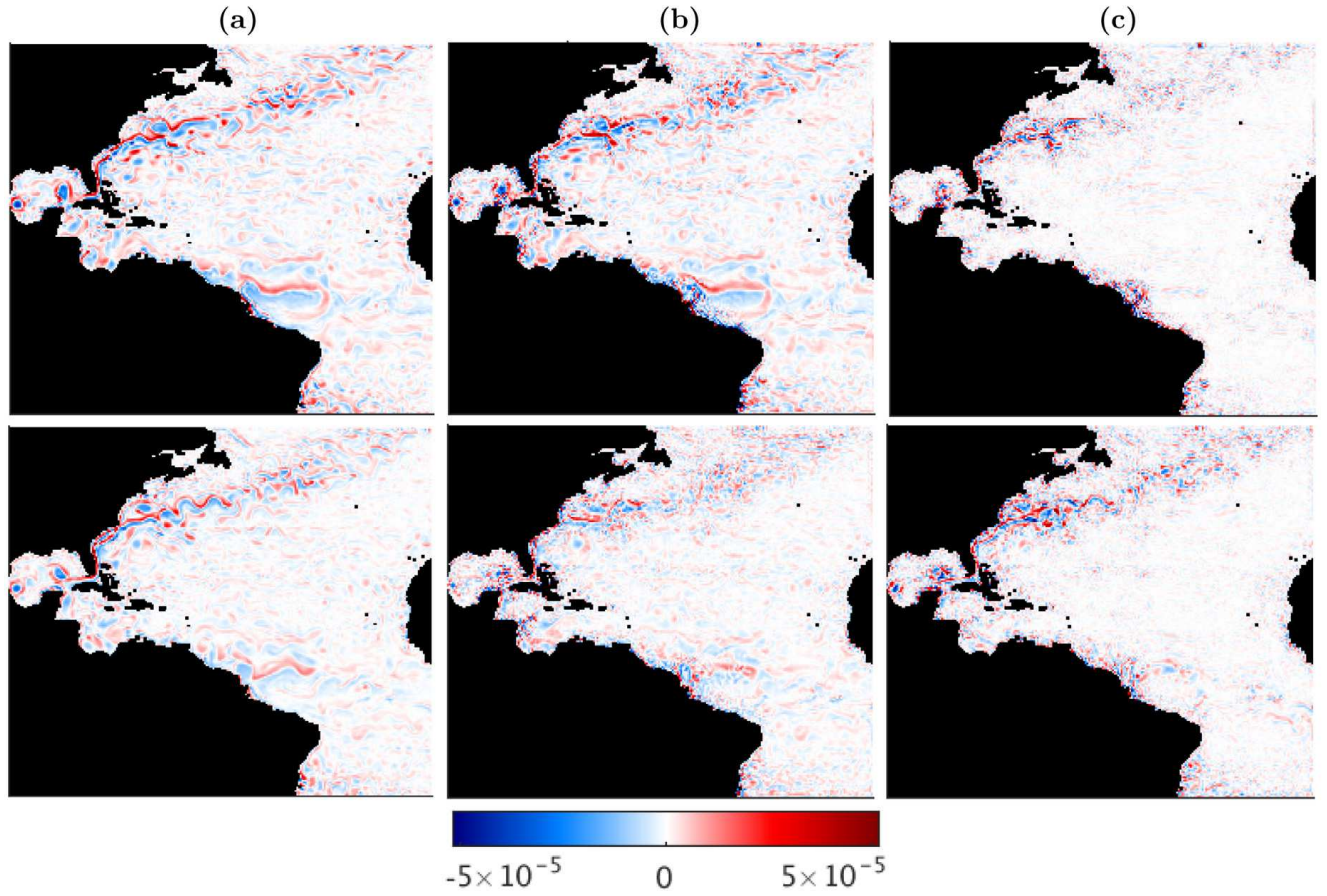


Рис. 1: Мгновенная относительная завихренность на поверхности (единицы  $s^{-1}$ ) смоделированная всеобъемлющей МОЦ Северной Атлантики (MITgcm). Показаны: (a) эталонное вихре-разрешающее решение (разрешение 1/12-градуса), (b) решение на грубой сетке, без разрешения вихрей (1/3-градуса), начатое с начального вихре-разрешающего состояния, (c) разница между (a) и (b). Снимки сделаны после (верхние панели) 7 и (нижние панели) 30 дней физического времени в модели. Обратите внимание, что все поля показаны на крупной сетке.

что последняя система имеет следующие основные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{Du_1}{Dt} - fv_1 &= -g \frac{\partial h_1}{\partial x}, & \frac{Dv_1}{Dt} + fu_1 &= -g \frac{\partial h_1}{\partial y}, \\ \frac{\partial(h_1 - h_2)}{\partial t} + \nabla \cdot ((h_1 - h_2)\mathbf{u}_1) &= 0; \\ \frac{Du_2}{Dt} - fv_2 &= -g \frac{\partial h_1}{\partial x} - g' \frac{\partial h_2}{\partial x}, & \frac{Dv_2}{Dt} + fu_2 &= -g \frac{\partial h_1}{\partial y} - g' \frac{\partial h_2}{\partial y}, \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} + \nabla \cdot (h_2\mathbf{u}_2) &= 0, \end{aligned}$$

где нижние индексы обозначают наложенные друг на друга изопикнические (т.е. с постоянной плотностью) слои, начиная сверху;  $h$  — переменная высота интерфейса;  $g$  стандартное ускорение силы тяжести, а  $g'$  — уменьшенная гравитация на интерфейсе между слоями. Обратите внимание, что расширение приведенных выше уравнений на любое количество слоев достаточно просто получить; любые внешние силы, трение или диффузия могут быть легко добавлены.

### 3.3 QG приближение

В большинстве тем Научного Доклада рассматривается и решается многослойная модель мелкой воды в её асимптотической форме, называемая квазигеострофическим (QG) типом модельных аппроксимаций для потенциальной завихренности (ПЗ). Вывод QG-аппроксимации можно найти в любом учебнике по ГГД (например, Pedlosky 1987); здесь мы приводим только краткий обзор. Во-первых, теория QG представляет собой теорию средних широт, то есть она не работает на экваторе, где параметр Кориолиса равен нулю; во-вторых, теория предполагает вертикальный контроль над ведущего-порядка, почти горизонтальными геострофическими движениями. Основные предположения QG: (i) число Россби мало (т.е. движения жидкости доминируются вращением); (ii) вращающаяся сфера представлена приближением бета-плоскости, подразумевающим небольшие меридиональные вариации параметра Кориолиса; (iii) изопикны слоев повсюду почти плоские; (iv) и основное приближение — это гидростатическое приближение Буссинеска в виде многослойной мелкой воды. С учетом приведенной выше информации, путем формального асимптотического вывода и использования разложения по малому числу Россби, мы получаем окончательный набор двухслойных (или многослойных) уравнений QG ПЗ, которые четко интерпретируются как материальные законы сохранения для ПЗ:

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{Dt} [\nabla^2 \psi_1 - S_1 (\psi_1 - \psi_2) + \beta y] &= 0, \\ \frac{D_2}{Dt} [\nabla^2 \psi_2 - S_2 (\psi_2 - \psi_1) + \beta y] &= 0, \end{aligned}$$

где каждая материальная производная берется в соответствующем слое жидкости (обозначается нижним индексом), а выражения в скобках — послойные компоненты ПЗ; обратите внимание, что внешние воздействия и диффузия ПЗ могут быть добавлены независимо. Соответствующие АПЗ,

$$q_1 = \nabla^2 \psi_1 - S_1 (\psi_1 - \psi_2), \quad q_2 = \nabla^2 \psi_2 - S_2 (\psi_2 - \psi_1),$$

представляют собой связанные уравнения эллиптического типа, которые необходимо инвертировать в каждый момент времени, чтобы получить функции тока  $\psi_i$ ; в свою очередь, функции тока дифференцируются для получения двумерных полей скорости внутри каждого слоя. Задействованные  $S$ -параметры называются параметрами стратификации и содержат информацию



не только о глубине и плотности слоев, но и о параметре Кориолиса (т.е. скорости вращения всей системы). Приведенные выше QG уравнения могут быть сформулированы для любого количества слоев жидкости (не показано здесь для краткости) и обычно содержат накачку и диссипацию, а также боковыми граничными условиями и интегральными физическими ограничения (McWilliams 1977). Численные методы решения QG моделей различаются, и наш стратегический выбор — стремиться к высокой численной точности и вычислительной эффективности, с использованием конечных разностей второго порядка и схемы адвекции CABARET (Karabasov et al. 2009), а также прямой решатель эллиптической задачи и распараллеленные коды.

### 3.4 QG-модель двойного круговорота

Одной из QG конфигураций океана, рассматриваемых в ряде статей, является так называемая *модель двойных круговоротов*. Эта классическая модель QG ПЗ с ветровой накачкой представляет собой идеализированную циркуляцию океана в средних широтах, подобную той, что в Северной Атлантике или северной части Тихого океана. Модель сконфигурирована в квадратном бассейне с плоским дном, выровненном по обычным зональным и меридиональным координатам и заполненным сложенными друг на друга (здесь для краткости ограничимся тремя) изопикническими слоями стратифицированной жидкости. Основные уравнения для послойных АПЗ  $q_i$  и функций тока скорости  $\psi_i$  :

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + J(\psi_1, q_1) + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = W(x, y) + \nu \nabla^4 \psi_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} + J(\psi_2, q_2) + \beta \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = \nu \nabla^4 \psi_2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_3}{\partial t} + J(\psi_3, q_3) + \beta \frac{\partial \psi_3}{\partial x} = -\gamma \nabla^2 \psi_3 + \nu \nabla^4 \psi_3, \quad (3)$$

$$q_1 = \nabla^2 \psi_1 + S_1 (\psi_2 - \psi_1), \quad (4)$$

$$q_2 = \nabla^2 \psi_2 + S_{21} (\psi_1 - \psi_2) + S_{22} (\psi_3 - \psi_2), \quad (5)$$

$$q_3 = \nabla^2 \psi_3 + S_3 (\psi_2 - \psi_3), \quad (6)$$

где индекс слоя  $i$  начинается сверху, а  $J(\cdot, \cdot)$  — это оператор Якобиана, используемый здесь для представления адвекции внутри материальной производной.

Например, в Berloff et al. (2021) основные параметры модели океана следующие: размер бассейна равен  $L = 3840$  km; глубина слоев в состоянии покоя равна  $H_1 = 0.25$  km,  $H_2 = 0.75$  km, и  $H_3 = 3.0$  km;  $\beta = 2 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  — градиент планетарной завихренности в средних широтах;  $\nu = 2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  и  $50 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  — используемые значения турбулентной вязкости в конфигурациях модели с вихревым разрешением и без такового (с грубой сеткой), соответственно;  $\gamma = 4 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$  — параметр донного трения; параметры стратификации  $S_1$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{22}$  и  $S_3$  выбраны так, что первый и второй бароклинные радиусы деформации Россби равны  $Rd_1 = 40$  km и  $Rd_2 = 20.6$  km, соответственно; и  $W(x, y)$  — это асимметричное, стационарное распределение ветра (накачка Экмана) для поддержания двойных круговоротов:

$$W(x, y) = -\frac{\pi \tau_0 A}{L} \sin \left[ \frac{\pi (L + y)}{L + Bx} \right], \quad y \leq Bx, \quad (7)$$

$$W(x, y) = +\frac{\pi \tau_0}{L A} \sin \left[ \frac{\pi (y - Bx)}{L - Bx} \right], \quad y > Bx, \quad (8)$$

где параметр асимметрии ветра равен  $A = 0.9$ , параметр уклона ветра от зонального равен  $B = 0.2$ , и амплитуда напряжения ветра равна  $\tau_0 = 0.08 \text{ N m}^{-2}$ . В целом режим асимметричной

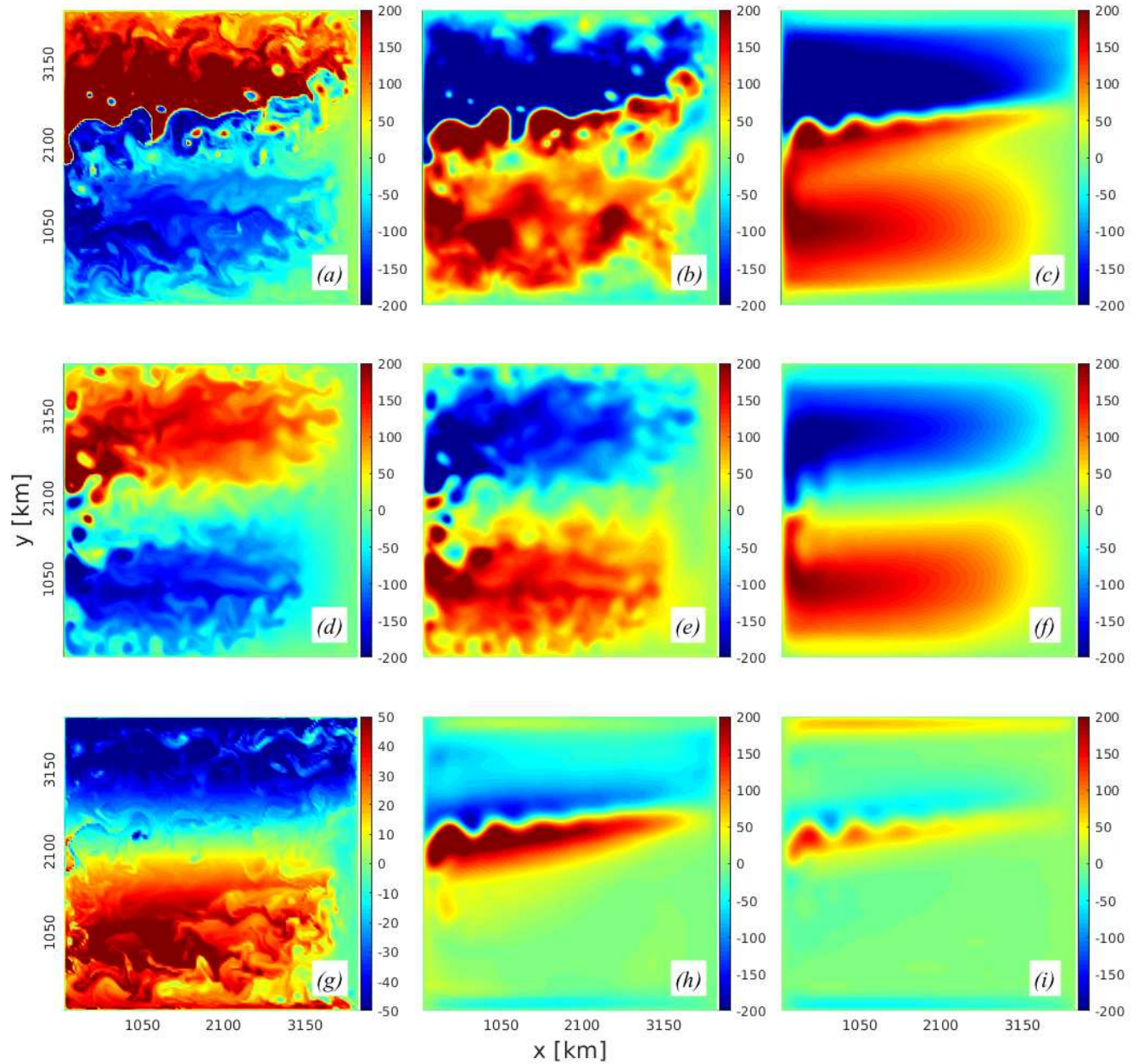


Рис. 2: Эталонные решения для моделей с вихревым разрешением и с грубой сеткой для двойных круговоротов. В верхнем ряду панелей показаны поля верхнего слоя океана, в вихре-разрешающем решении: мгновенные снимки (a) АПЗ  $q_1$  и (b) функции тока  $\psi_1$ ; и (c) среднее по времени поле  $\langle \psi_1 \rangle$ . Средний ряд панелей показывает то же самое, но для вихре-неразрешающей модели с грубой сеткой (без какого-либо учета вихревого воздействия). Обратите внимание, что модель с грубой сеткой не может моделировать восточную струю западных пограничных течений с прилегающими к ней зонами рециркуляции. Глубинные слои вихре-разрешающего решения иллюстрируется соответствующим снимком АПЗ  $q_2$  на панели (g). Разница между средними по времени циркуляциями на панелях (c) и (f) изображена на панели (h) — это недостающая часть циркуляции из-за неразешенных вихревых эффектов. На панели (i) показано то же, что и в (h), но для глубоководного течения в среднем изопикническом слое; обратите внимание, что восточная струя, при моделировании на грубой сетке, также отсутствует и в глубоком океане. Единицы изображаемых полей безразмерные, с масштабом длины  $L = 30 \times 10^5$  см (интервал грубой сетки) и масштаб скорости  $U = 1,0 \text{ см с}^{-1}$ . Эти единицы последовательно используются и в других рисунках.



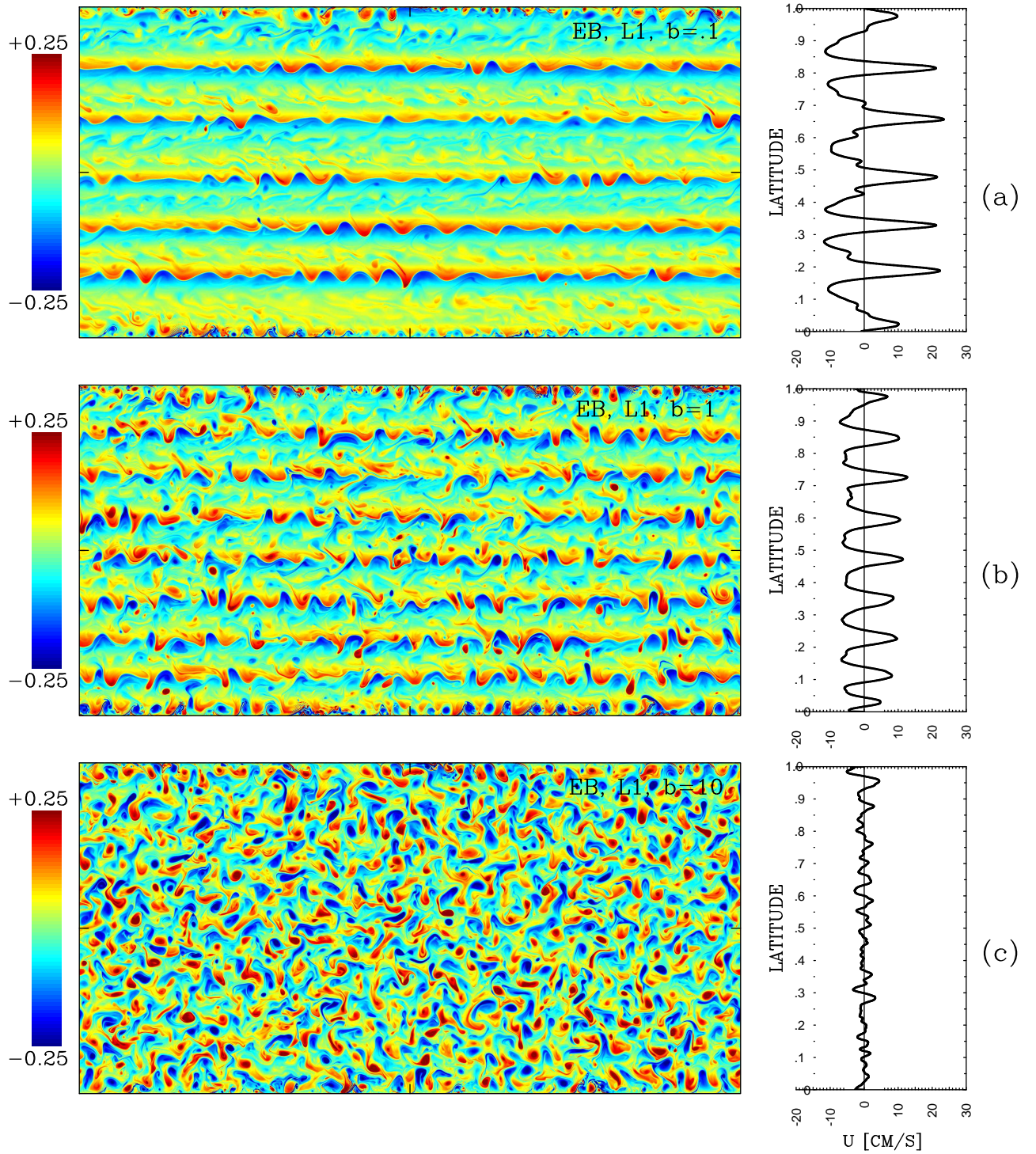


Рис. 3: Вихре-разрешающие решения QG турбулентности на бета-плоскости, в периодическом зональном канале, движимой неустойчивостями восточного потока с вертикальным сдвигом скорости. Этот режим течения характеризуется выраженными, чередующимися зональными струями, содержащими интенсивные меандры и генерирующими короткоживущие когерентные вихри. АПЗ в верхнем океане (левые панели, цветные) и соответствующие зонально-осредненные профили зональной скорости (правые панели) показаны для трех различных значений донного трения  $\gamma$ : (a) слабого, (b) среднего и (c) сильного. Значения АПЗ отнормированы параметром Кориолиса.



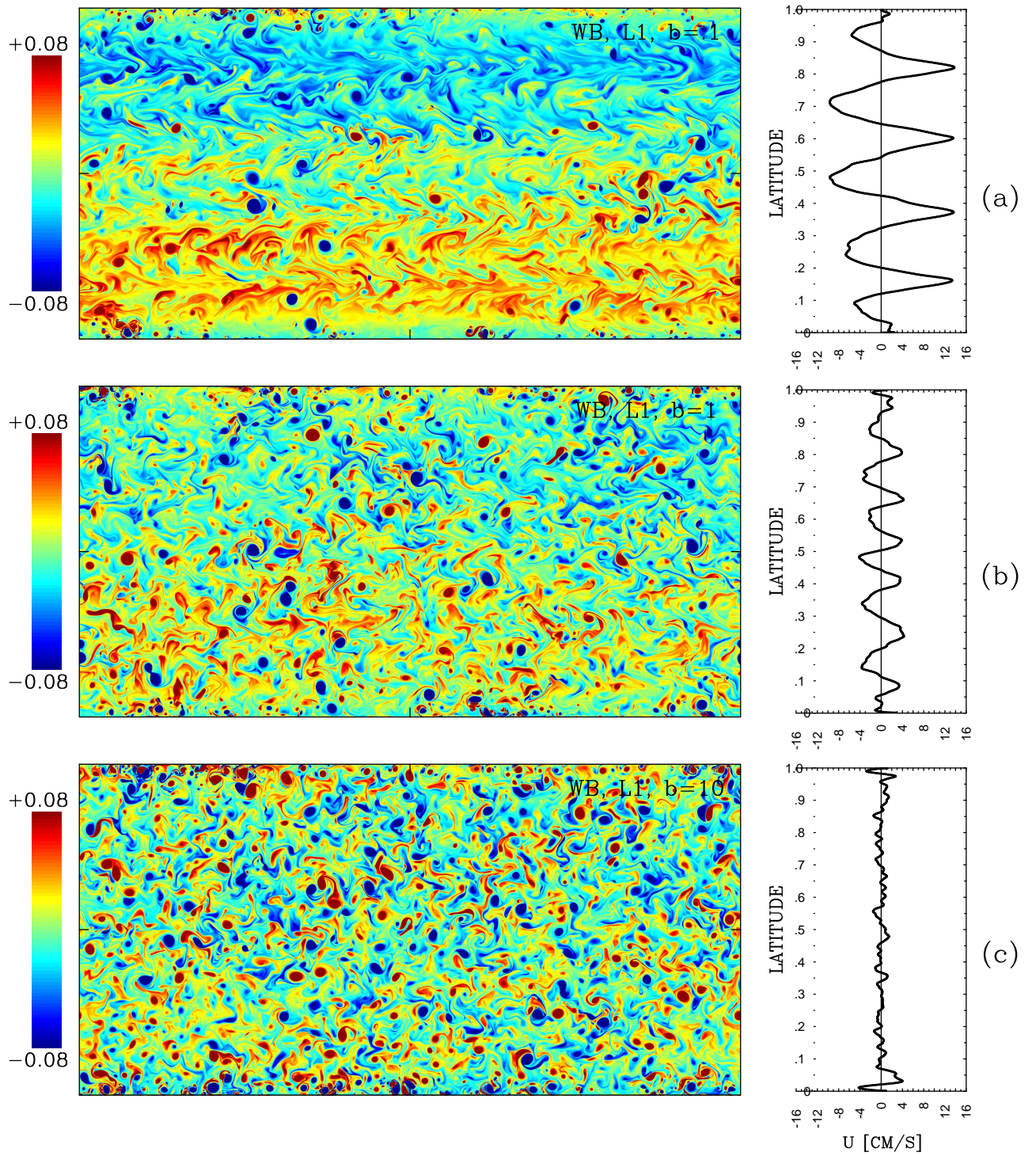


Рис. 4: Как на Рис. 3, но для вертикального сдвига скорости в западном направлении. Этот режим течения характеризуется скрытыми, чередующимися зональными струями, окруженными ансамблем очень интенсивных и долгоживущих когерентных вихрей.

циркуляции близок к режиму, рассмотренному Rhines and Schopp (1991). Уравнения слоистой модели с добавленными боковыми граничными условиями частичного скольжения и интегральным ограничением сохранения массы решаются численно (Karabasov et al. 2009).

Здесь уместно сказать несколько слов об основных математических расчетах модели, которые наиболее полно описаны в Karabasov et al. (2009), где предлагается новый численный эйлеровский метод высокого разрешения для моделирования QG динамики океана, как в турбулентных, так и в ламинарных режимах течения. Метод основан на новой, бездиссипативной и низкодисперсионной консервативной схеме адвекции второго порядка, которая называется CABARET. Свойства нового метода сравниваются со свойствами нескольких эйлеровых методов высокого разрешения для линейной адвекции и газовой динамики. Затем метод CABARET применяется к классической модели двойных круговоротов океана и свойства метода противопоставляются обычному методу Аракавы, сохраняющему завихренность. В турбулентных режимах новый метод позволяет проводить достоверное численное моделирование на гораздо более грубых расчетных сетках. В конечном итоге, это есть его главное преимущество. В Научном Докладе большинство статей посвящено QG моделированию на основе CABARET.

Теперь мы опишем типичное решение модели с двойными круговоротами, которое здесь взято из работы Berloff et al. (2021). Для каждого эталонного решения модель раскручивалась из состояния покоя до достижения циркуляцией статистического равновесия. Затем модель решалась в течение физических 100 лет, с сохранением решения либо каждый день, либо каждый час (в зависимости от типа анализа, который требовался), и данные решения использовались позже, для различных анализов в рамках нашего исследования. На практике мы иногда сохраняли решение немного раньше и позже контрольного времени каждой записи, из-за необходимости оценки производных по времени. Решения моделей были получены на равномерной, мелкой (вихре-разрешающей) или грубой (вихре-неразрешающей) сетке. Первая сетка имела  $513^2$  узлов с номинальным разрешением 7,5 км, тогда как вторая имела  $129^2$  узлов с номинальным разрешением 30 км. Разрешение грубой сетки можно охарактеризовать как допускающее вихри, поскольку интервал сетки немного короче первого бароклинного радиуса деформации Россби (40 км).

В Научном Докладе разрешение сеток варьируется от  $65^2$  до  $4097^2$  точек сетки. Решения течений жидкости характеризуются мгновенными и средневременными полями, последнее обозначается через угловые скобки  $\langle \cdot \rangle$ . Мы всегда демонстрируем численную сходимость эталонного вихре-разрешающего решения. Для него характерно хорошо развитые западные пограничные течения и замыкающее их струйное течение на восток, с прилегающим к нему зонам рециркуляции (Рис. 2). Это основные особенности течения исчезают, если вихри не разрешаются должным образом, как видно из эталонного решения на грубой сетке (рис. 2d,e,f). Восточная струя в вихреразрешающем решении отклонена от зонального направления, и круговороты существенно асимметричны, и все это из-за преднамеренно введенной асимметрии ветра  $W(x, y)$ , что делает режим течения более общим и напоминающим фактическое продолжение Гольфстрима на восток. Навязанная асимметрия в сочетании с мелким разрешением сетки и высоким числом Рейнольдса (из-за низкой турбулентной вязкости), качественно и количественно отличают исследуемый режим течения от классических решений двойных круговоротов, полученных с помощью ранних моделей (например, Holland 1978). Решение в глубине океана для вихре-разрешающих режимов циркуляции характеризуется большой областью почти гомогенизированной ПЗ, в соответствии с другими исследованиями и теорией гомогенизации ПЗ (Young and Rhines 1982).

### 3.5 QG-модель в конфигурации периодической области



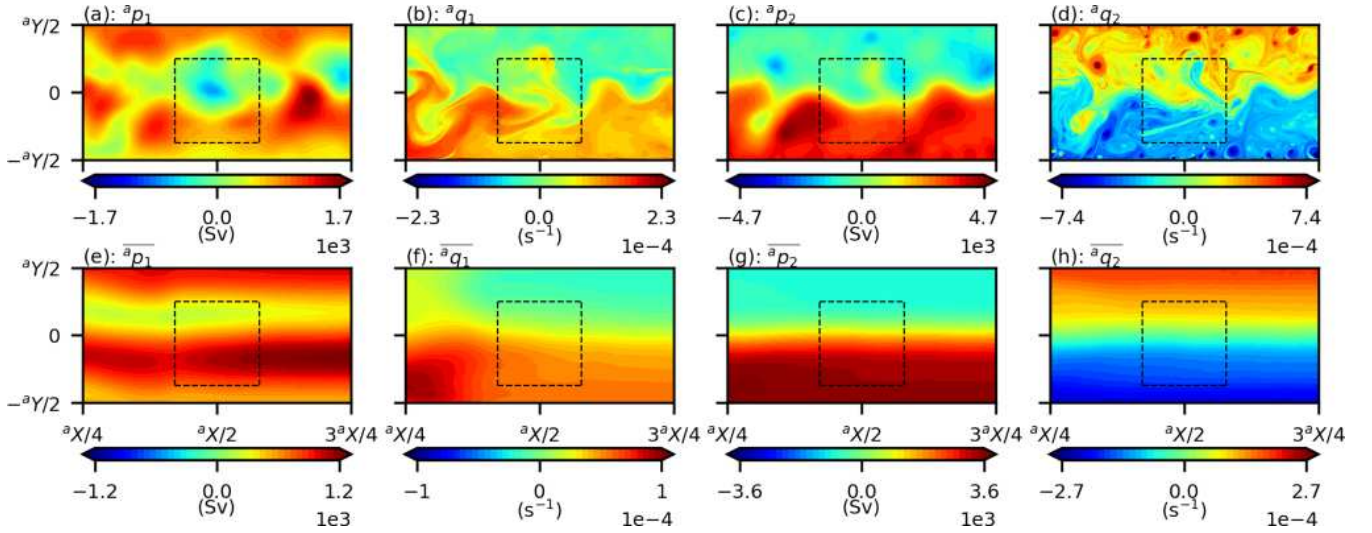


Рис. 5: Нефильтрованные атмосферные АПЗ и аномалии динамического давления для эталонной смоделированной атмосферы в канале, и в статистическом равновесии. На верхней и нижней панелях показаны мгновенные и усредненные по времени поля; панели слева показывают нижний изопикнический слой, на панелях справа показан средний изопикнический слой. Квадратный прямоугольник, обведенный черной пунктирной линией, показывает положение океанского бассейна. Показана только средняя половина атмосферного канала. (а), (е) Мгновенные и осредненные по времени динамические давления в нижнем изопикническом слое атмосферы (т.е. функция тока); (b), (f) — мгновенные и осредненные по времени АПЗ атмосферы в нижнем изопикническом слое; (c), (g) — мгновенные и осредненные по времени динамические давления атмосферы в среднем изопикническом слое; (d), (h) мгновенные и осредненные по времени АПЗ в среднем изопикническом слое атмосферы.

Другой распространенной моделью QG в Докладе является конфигурация зонального канала или двухпериодической бета-плоскости, с наложенным вертикальным (бароклинным) сдвигом фонового потока, который обеспечивает внешний источник энергии и силы, создающие широкий класс движений жидкости. Соответствующие основные уравнения (здесь в двухслойном случае) получаются в предположении  $\psi_i \rightarrow -U_i y + \psi_i$ , где параметры  $U_i$  — это значения фоновой зональной скорости в соответствующих слоях:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_1}{\partial t} + J(\psi_1, q_1) + (\beta + S_1 U_1 - S_1 U_2) \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + U_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} &= \nu \nabla^4 \psi_1, \\ \frac{\partial q_2}{\partial t} + J(\psi_2, q_2) + (\beta - S_2 U_1 + S_2 U_2) \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + U_2 \frac{\partial q_2}{\partial x} &= \nu \nabla^4 \psi_2 - \gamma \nabla^2 \psi_2, \end{aligned}$$

где  $\nu$  и  $\gamma$  — это турбулентная вязкость (для параметризации неразрешенных субмезомасштабных движений) и параметр донного (Экмановского) трения, соответственно. Решения в зональном канале показаны на Рис. 3 и 4, а двухпериодические решения для краткости не показаны. Обратите внимание, что эти решения охватывают широкий диапазон различных режимов потока, некоторые из которых характеризуются несколькими чередующимися зональными струями, поддерживаемыми самоорганизованным действием мезомасштабных вихрей, тогда как некоторые другие режимы характеризуются наличием долгоживущих изолированных когерентных вихрей. И струи, и вихри рассматриваются в Научном Докладе как отдельные темы исследований. **243**, 103952.**243**, 103952.**243**, 103952.**243**, 103952.

### 3.6 Совместная QG-модель океана и атмосферы

Исследования с использованием QG-СМ океана и атмосферы сравнительно редки, поскольку такие модели не могут быть глобальными из-за ограничений QG теории; однако такие исследования могут быть очень полезными для изучения роли мезомасштабных вихрей и задействованных механизмов взаимодействия океана и атмосферы и возникающих обратных связей. Таким образом, QG-СМ не только ограничена средними широтами, но также должна быть оснащена важными параметризациями некоторых непредставленных физических процессов, определяющих различные вклады в QG динамику. С другой стороны, всеобъемлющие глобальные МОЦ требуют настолько больших вычислительных затрат, что их невозможно должным образом изучить в вихре-разрешающих режимах циркуляции с надлежащим высоким разрешением сетки. Эта ситуация предполагает наличие ниши для полезных приложений QG-СМ, и именно этом посвящается тема исследования по НЧИ климатического типа.

Используемая нами QG-СМ была впервые описана и реализована в работе Hogg et al. (2003), хотя аналогичная модель, но без динамически активного перемешанного слоя атмосферы, была независимо разработана и использована (Kravtsov and Robertson 2002; Berloff et al. 2007a). Дизайн модели таков, чтобы имитировать аспекты климатической системы средних широт. Состоит она из движимых ветром и теплообменом двойных круговоротов в океане, которые связаны с зонально-периодической атмосферой в канале через смешанные слои, которые в свою очередь обеспечивают передачу тепла и импульса между океаном и атмосферой. Мы не представляем здесь весь набор уравнений QG-СМ, но проиллюстрируем работу модели на примере атмосферной компоненты (Рис. 5), которая приводится в движение приходящей солнечной радиацией, управляется наложенной орографией суши и связана снизу с циркуляцией океана в квадратном бассейне, которая, в свою очередь приводится в движение самой атмосферой. Как атмосферная, так и океанская часть решения вполне реалистичны.

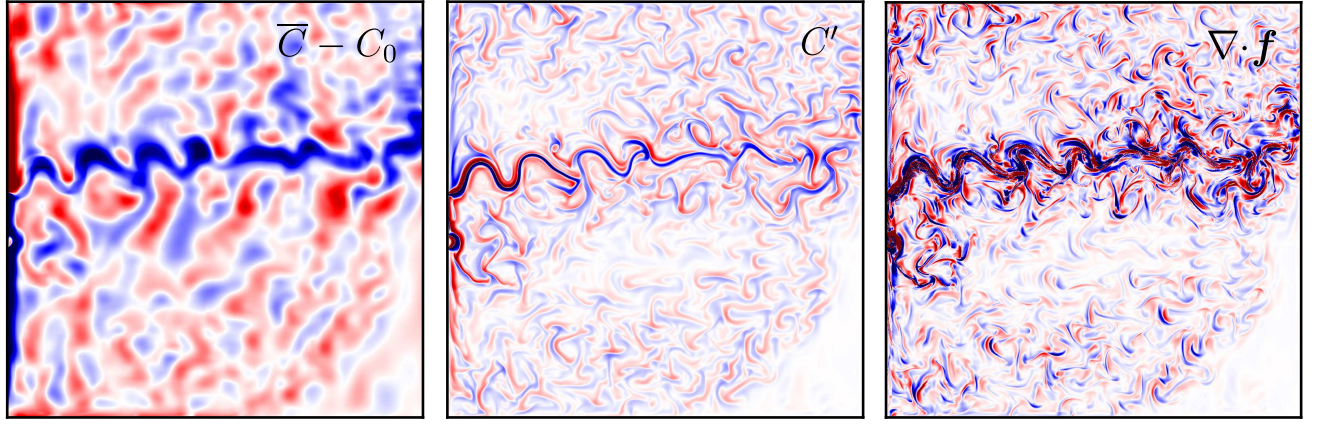


Рис. 6: Мгновенные снимки полей концентрации примеси из ансамбля решений. (слева) Крупномасштабная концентрация примеси (без учета ее первоначального распределения); (середина) турбулентная часть концентрации; (справа) турбулентное воздействие (т.е. конвергенция соответствующих вихревых потоков). Все поля показаны на сетке высокого разрешения и только для свойств верхнего слоя океана.

## 4. Полученные результаты

В этом разделе представлены ключевые технические подробности по каждой теме исследования и показаны избранные рисунки, поясняющие наиболее важные моменты; кроме того, мы старались избегать повторов среди рисунков. Важно читать этот раздел в более широком контексте: в разделе 2 обсуждаются цели исследования и новизна, а также выдвигаются основные положения исследования для целей защиты диссертации; раздел 3 компактно описывает ключевые гидродинамические модели с точки зрения их математических аппроксимаций; а в разделе 5 обсуждаются слабые стороны полученных результатов и представлены перспективы будущих исследований. Наконец, мы оптимизировали и минимизировали охват материала, избегая повторов между темами; в результате некоторые подразделы оказываются больше других, но избавляют читателя от повторяющихся материалов.

### 4.1 Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей

Турбулентная диффузия основана на соотношении поток-градиент,  $\mathbf{f} = -\mathbf{K}\nabla C$ , которое заменяет вихревой поток  $\mathbf{f}$  (в крупномасштабной динамике для концентрации примеси,  $C$ ) крупномасштабным градиентом  $\nabla C$  и включает соответствующий коэффициент переноса  $\mathbf{K}$ , который в общем случае является тензором ( $\mathbf{K}$ -тензор). Это старая идея, основанная на теории отклонения жидких частиц (Taylor 1921), которая до сих пор остается передовой темой исследований из-за следующих нерешенных проблем: [1] потенциальная проблема неполноты соотношения поток-градиент; [2] проблема разделения крупных течений и турбулентности, которая ставит под сомнение, что именно необходимо учитывать как турбулентность; [3] задача наблюдения параметров переноса, которые фундаментально разнятся в оценках основанных на Эйлеровском и Лагранжевым подходах; [4] проблема неединственности коэффициента переноса, который может зависеть от поля концентрации; [5] замыкание любой турбулентной параметризации и при этом проблемы учета физических ограничений; [6] проблема некорректности с вихревыми потоками ориентированными вверх по градиенту, и вызывающими отрицательные значения коэффициента диффузии; [7] проблема сингулярности, когда коэффициенты переноса становятся бесконечными. Наш подход заключается в диагностике эволюционирующих полей

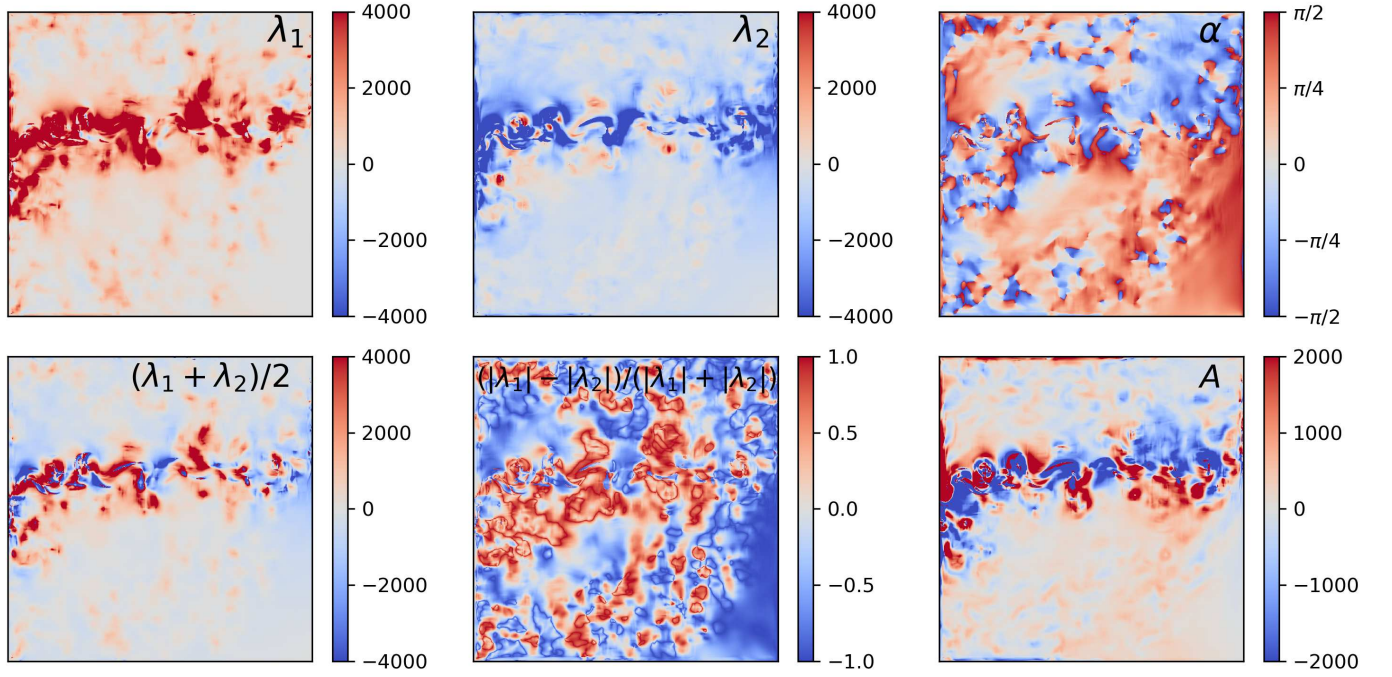


Рис. 7: Снимок фундаментальных свойств К-тензора в верхнем океане. (вверху слева)  $\lambda_1(x, y)$  ; (верхняя середина)  $\lambda_2(x, y)$  ; (вверху справа) угол диффузии; (внизу слева) среднее собственное значение; (нижняя середина) параметр анизотропии,  $(|\lambda_1| - |\lambda_2|)/(|\lambda_1| + |\lambda_2|)$  ; (внизу справа) компонент асимметричного тензора  $A(x, y)$ . Обратите внимание на рисунке: (1) преобладает противоположная полярность собственных значений, (2) устойчивое наличие отрицательного среднего собственного значения, (3) большие повороты S-тензора, (4) значительная анизотропия S-тензора, (5) большой A-тензор и (6) значительная пространственная неоднородность всех полей.



К-тензора путем использования нескольких пассивных примесей, добавленных в решение вихре-разрешающей модели; путем прямой и точной оценки, без каких-либо наложенных ограничений или упрощений.

Мы добавили много неоднородно распределенных пассивных примесей и посмотрели на эволюцию их концентраций  $C(t, \mathbf{x})$  в каждом изопикническом слое:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}C) = \kappa \nabla^2 C + F.$$

Поля были разложены на крупномасштабные/турбулентные (с чертой/со штрихом) компоненты,

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{u}'(t, \mathbf{x}), \quad C(t, \mathbf{x}) = \bar{C}(t, \mathbf{x}) + C'(t, \mathbf{x}),$$

пространственной фильтрацией, которая представляет собой свертку скользящего среднего с функцией в виде цилиндра размером в несколько  $Rd$  (данный размер рассматривался как один из контрольных параметров). Эти разложения были подставлены обратно в уравнения примесей:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{C}) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}C' + \mathbf{u}'\bar{C} + \mathbf{u}'C') = \kappa \nabla^2 \bar{C} + \kappa \nabla^2 C' - \frac{\partial C'}{\partial t} + F' + \bar{F},$$

где комбинация всех членов, содержащих поля со штрихами, представляет собой турбулентное воздействие. Определив турбулентный поток примеси как

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}C' + \mathbf{u}'\bar{C} + \mathbf{u}'C',$$

мы перепишем основное уравнение как

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{C}) + \nabla \cdot \mathbf{f} = \kappa \nabla^2 \bar{C} + \bar{F} + \kappa \nabla^2 C' - \frac{\partial C'}{\partial t} + F'.$$

Обратите внимание, что неадвективную часть турбулентного воздействия всегда можно рассматривать как дивергенцию дополнительного потока и поглощать ее в  $\nabla \cdot \mathbf{f}$ ; отметим, что вихревой поток содержит не только напряжения Рейнольдса, но и перекрестные потоки. Основные особенности задействованных полей иллюстрируются в Рис. 6.

К-тензор оценивается локально в пространстве и времени из предполагаемого соотношения поток-градиент:

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \bar{C}, \quad \mathbf{K}(t, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_{11}(t, \mathbf{x}) & K_{12}(t, \mathbf{x}) \\ K_{21}(t, \mathbf{x}) & K_{22}(t, \mathbf{x}) \end{bmatrix}.$$

Поскольку  $\mathbf{K}$  имеет 4 неизвестных, отношение недоопределено. Мы решили эту проблему, рассмотрев пары разных примесей, например,  $C^p$  и  $C^q$ , и решив систему уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^p &= -\mathbf{K} \cdot \nabla \bar{C}^p, \\ \mathbf{f}^q &= -\mathbf{K} \cdot \nabla \bar{C}^q, \end{aligned}$$

в предположении, что  $\mathbf{K}(t, \mathbf{x})$  уникален для обеих примесей (т.е. не зависит от распределения концентрации примеси). Далее К-тензор уменьшается путем удаления (больших и инертных) ротационных потоков посредством разложения Гельмгольца:

$$\mathbf{f} = \nabla \Phi + \nabla \times \Psi + \mathbf{H}, \quad \nabla \cdot \mathbf{f} = \nabla^2 \Phi, \quad \nabla \times \mathbf{f} = \nabla^2 \Psi,$$

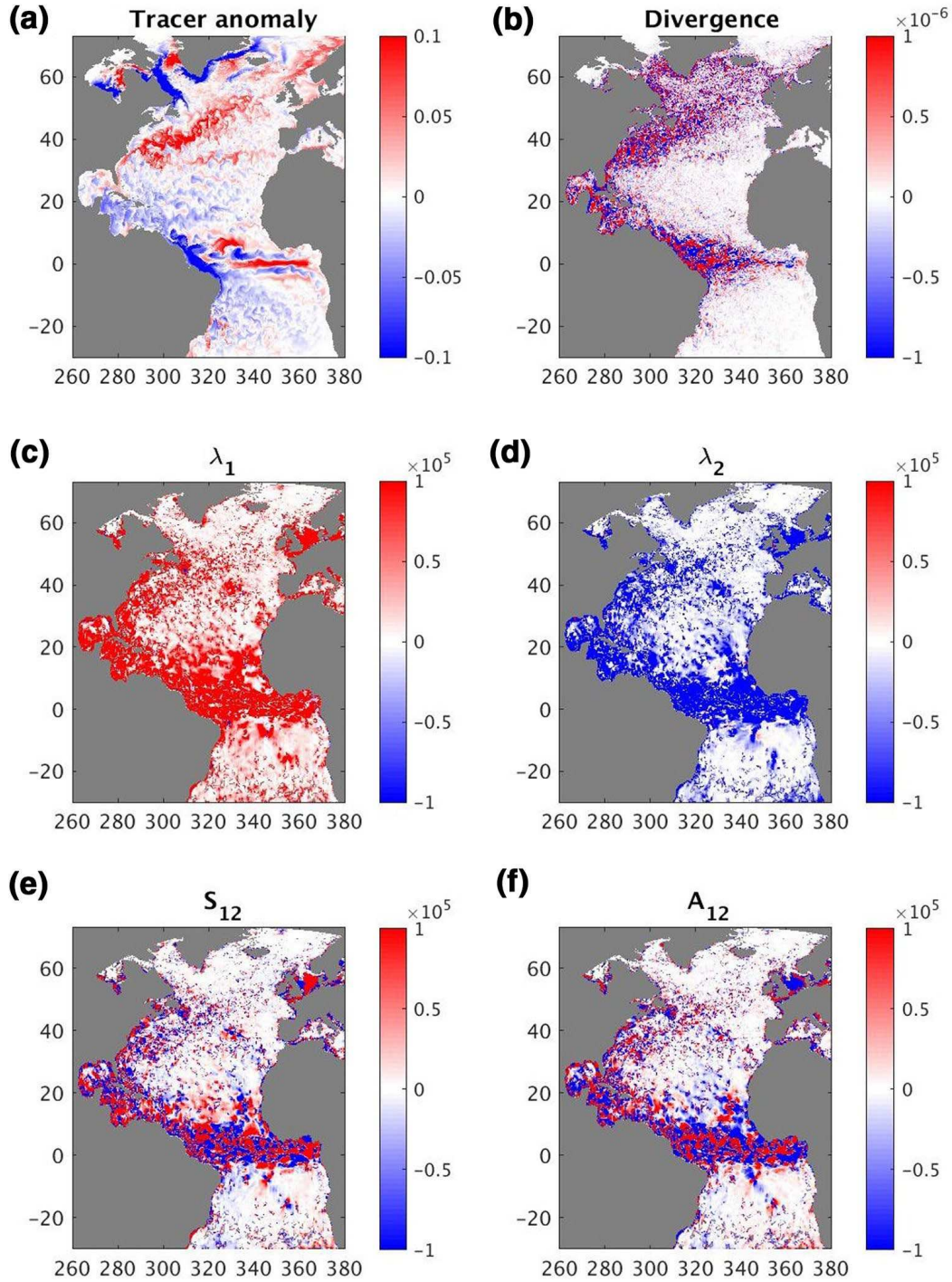


Рис. 8: Результаты решения МОЦ, слой 17 (глубина примерно 110–140 м): (а) – турбулентная аномалия примеси на 350-е сутки первого года (концентрация безразмерна); (б) дивергенция турбулентного потока примеси (единицы измерения:  $\text{s}^{-1}$ ), усредненная за дни 341–350 первого года, сглажено для целей представления; (с)–(д) собственные значения S-тензора и (е)–(ф) недиагональные члены S- и A-тензоров (единицы измерения —  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ), полученных из турбулентных потоков и градиентов примеси, усредненных по 341-350 дням первого года. Обратите внимание на большие значения в тропиках из-за слабых градиентов концентрации и, возможно, большого радиуса деформации Россби. Области вблизи открытых границ, где концентрации примесей изначально установлены равными нулю, маскируются. Оси представляют собой градусы долготы/широты.



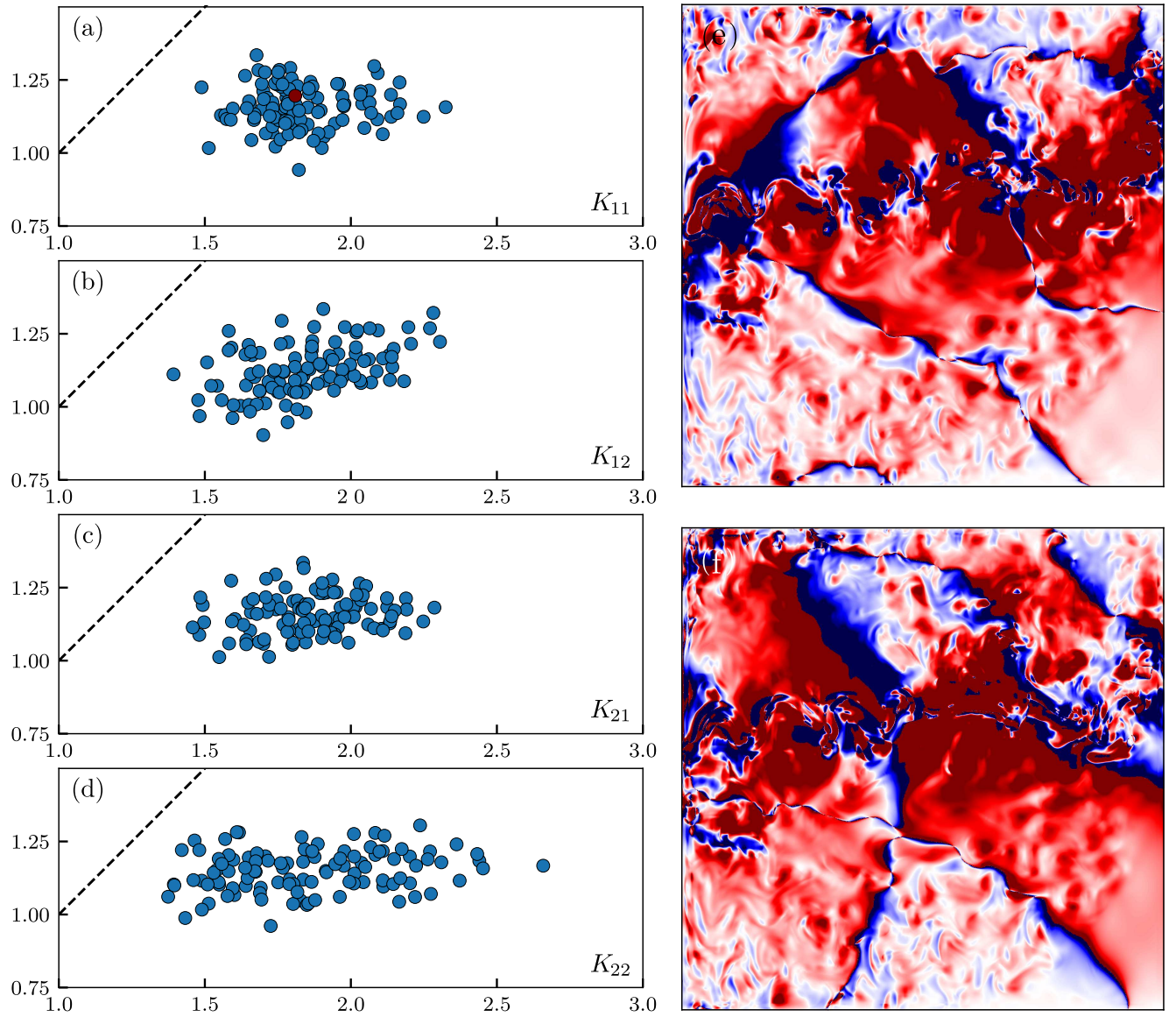


Рис. 9: Левые панели (для каждой указанной компоненты К-тензора): Диаграммы рассеяния расстояний между компонентами тензора для разных пар примесей. Линейно инициализированные примеси (ось  $y$ ) отображаются в сравнении с нелинейно инициализированными примесями (ось  $x$ ). Группировка значений вдоль линии  $y = x$  означала бы, что нелинейно инициализированные решения дают К-тензоры столь же различные по ансамблю, как и линейные; однако, основной посыл совершенно противоположный. Правые панели: примеры двух разных полей для одной и той же компоненты К-тензора; мгновенные снимки.

где  $\nabla\Phi$  — дивергентный поток, а  $\nabla\times\Psi$  — ротационный (соленоидальный) поток. Затем пространственные временные отображения К-тензора разлагаются на симметричный диффузионный S-тензор и антисимметричный А-тензор адвекции:

$$\mathbf{K} = \mathbf{S} + \mathbf{A}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11}(t, \mathbf{x}) & S_{12}(t, \mathbf{x}) \\ S_{12}(t, \mathbf{x}) & S_{22}(t, \mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -A(t, \mathbf{x}) \\ A(t, \mathbf{x}) & 0 \end{bmatrix}.$$

Тензор диффузии можно локально вращать на угол диффузии  $\alpha(t, \mathbf{x})$ , до тех пор, пока он не станет диагонализированным с собственными значениями диффузии  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (ранжированы так, чтобы первое значение было больше). Тензор адвекции приводит к дивергенции потока, которую можно записать как оператор адвекции:

$$\nabla \cdot \mathbf{f}_{adv} = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} = J(A, C),$$

где  $A$  действует как функция тока. Основные особенности задействованных полей иллюстрируются Рис. 7. Обратите внимание, что ни одна из показанных особенностей обычно не учитывается в диффузионных параметризациях; продолжение этих результатов на всеобъемлющую МОЦ Северной Атлантики показано на Рис. 8.

Полярная диффузия — это процесс филаментации примесей, характеризующийся сосуществованием диффузионных и анти-диффузионных турбулентных потоков; мы обнаружили это как в идеализированных QG решениях, так и в решениях МОЦ, для разных размеров пространственного ядра сверточной фильтрации, и для различных компонент турбулентных потоков, с дополнительными релаксационными воздействиями и без них. Является ли диффузионный поток  $\mathbf{f}_{diff} = -\mathbf{S} \cdot \nabla \overline{C}$  в целом восходящим или нисходящим по градиенту, т.е. является ли он в целом “диффузионным”? Ответ на этот вопрос был получен путем рассмотрения полного переноса средне-квадратичной вариации концентрации примеси между крупномасштабными и турбулентными компонентами поля:

$$T = -\mathbf{f}_{div} \cdot \nabla \overline{C} = -\mathbf{f}_{diff} \cdot \nabla \overline{C} = \left| \nabla \overline{C} \right|^2 \left[ \lambda_1 \cos^2(\alpha - \omega) + \lambda_2 \sin^2(\alpha - \omega) \right],$$

где  $\omega$  — угол ориентации градиента (примечание:  $T > 0$  подразумевает передачу вниз по градиенту). Обнаружено, что турбулентный эффект носит глобально-диффузионный характер, но распространены локальные передачи вверх по градиенту. Обратите внимание, что полярная диффузия может быть корректной параметризацией в прогностических моделях по следующим причинам: вращение угла диффузии, короткий период жизни отрицательного коэффициента диффузии (т.е. собственного значения), явная диффузия.

Мы обнаружили, что диффузия принципиально недостаточна для описания турбулентного переноса из-за значительной компоненты А-тензора. А-тензор можно перевести в термины адвективного потока:

$$\mathbf{f}_{adv} = \mathbf{u}_*^c \overline{C},$$

путем удаления соленоидальной компоненты турбулентного потока и введением скорости, индуцированной вихрями:

$$\mathbf{u}_*^c = \left( -\frac{\partial A}{\partial y}, \frac{\partial A}{\partial x} \right).$$

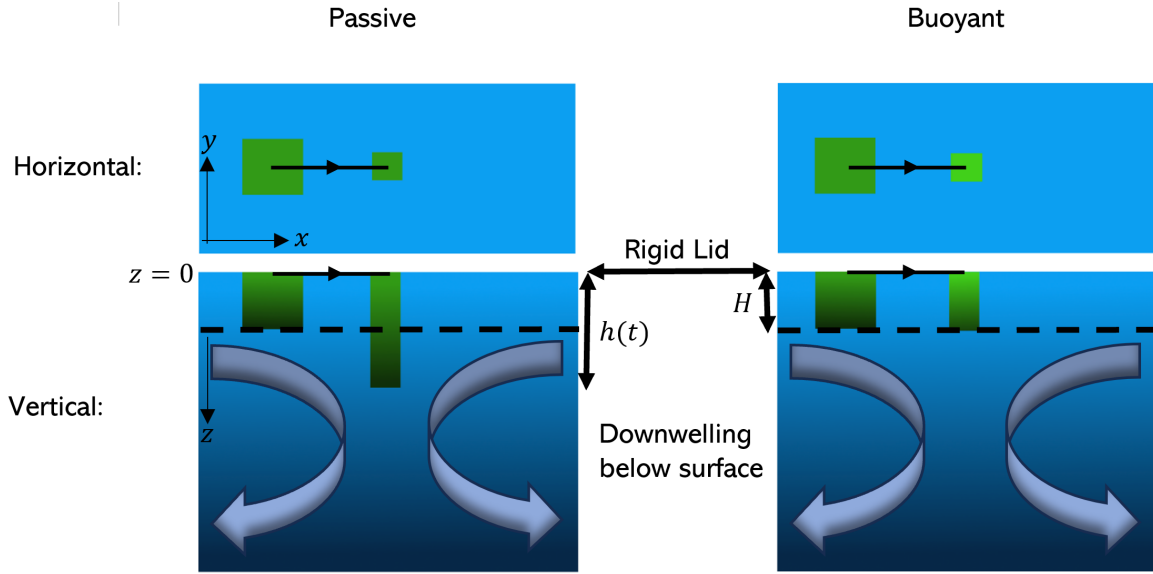


Рис. 10: На поверхности можно моделировать как пассивные, так и плавучие примеси. Сходящееся поверхностное течение заставит верхнюю часть  $A$  материального элемента сжиматься (см. горизонтальный вид). Для пассивной примеси это будет сопровождаться соответствующим нисходящим потоком прямо под поверхностью, который увеличит глубину колонны (см. вертикальный вид). Глубина столбца  $h(t)$  может быть решена непосредственно из уравнения неразрывности и будет удовлетворять  $hA = \text{const}$ , чтобы сохранить массу пассивной примеси внутри элемента. Плавучие же примеси задержатся в тонком слое под поверхностью, без вертикальной скорости, поэтому конвергенция течения приведет к увеличению концентрации. Это объясняет вид коэффициентов реакции в соответствующих уравнениях.

Адвективные потоки идут вдоль изолиний  $\nabla \bar{C}$ , поэтому они не переносят средне-квадратичную вариацию по масштабам (т.е.  $T = 0$ ), но перераспределяют ее через сходящиеся (конвергентные) турбулентные потоки. Скорость индуцированная вихрями имеет тенденцию противодействовать крупномасштабному потоку, следовательно, она действует как “остаточная” скорость. Заметим, что  $A$ -тензор динамически активен только благодаря своей пространственной неоднородности, в отличие от  $S$ -тензора. Наш подход является более общим, чем известный подход Гента-Маквилльямса, который предполагает адвекцию с болусной скоростью и предполагает, что остальная часть турбулентного воздействия представляет собой некоторую (изотропную) турбулентную диффузию (Gent and McWilliams 1990). Мы обнаружили, как в QG, так и во всеобъемлющей МОЦ, что скорость индуцированная вихрями постоянно намного превышает болусную скорость, следовательно, большая часть адвекции примеси не учитывается подходом Гента-МакВильямса.

Наконец, уравнение для концентрации примеси является линейным, следовательно, изначально линейные концентрации должны давать единственный  $K$ -тензор, следовательно, метрические расстояния между различными тензорами (от различных пар примесей) возникают только из-за ошибок численной дискретизации. Это обеспечивает базовый уровень, с которым мы можем сравнивать  $K$ -тензоры, полученные из разных, нелинейно инициализированных примесей. Идя этим путем, мы доказали неединственность  $K$ -тензоров (Рис. 9), что поднимает серьезные вопросы об их применимости и измеряемости.

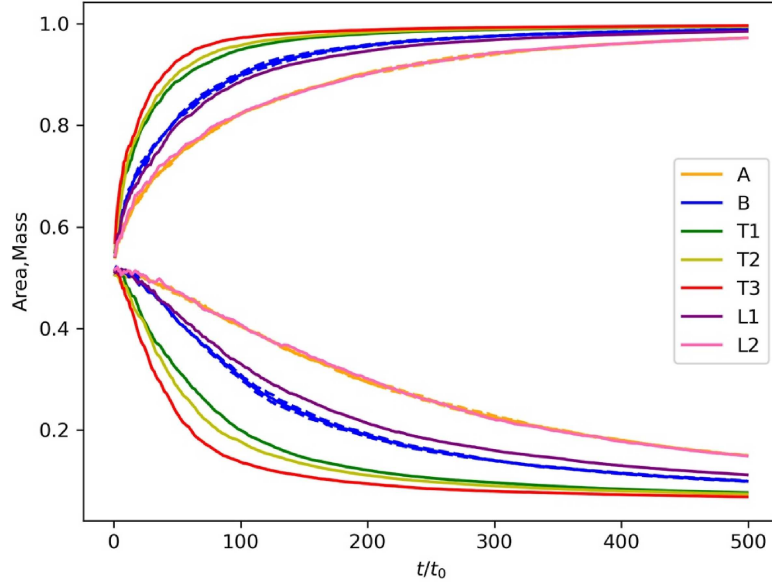


Рис. 11: Масса кластеризации (кривые возрастания) и площадь кластеризации (кривые убывания) для разных формулировок модели. Для ансамблей А (временно-некоррелированный поток) и В (экспоненциально-коррелированный) одно стандартное отклонение показано штриховкой выше/ниже среднего значения, показывая незначительную ансамблевую дисперсию.

## 4.2 Тема 2: Кластеризация плавучих примесей

Плавучая примесь представляет собой материальную субстанцию, имеющую незначительную положительную плавучесть и, следовательно, не следующую за линиями тока и остающуюся на верхней поверхности океана, несмотря на вертикальные движения. Кластеры представляют собой высоко-локализованные двумерные пространственные скопления примеси, которые часто окружены антикластерами (т.е. обширными областями, лишенными примеси). Кластеризация — это физический процесс образования кластеров в движущихся жидкостях. К основным физическим процессам, вызывающим кластеризацию, относятся: многомасштабная и мультифизическая дивергенция скоростей на поверхности, за счет агеострофических, мезомасштабных и субмезомасштабных движений, а также за счет дрейфов Экмана и Стокса. Кластеризация фрагментацией обусловлена хаотичным перемешиванием пространственно-неоднородных концентраций примеси и зависит от Лагранжевых когерентных структур. Инерционные эффекты, обусловленные конечным размером плавучих частиц, контрастом их плотности и сопротивлением потока, также способствуют кластеризации, наряду с несохранением материальных свойств из-за биохимических реакций, старения и источников. Основной эффект, находящийся в фокусе наших исследований, обусловлен конвергенцией скорости на поверхности, и его иллюстрацией является Рис. 10.

Более строго, кластеризация концентрации пассивной примеси,  $C(t, x, y)$ , определяется формулой

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = \kappa \nabla^2 C, \quad \text{if } \kappa = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{DC}{Dt} = 0,$$

где  $\mathbf{u}(t, x, y)$  — (дивергентная) скорость на поверхности, а  $\kappa$  — коэффициент мелкомасштабной диффузии. Концентрация  $C$  любой материальной частицы сохраняется. Кластеризация плот-

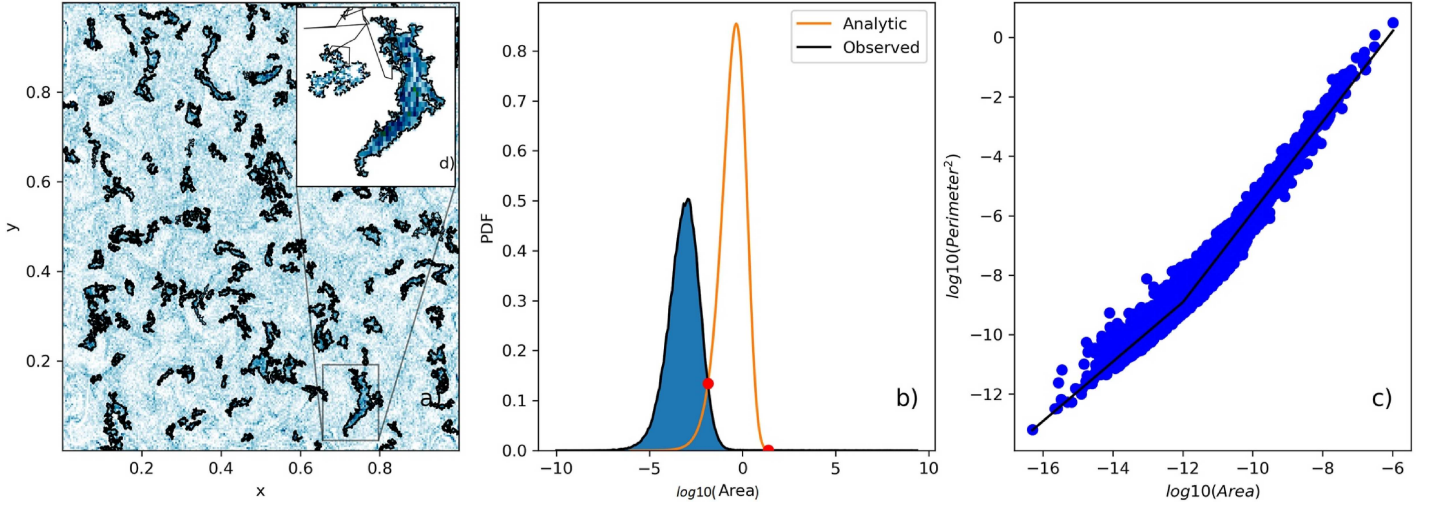


Рис. 12: (a) Содержит границы всех кластеров, обнаруженных на одном временном шаге в одной из реализаций из ансамбля решений модели со встроенными временными корреляциями скорости жидкости. Чтобы продемонстрировать повышенную плотность внутри этих границ, приблизительная плотность была найдена с помощью метода осреднения по клеткам. (b) Показывает, как мы определяем, какие частицы “кластеризованы”. Оранжевым цветом показано теоретическое распределение площадей ячеек Вороного для набора случайных и независимых размещений частиц; синим цветом (с черной границей) — наблюдаемое распределение площадей ячеек из полученной реализации кластеризации. Первая точка пересечения этих распределений используется в качестве критерия принадлежности частицы к “кластеризованной” группе, в хвосте наблюдаемого распределения. (c) Иллюстрирует, как мы выделяем “фрактальные”/“значимые” кластеры. Находим, где изменяется соотношение между площадью  $A$  и периметром  $L$  от квадратичного к субквадратичному, используя переменную степенного закона, соответствующую ансамблю кластеров на данном временном шаге. Любой кластер в субквадратичном режиме считается “значимым” кластером, а это именно те, которые мы отслеживаем с течением времени. (d) увеличенное изображение самого большого кластера из (a). Мы также показываем кластер, как он выглядел на 40 временных шагов раньше (это меньший объект), чтобы показать типичную эволюцию (тонкая линия — траектория движения кластера).



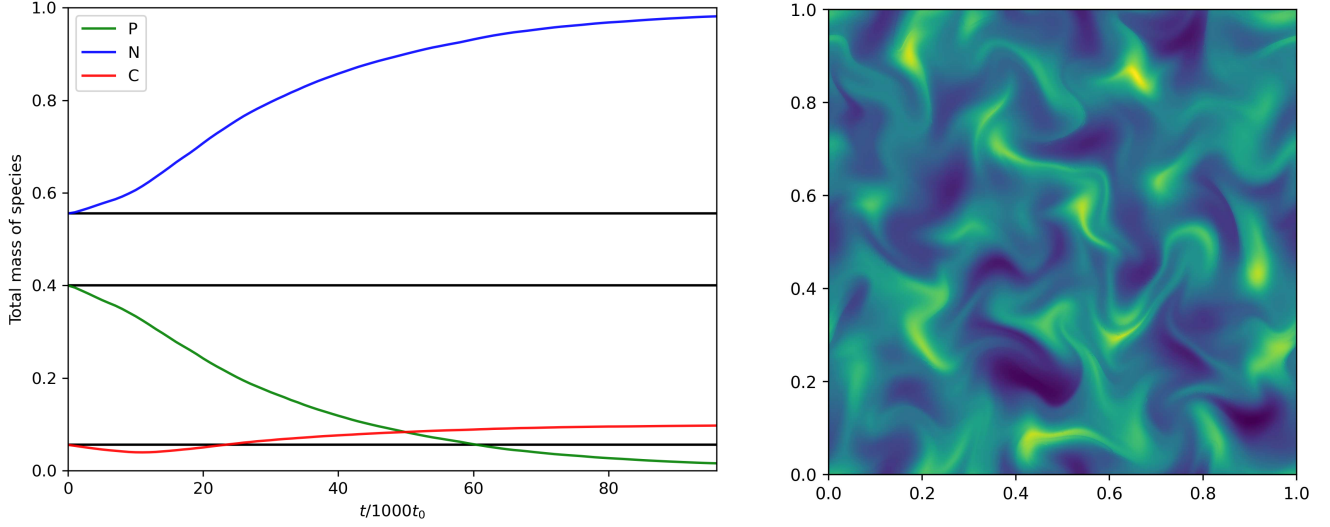


Рис. 13: На примере интегралов массы для слабого загрязнения и средней дивергентности поверхностной скорости, мы можем видеть, как первоначальное равновесие становится неустойчивым из-за процесса кластеризации. В этом случае глобальные интегралы сходятся к единственному оставшемуся устойчивому равновесию с вымершим планктоном  $P$ . Черные линии показывают равновесие модели без кластеризации. Ось времени масштабируется по масштабу временной памяти  $t_0$  кинематического поля скорости. Правая панель: пример концентрации загрязняющих веществ из решения с кластеризацией; изначально частицы были размещены на регулярной сетке из  $500 \times 500$  позиций. Здесь очевидно образование плотных кластеров и обширных пустот.

ности плавучих примесей,  $\rho(t, x, y)$ , определяется формулой

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \rho) = \kappa \nabla^2 \rho, \quad \text{if } \kappa = 0 \quad \implies \quad \frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u},$$

и плотность существенно не сохраняется из-за “сжимаемости” плавучей примеси за счет положительной силы плавучести. “Сжатие” плотности материальной частицы зависит от истории  $\nabla \cdot \mathbf{u}(t)$  вдоль материальной траектории. Оба динамических уравнения можно решить в рамках эйлеровского подхода, но уравнение плотности решить сложнее из-за экспоненциальной кластеризации. Прибегая к лагранжевой модели, нам также приходится рассчитывать траектории материальных частиц из их кинематического уравнения движения:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{u}(t, x, y; x_0, y_0).$$

Здесь имеется преимущество перед эйлеровым подходом, поскольку Лагранжевы частицы имеют тенденцию сходиться в возникающие кластеры следуя за потоком, поэтому они, естественно, нацелены на значительные аномалии плотности, и естественным образом увеличивают пространственное разрешение там, где оно больше всего необходимо.

Процесс кластеризации можно оценить количественно с помощью статистических показателей: масса кластеризации  $M$  — это доля примеси накопленная в частицах с  $\rho > \bar{\rho}$ ; площадь кластеризации  $S$  — это относительная область частиц, содержащих кластеризованную массу.

Если  $M \rightarrow 1$  и  $S \rightarrow 0$  экспоненциально, то режим кластеризации будет экспоненциальный; такое поведение показано на Рис. 11. Фундаментальный временной масштаб экспоненциальной кластеризации в чисто дивергентных (потенциальных) полях скорости:

$$\frac{1}{T_d} = \int_0^\infty \nabla \cdot \mathbf{u}(t, x, y) \nabla \cdot \mathbf{u}(t + \eta, x, y) d\eta,$$

но, при наличии соленоидальной компоненты скорости, существует другой масштаб времени, определяемый выражением

$$\frac{1}{T_r} = \int_0^\infty \nabla \times \mathbf{u}(t, x, y) \cdot \nabla \times \mathbf{u}(t + \eta, x, y) d\eta.$$

Для исследований мы рассматриваем кинематические, пространственно однородные, изотропные поля скорости, моделируемые с помощью спектра мощности скорости Крэйкнана,

$$E(k, L_c) \sim k^2 \exp[-k^2 L_c^2],$$

который характеризуется радиусом пространственной корреляции  $L_c$  и состоит из  $\gamma$ -взвешенных потенциальной и соленоидальной компонент поля скорости:

$$\mathbf{u} = \gamma \mathbf{u}_{div} + (1 - \gamma) \mathbf{u}_{rot}.$$

Скорость является случайной, с (экспоненциальной) временной автокорреляцией, смоделированной через процесс Ланжевена, или без нее. Мы отслеживаем статистически значимые ансамбли Лагранжевых частиц, движимых смоделированным полем скорости, и оцениваем как концентрацию, так и плотность вдоль траекторий частиц. Что такое сценарии кластеризации и как они зависят от свойств поля скорости, таких как относительный вес соленоидальной составляющей и пространственно-временные корреляции? В двух статьях мы рассматриваем взаимодействие между фрагментационной кластеризацией, управляемой стационарными и нестационарными мезомасштабными вихрями в Японском/Восточном море, и в одной статье мы анализируем эффекты временных корреляций скорости.

Диаграмма Вороного позволяет оценить кластеризацию частиц плавучей примеси. Он определяется как мозаика области, в которой каждая ячейка соответствует своей частице из множества и все внутренние точки ячейки расположены ближе к этой частице, чем к любой другой частице множества. Чтобы определить, какая область считается “маленькой”, мы сравнили распределение нормализованных площадей ячеек Вороного в адвектируемом множестве частиц примеси с тем, который наблюдался бы, если бы частицы располагались беспорядочно, равномерно и независимо друг от друга. Мы идентифицируем кластеризованные частицы как частицы слева от точки пересечения двух распределений: то есть те, у которых площадь ячеек Вороного наименьшая (Рис. 12). Ячейки, соответствующие этим частицам, затем можно объединить, если они соседние, для формирования более крупных связанных областей, содержащих кластеризованные частицы. Далее мы отфильтровали набор связанных регионов, чтобы выделить значительно большие кластеры. Более крупные кластеры менее круглые, а граница с более круглыми меньшими кластерами (подлежащими отфильтровыванию) улавливается изменением степенного соотношения, связывающего площадь и периметр кластера (Рис. 12). Остальные кластеры отслеживаются во времени, как устойчивые объекты, если большая часть их частиц сохраняется в течение шага по времени (Рис. 12). Мы обнаружили, что когерентность коррелированных во времени скоростей приводит к значительно более высокой скорости кластеризации, и вызывает образование большего количества более долгоживущих/более плотных кластеров.

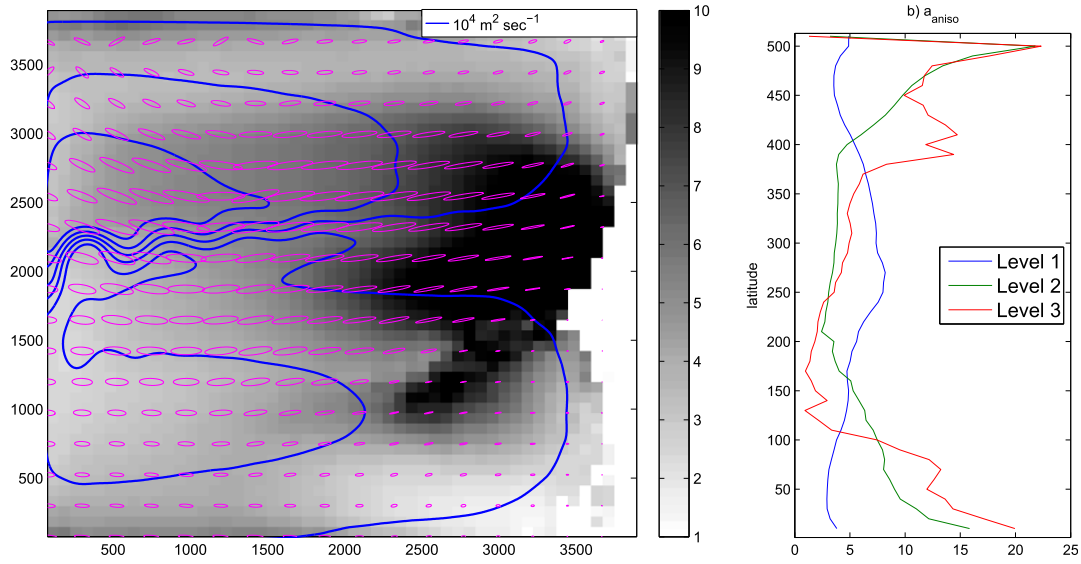


Рис. 14: Анизотропные скорости распространения в базовом решении модели циркуляции. (слева) Эллипсы одночастичной дисперсии разбегания здесь накладываются на параметр анизотропии. (заштрихованный); показан только каждый девятый эллипс, для простоты графики; также показана средняя по времени функция тока. (справа) Зонально усредненный параметр анизотропии в трех горизонтальных слоях, расположенных стопкой.

Затем мы изучили влияние кластеризации на биогеохимическую модель, состоящую из трехмерных питательных веществ  $N$ , плавучего планктона  $P$ , питающегося питательными веществами, и загрязнителя  $C$ , разрушающего планктон. Вдоль каждой траектории Лагранжевой частицы мы интегрировали все три переменные модели, а также геометрический фактор по соответствующей формуле, который растягивает столбик пассивной примеси, влияя таким образом на массу питательных веществ, доступных для реакции с планктоном (т.е. растяжение означает сокращение). Мы исследовали равновесие биогеохимической системы и обнаружили, что даже слабая скорость кластеризации вызывает переключение равновесного режима из состояния обильного планктона к асимптотическому состоянию его вымирания (Рис. 13). Независимость равновесия в нашей модели от особенностей поля скорости означает, что такой эффект может быть чрезвычайно робастным.

### 4.3 Тема 3: Лагранжев перенос

Лагранжев перенос — это перенос какого-то свойства материальными частицами жидкости, в отличие от Эйлеровского переноса, который определяется как локальный расход этого свойства. Эта тема основана на рассмотрении одночастичной дисперсии Лагранжевых частиц на изопикнических поверхностях, определяемое как квадратичное отклонение полнопоточной траектории частицы  $\mathbf{x}(t)$  от траектории частицы в среднем потоке  $\mathbf{X}(t)$ , представленное как двумерный симметричный тензор, со следующими диагональные и недиагональные компонентами:

$$D_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x_n(t) - X(t)]^2, \quad D_y = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [y_n(t) - Y(t)]^2,$$

$$D_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x_n(t) - X(t)][y_n(t) - Y(t)],$$

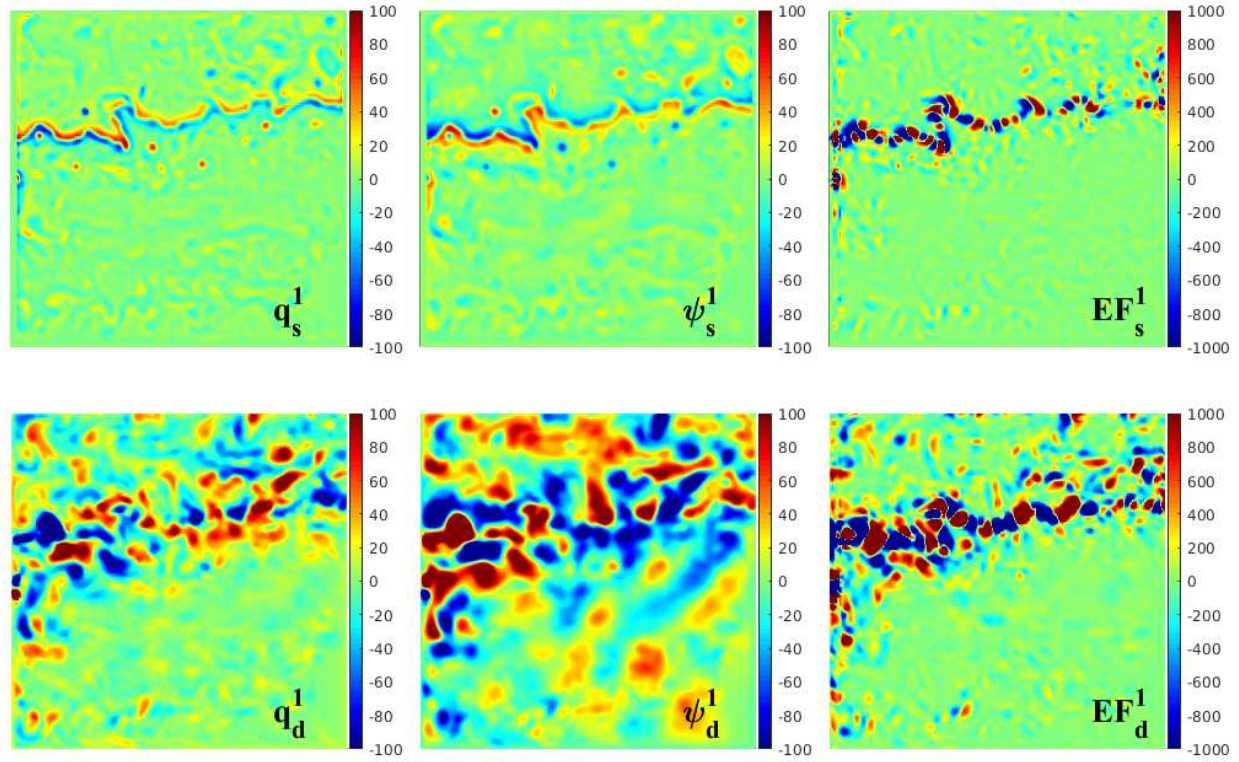


Рис. 15: Мгновенный снимок свойств вихрей в верхних слоях океана. В верхнем ряду панелей показаны вихри, отфильтрованные сверткой (фильтр шириной 150 км, что составляет  $3.75 Rd$ ); в нижнем ряду показаны динамически реконструированные вихри для модели на грубой сетке с шагом сетки 30 км, что составляет  $0.75 Rd$ . Показаны (слева) АПЗ, (в центре) функция тока и (справа) поля вихревого воздействия. Фильтрованные вихри характеризуются отчетливой полосатой структурой, охватывающей восточную струю; динамически реконструированные вихри выглядят более случайными и изотропными. Эти два типа вихрей и их вихревые воздействия явно отличаются друг от друга.

где взято усреднение по ансамблю по  $N$  независимым частицам. Этот тензор можно представить в виде эллипса с конкретными большой и малой осями и соответствующим углом поворота. В статье [L1] мы нанесли на карту эллипсы Северной Атлантики, как смоделированные, так и наблюдаемые, и обнаружили их сильную зональную анизотропию, подразумевающую усиленный зональный перенос. Анализ особенностей течения показал, что этот аномальный перенос обусловлен так называемыми вытянутыми зональными нестационарными аномалиями, что также подтверждается анализом концептуальной кинематической модели. Суть данного исследования иллюстрирует Рис. 14.

Другая часть этой темы исследования не только подводит итог недавним исследованиям, посвященным одночастичной дисперсией в океане, но и связывает её с математическим формализмом стохастических марковских моделей для моделирования траекторий Лагранжевых частиц. Модель нулевого порядка — это случайное блуждание; модель первого порядка — это Ланжевен; модели второго и третьего порядков учитывают осциллирующие автокорреляции Лагранжевых скоростей и их асимметрию, соответственно. Эти модели были разработаны в серии работ, которые показали недиффузионное поведение частиц из-за корреляций скорости (Berloff et al. 2002), а затем разработали сами модели (Berloff and McWilliams 2002) и их расширение с физически обоснованной рандомизацией некоторых ключевых параметров (Berloff and



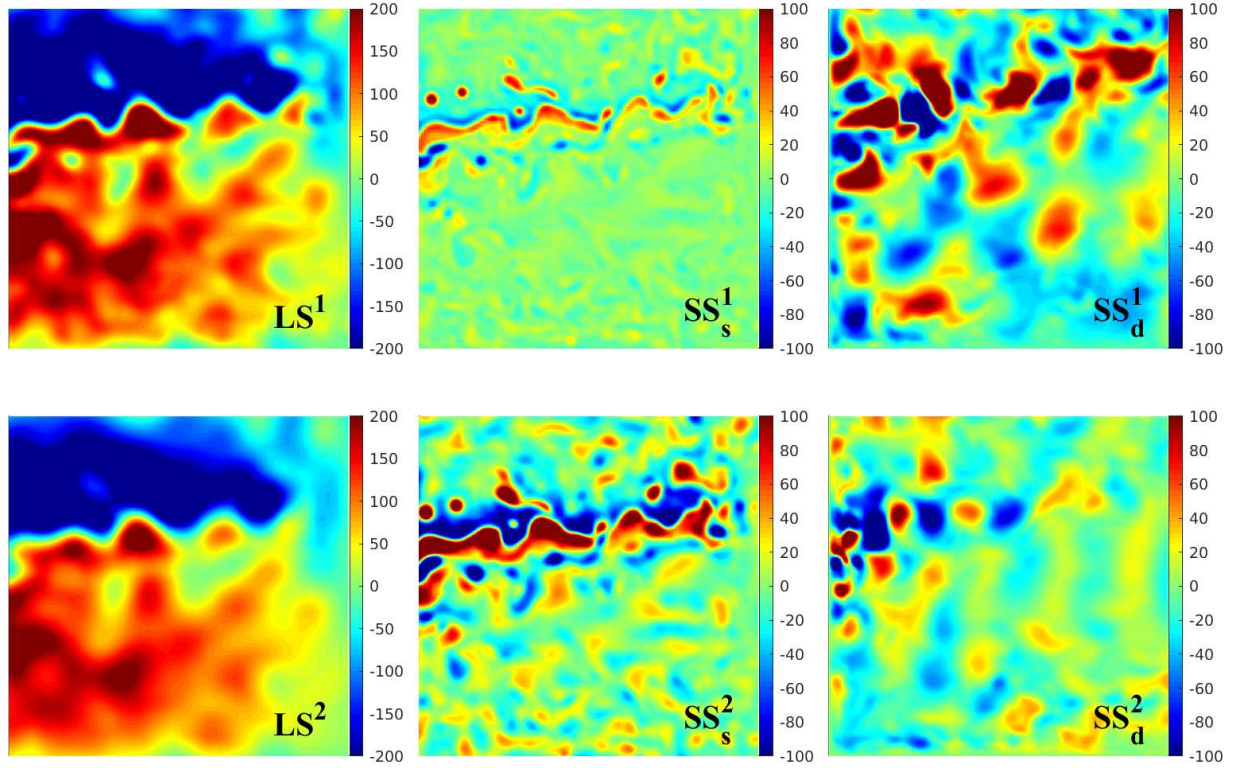


Рис. 16: Мгновенные снимки функции тока в верхних слоях океана. Верхний ряд панелей показывает (слева) крупномасштабный поток, (средний) вихри отфильтрованные сверткой (фильтр шириной 150 км, что составляет  $3.75 Rd$ ), (справа) динамически восстановленные вихри для данного крупномасштабного течения. Нижний ряд панелей показывает то же самое, но для фильтра шириной 300 км, что составляет  $7.5 Rd$ . Интенсивность фильтруемых вихрей увеличивается с увеличением ширины фильтрующего ядра; динамически реконструированные вихри ведут себя противоположно этому. Отфильтрованные вихри непосредственно накладывают восточную струю и прилегающие к ней рециркуляции; динамически реконструированные вихри действуют неявным способом.

McWilliams 2003). Что еще более важно, во всех этих моделях строго выведены члены отвечающие за дрейф, который возникает из пространственно-зависимых параметров и получится из анализа соответствующих уравнений Фоккера-Планка, сформулированных для плотностей вероятности свойств частиц.

#### 4.4 Тема 4: Динамически неразрешенные вихри

В центре этой темы стоит само определение вихря: Что такое вихрь и как его отделить от не-вихря? Обычно вихревое/крупномасштабное разложение, мотивированное практической проблемой параметризации вихрей, достигается путем некоторой сверточной фильтрации полных полей:

$$\bar{q}(t, \mathbf{x}) = \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} \int_{y-\Delta y}^{y+\Delta y} \int_{z-\Delta z}^{z+\Delta z} \int_{t-\delta t}^{t+\delta t} H(t, \mathbf{x}) q(t, \mathbf{x}) dx dy dz dt + C(t, \mathbf{x}),$$

где  $H(t, \mathbf{x})$  — ядро; коррекция  $C(t, \mathbf{x})$  может быть добавлено как навязанное ограничение (например,  $\bar{q}' = 0$ ; среднее по времени  $\langle q' \rangle = 0$ ); и соответствующие вихри получаются как оста-



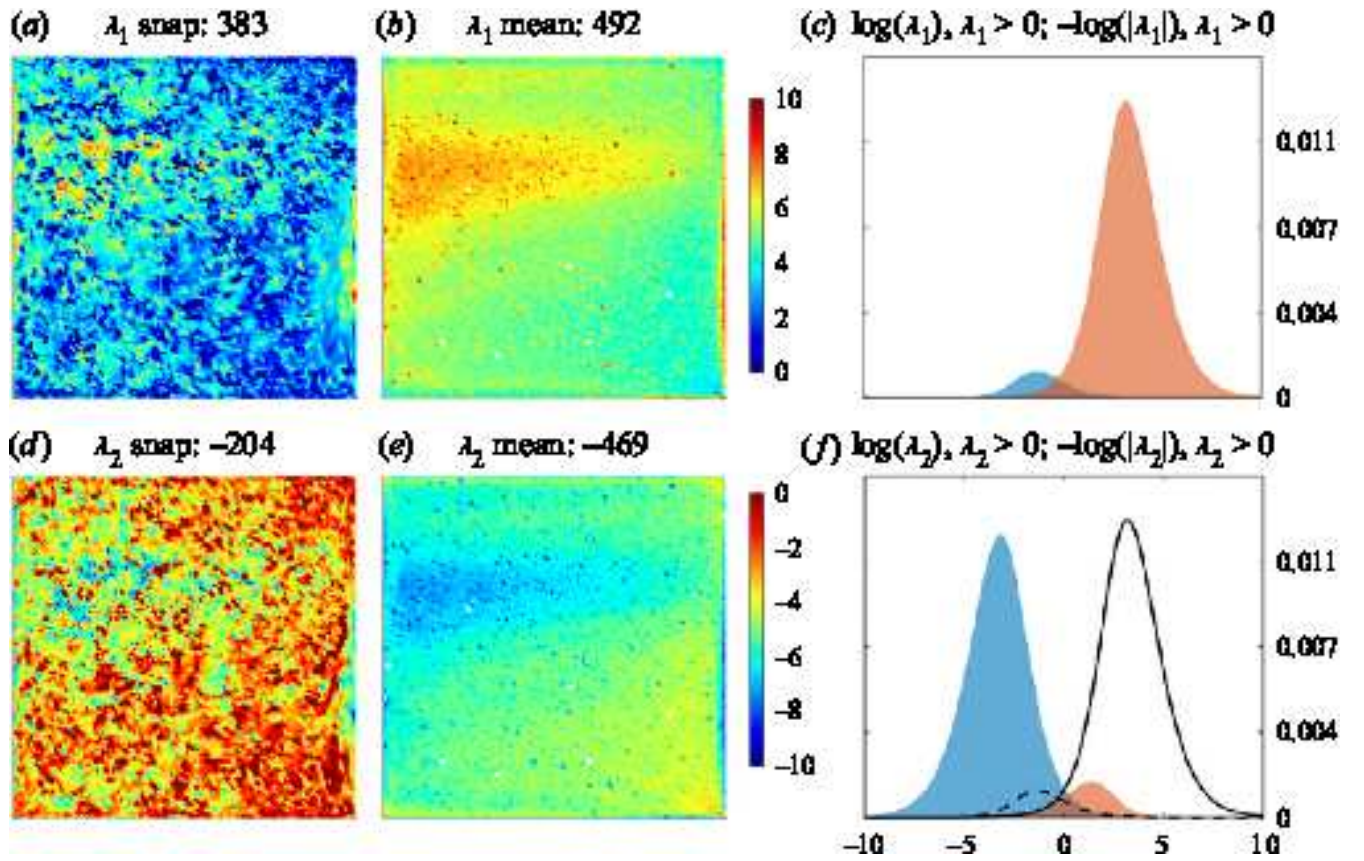


Рис. 17: Собственные значения тензора переноса в верхнем океане, полученные из дивергентных турбулентных потоков динамически реконструированных вихрей. Верхний ряд панелей иллюстрирует: (a) мгновенный снимок, (b) среднее значение по времени и (c) функцию плотности вероятности знакового логарифмического значения наибольшего собственного значения. Нижний ряд панелей иллюстрирует то же самое, но для второго (меньшего) собственного значения. Сплошные и пунктирные кривые на (f) напоминают функции плотности вероятности из (c), для облегчения сравнения.

ток:

$$q'(t, \mathbf{x}) = q(t, \mathbf{x}) - \bar{q}(t, \mathbf{x}).$$

Фильтрующие ядра могут сильно различаться по размеру и форме, которые могут меняться в пространстве и времени. Кроме того, фильтрацию можно выполнять в спектральном пространстве, но это может вызвать проблемы, когда турбулентность пространственно ограничена, неоднородна или поля течения имеют резкие градиенты. Основные проблемы заключаются в неединственности выбора ядра фильтрации, поскольку в масштабах нет спектрального разрыва, и с динамической несогласованностью фильтрации, что означает, что разложение потока обычно никак не согласовано с моделью на грубой сетке (вихре-разрешающей или нет) для которой данная параметризация создаётся. Другие проблемы включают некоторую потерю информации, поскольку вихри номинально можно “видеть” даже на грубой сетке, а также неизбежные численные ошибки, возникающие из-за перевода вихревых эффектов, определенных на мелкой сетке, на грубую сетку.

Давайте теперь рассмотрим исходную (упрощенную до однослойной) динамику ПЗ на мел-

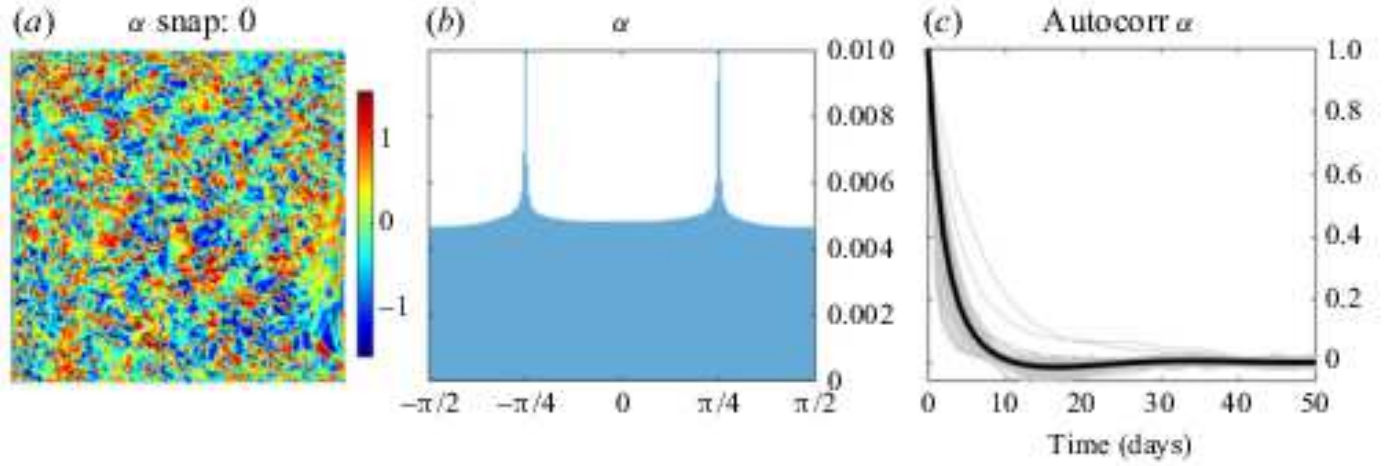


Рис. 18: Статистика угла диффузии  $\alpha$  тензора переноса в верхнем океане, полученная из чисто дивергентных потоков динамически реконструированных вихрей. Показаны: (а) мгновенный снимок и (b) функция плотности вероятности для  $\alpha$ . Средневременное поле близко к нулю и не показано. (с) Локальные временные автокорреляционные функции угла диффузии (временной лаг в днях). Серые кривые соответствуют 100 равномерно распределенным точкам сетки в области; жирная кривая — усредненная по области автокорреляционная функция.

кой сетке:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}q) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \kappa \nabla^4 \psi + F, \quad \nabla^2 \psi - S\psi = q.$$

Разложите и замените динамические поля, чтобы получить (т.е. применяем подход декомпозиции):

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{q}) + \beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = \kappa \nabla^4 \bar{\psi} + F + \kappa \nabla^4 \psi' - \frac{\partial q'}{\partial t} - \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} - \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} q' + \mathbf{u}' \bar{q} + \mathbf{u}' q').$$

Подобное уравнение можно получить более распространенным способом, используя фильтрационный подход (предполагая коммутацию фильтрующего оператора с производными):

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{q}) + \beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = \kappa \nabla^4 \bar{\psi} + F - \left[ \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}q}) - \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{q}) \right] - F'.$$

Обратите внимание, что вихревое воздействие (обозначено синим цветом) отражает один и тот же совокупный эффект вихрей, но записывается по-разному в двух приведенных выше представлениях. Если известны как вихревое воздействие, так и крупномасштабное течение, то только подход декомпозиции позволяет восстановить вихри, поскольку деконволюция для общего вида ядра сверточной фильтрации невозможна.

Давайте теперь предположим, что: эталонная циркуляция, отображенная на грубую сетку, задаётся как  $\bar{\psi}$  и  $\bar{q} = \nabla^2 \bar{\psi} - S\bar{\psi}$ ; и эти поля удовлетворяют на грубой сетке динамике, заданной методом декомпозиции, с точностью до диагностируемой невязки (ошибки)  $E(t, \mathbf{x})$ . Это позволяет найти (неизвестные) вихревые поля  $q'$  и  $\psi'$  динамически, без каких-либо предположений о фильтрующем ядре в свертке. Первый шаг — это подставить в динамическое уравнение эталонный поток и найти  $E(t, \mathbf{x})$  в качестве остатка:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{q}) + \beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = \kappa \nabla^4 \bar{\psi} - E(t, \mathbf{x}) + F,$$

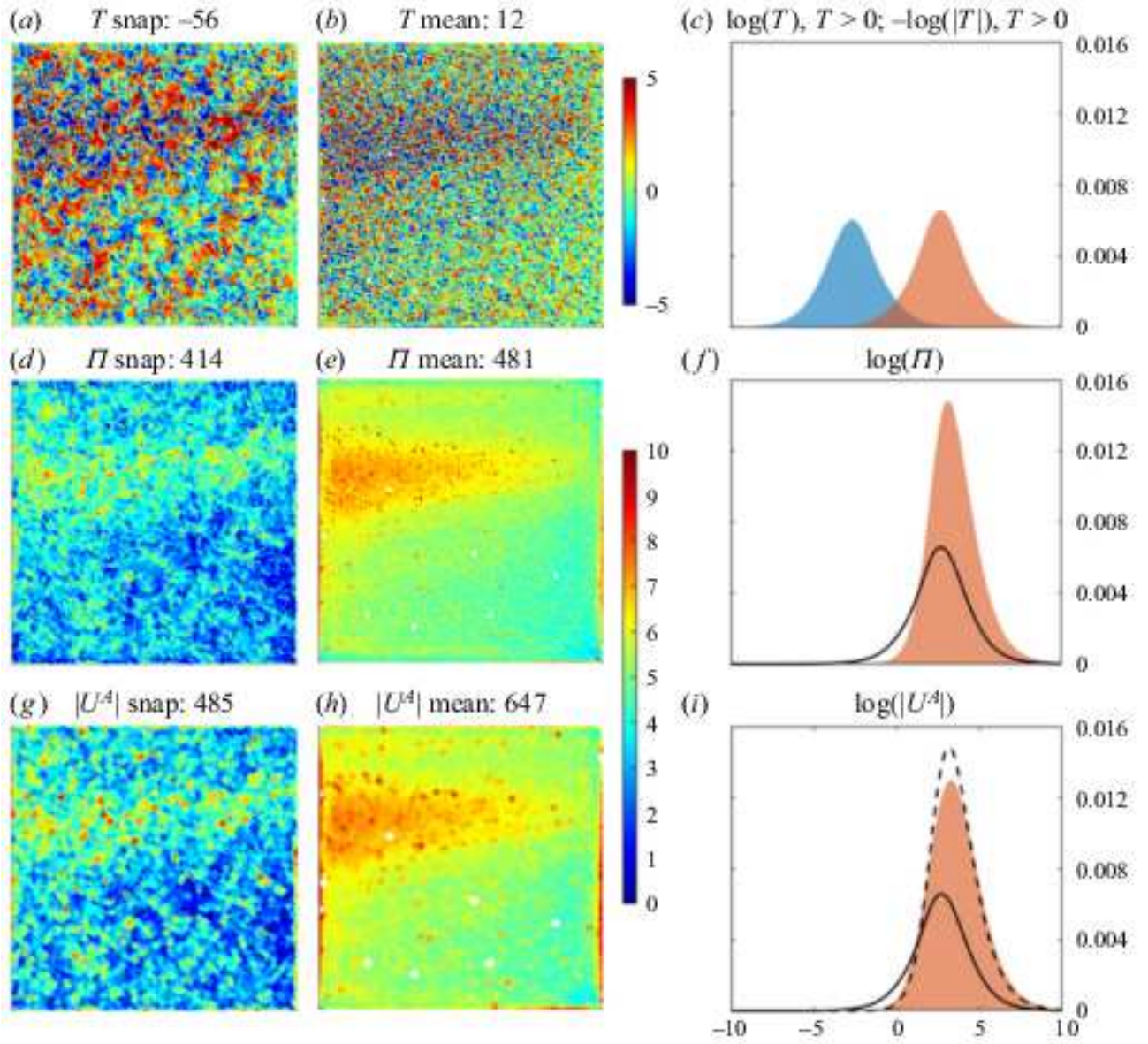


Рис. 19: Свойства тензора переноса для верхнего океана, полученные из чисто дивергентного потока динамически реконструированных вихрей. Верхний ряд: изотропная компонента  $T$  тензора диффузии. Средний ряд: девиаторная компонента  $|\Pi|$  тензора диффузии. Нижний ряд: тензор адвекции, представленный как индуцированная вихревая скорость  $|\nabla A|$ . Все поля представлены в знаковом натурально-логарифмическом масштабе. Левый столбец панелей — мгновенные снимки; средний столбец — среднее по времени; правый столбец — функции плотности вероятности. Поскольку  $T$  является знаковой характеристикой, на панели (c) показаны две функции, построенные отдельно для соответствующих положительных и отрицательных значений. Сплошные кривые на панелях (f) и (i) напоминают правый колоколообразный компонент функции из панели (c); пунктирная кривая в панели (i) напоминает функцию из панели (f), что сделано для удобства сравнения. Формы гистограмм верхних панелей показаны сплошными и пунктирными кривыми. Единицы измерения во всех полях одинаковы:  $3 \times 10^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .



и второй шаг — это восстановить вихри путем решения (здесь, в однослойной постановке):

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \mathbf{q}' + \mathbf{u}' \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{u}' \mathbf{q}') + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} = \kappa \nabla^4 \psi' + E(t, \mathbf{x}); \quad \nabla^2 \psi' - S \psi' = q'.$$

Результирующие поля решения,  $q = \bar{q} + q'$ ,  $\psi = \bar{\psi} + \psi'$ , и его компоненты в точности удовлетворяют соответствующей динамике на грубой сетке; крупномасштабный поток обрабатывается без потери информации (т.е. вихри “виртуальны”); и для вихревой реконструкции никогда не предполагалось никаких свойств фильтрующего ядра. Сверточная фильтрация и динамически реконструированные вихри сравниваются на Рис. 15, а влияние сглаживания крупномасштабной (базовой) циркуляции на отфильтрованные и восстановленные вихри показано на Рис. 16. Отфильтрованные вихри характеризуются отчетливой полосатостью, охватывающей восточную струю; динамически реконструированные вихри выглядят более случайными и изотропными; эти два типа вихрей и их вихревые воздействия явно отличаются друг от друга. Интенсивность отфильтрованных вихрей увеличивается с увеличением ширины фильтрующего ядра; динамически реконструированные вихри ведут себя наоборот, поскольку их базовый поток сглаживается. Отфильтрованные вихри по-сути просто накладывают восточную струю и прилегающие к ней зоны рециркуляции, тогда как динамически реконструированные вихри действуют более тонко и опосредованно.

Далее мы рассмотрели вихревые потоки относительной завихренности и плавучести (т.е., аномалий тепла) отдельно, так как они непосредственно доступны в QG, рассмотрели их как пару примесей и применили всю методологию описанную в Теме 1. Это привело к детальному описанию реконструированных вихрей с помощью строго единственного (в данной постановке!) динамического (а не пассивного) К-тензора. Мы обнаружили полярную диффузию, которая представляет собой процесс филаментации относительной завихренности и плавучести, характеризующийся сосуществованием диффузионных и антидиффузионных вихревых потоков, количественно определяемых собственными значениями противоположного знака (Рис. 17). Статистические свойства соответствующего угла диффузии иллюстрируются Рис. 18. Мы также разложили S-тензор на изотропную и филаментационную компоненты:

$$= T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Pi \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

и обнаружили, что первая относительно не важна, тогда как в вихревых эффектах преобладает филаментация, а также адвекция A-тензором, которым обычно пренебрегают при параметризации (Рис. 19). Наконец, мы доказали, что неоднородности вихревой адвекции и филаментации одинаково важны и должны быть учтены, что добавляет дополнительную нагрузку на потенциальную параметризацию.

#### 4.5 Тема 5: Вихревое обратное рассеяние

Вихревое обратное рассеяние — это очень широкая тема, к которой мы подошли с разных точек зрения, оставаясь в рамках классической океанской QG модели двойных круговоротов. Единственного и четкого определения у этого феномена нет, но в первом приближении речь идёт о таких воздействиях мелко-масштабных (турбулентных) движений, которые вызывают крупномасштабные отклики, включая аномалии течений и их свойств, и энергетическую накачку этих откликов (например, усиление течений, возникновение струй и рециркуляций).

В [B1] мы постепенно увеличивали число Рейнольдса, за счет снижения турбулентной вязкости и анализировали соответствующие изменения крупномасштабной циркуляции, энергетики и



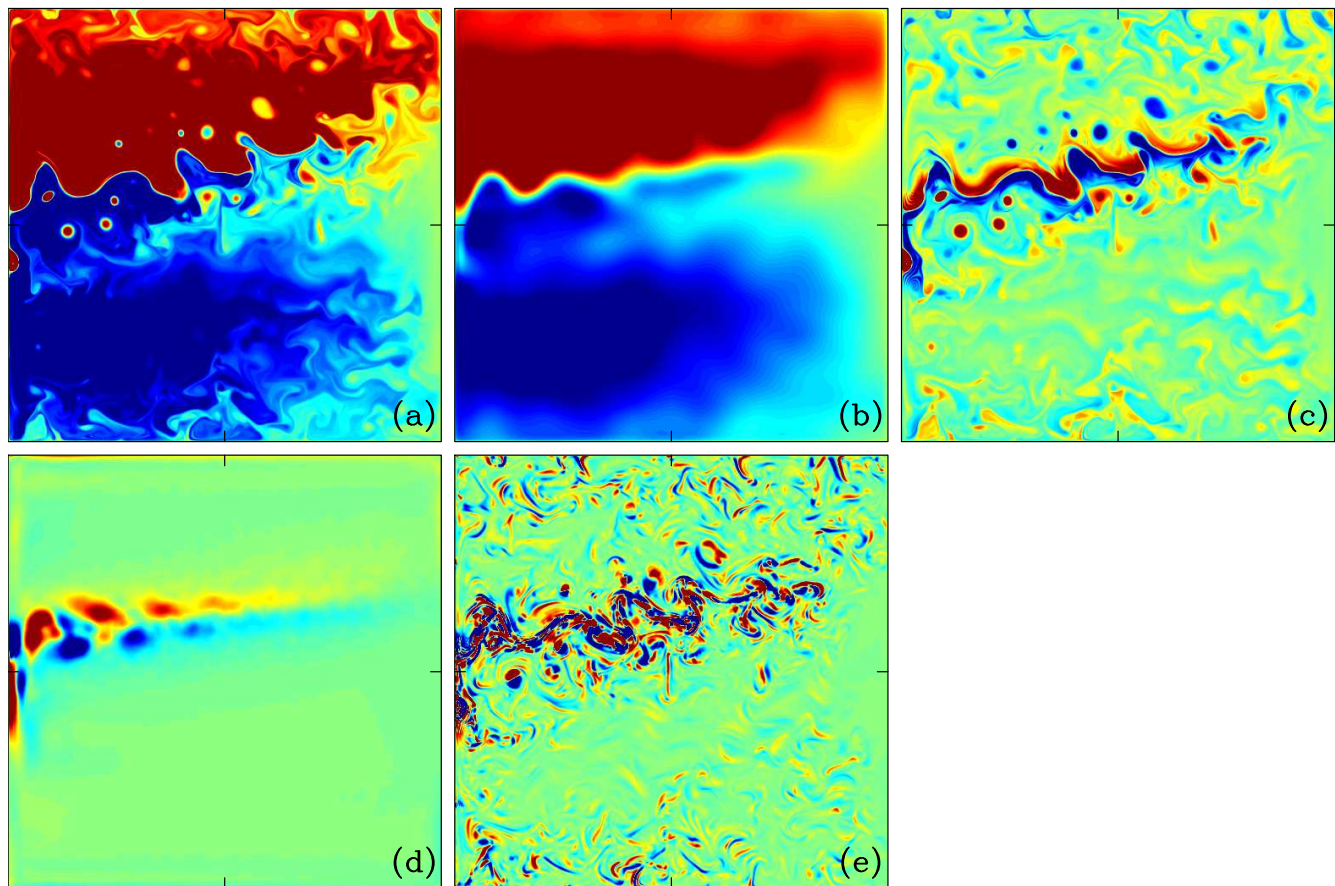


Рис. 20: Иллюстрация вихревого обратного рассеяния в действии. (а) мгновенное поле АПЗ в верхнем океане раскладывается на (b) крупномасштабную и (с) вихревую компоненты; соответствующее поле вихревых воздействий разлагается на (d) среднее по времени и (е) нестационарную часть, при этом обе компоненты положительно коррелируют с крупномасштабной АПЗ в области восточной струи. В среднем ковариация нестационарного вихревого воздействия с крупномасштабной АПЗ примерно в  $10^4$  раз больше, чем ковариация с ней же от среднего по времени воздействия вихрей, что позволяет предположить, что эффект обратного рассеяния вихрей полностью доминирует над средними по времени вихревыми напряжениями. Функции тока в верхнем ряду панелей имеют те же, но произвольные единицы измерения. Компоненты вихревого воздействия также показаны в произвольных единицах, но на панели (е) единицы в  $5 \times 10^4$  раз больше, чем в (d), что указывает на то, что нестационарная составляющая вихревого воздействия намного больше, чем средне-временная.

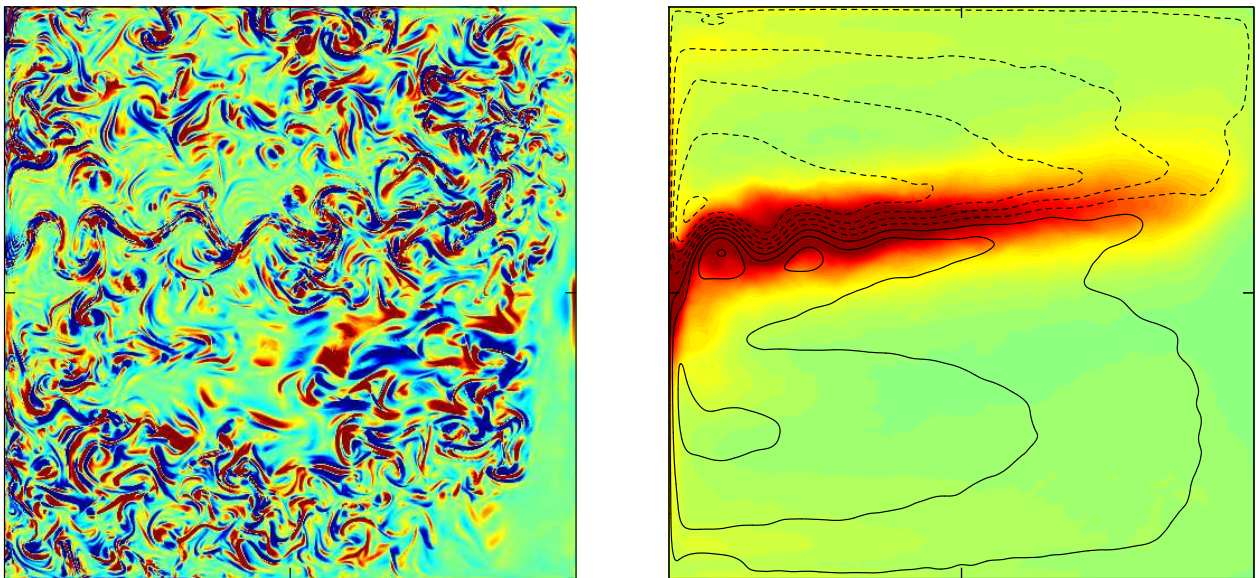


Рис. 21: Характеристики вихревых воздействий в верхнем океане. Левая панель показывает мгновенный снимок вихревых воздействий, нормализованный по стандартному отклонению; видно что поле содержит разные пространственные масштабы. На правой панели показано стандартное отклонение вихревых воздействий, причем красный цвет указывает наиболее интенсивную область вокруг восточной струи. Контурный график показывает среднюю по времени функцию тока.

вихревых потоков в двойных круговоротах. По умолчанию предполагалось, что в какой-то момент все мезомасштабные движения (предсказанные QG динамикой) будут разрешены сеткой, и режим циркуляции сойдется к некоторому асимптотическому пределу, с насыщением вихревого обратного рассеяния, действующего в основном вокруг восточного струйного продолжения западных пограничных течений. Этого не произошло: большинство свойств циркуляции, а тем более квадратичные статистические моменты, не подали никаких признаков приближения к асимптотике, хотя мы снизили турбулентную вязкость (а также одновременно улучшили разрешение сетки, чтобы сохранять все решения численно сошедшимися) до беспрецедентно низких значений. Вихревой поток ПЗ между круговоротами постоянно направлен преимущественно на север, вверх по градиенту, что указывает на обратное вихревое рассеяние в действии. В качестве побочного результата, изучая численную сходимость решений, мы эмпирически обнаружили, что уменьшение вязкости вдвое требует уменьшения шага сетки вдвое. Все остальные детали описаны в статье, а особенности обратного рассеяния иллюстрируются Рис. 20. Пространственная картина вихревого воздействия, вызывающего обратное рассеяние, имеет многомасштабные характеристики и демонстрирует сильную пространственную неоднородность, наиболее интенсивную в районе восточной струи (Рис. 21).

В [B2] мы рассмотрели два конкурирующих механизма: вихревое обратное рассеяние и аномалии встречного вращения. Второй феномен есть систематическое различие между линейным и нелинейным циркуляциями в двойных круговоротах; контр-интуитивно, но нелинейность ослабляет Свердрупские круговороты (разгадка этого явления даётся в Теме 11). Мы обнаружили что второй процесс заметно противодействует эффекту обратного рассеяния вокруг восточной струи.

Выяснив влияние разрешения горизонтальной сетки на обратное рассеяние, мы обратили



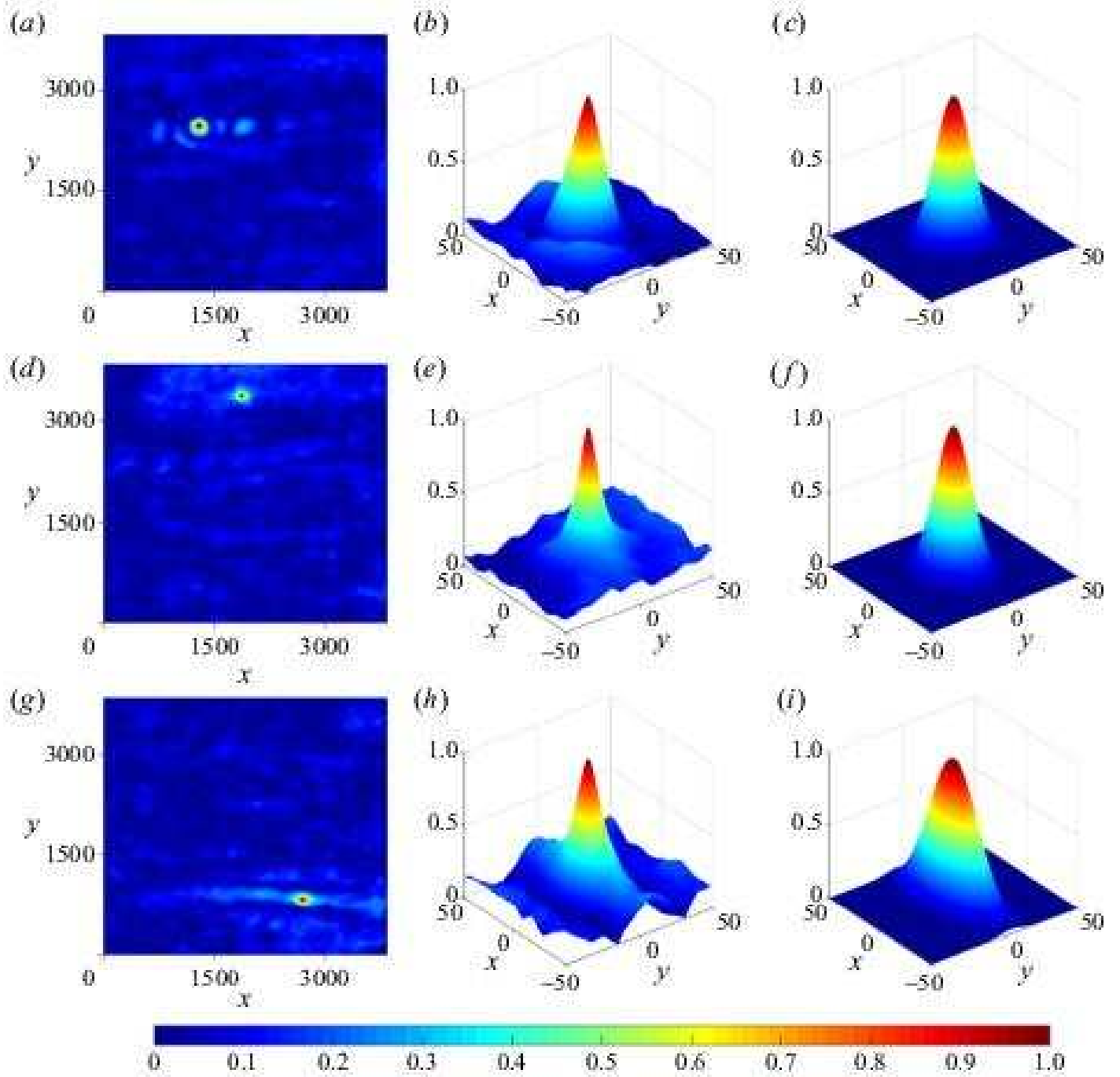


Рис. 23: Визуализация функций пространственной корреляции АПЗ (a,d,g), ее увеличенный трехмерный вид вокруг опорных местоположений (b,e,h) и подобранная функция Гаусса (c,f,i) для трех случайно выбранных опорных точек местоположения: в восточной струе (a-c), субполярном круговороте (d-f) и субтропическом круговороте (g-i). Вся длина записи АПЗ, равная 15 000 дней, использовалась для расчета взаимных корреляций. Ось  $z$  в (b,e,h) и (c,f,i) представляет величину корреляции и гауссовы веса, соответственно. Они дополнительно имеют цветовую маркировку, соответствующую уровням контуров (a,d,g).



внимание на эффект вертикального разрешения, рассматривая трех-, шести- и двенадцатислойные QG модели, и здесь мы столкнулись с большим сюрпризом. Оказалось, что общепринятое понимание основано на Barnier et al. (1991), где авторы рассмотрели вихре-разрешенные трех- и шестислойные двойные QG круговороты и пришли к выводу, что третья и более высокие бароклинные моды играют каталитическую роль, приводящую к нелинейному усилению обратного рассеяния и восточной струи, как следствие. Мы же доказали прямо обратное, опровергнув это исследование из-за неудачного выбора в нем специального режима течения в сочетании с недостаточным численным разрешением и, как следствие, с сугубо неадекватной точностью решения. Систематически исследовав вопрос в [B3], мы обнаружили, что более высокие бароклинные моды (т.е. новые степени свободы возникающие с повышением вертикального разрешения) подавляют, а не катализируют обратное вихревое рассеяние (но усиливают аномалии встречного вращения в круговоротах). В отсутствие высоких бароклиновых мод энерговклад ветра более эффективно фокусируется на более низкие моды, следовательно, вихревое обратное рассеяние более эффективно поддерживает восточную струю и прилегающие к ней зоны рециркуляции. Для этого доказательства нам пришлось впервые вывести модовые уравнения энергии со всеми членами, включая передачу энергии, и привести их в численное соответствие с алгоритмами модели и их реализацией; энергетика была получена на основе вертикальных мод, чтобы получить прямое понимание задействованной модальной динамики. Подробности в статье, а в качестве иллюстрации мы показываем двенадцатимодовую энергетическую диаграмму со всеми воздействиями, диссипациями и передачами энергии (Рис. 22).

Наконец, в [B4] мы объективно отфильтровали вихри с помощью сверточного фильтра, основанного на масштабе длины локальной пространственной корреляции, а не на  $Rd$  (см. иллюстрацию выбора фильтрации в Рис. 23). Мы охарактеризовали динамическое воздействие возникающего вихревого воздействия на крупномасштабный поток с точки зрения их взаимной пространственно-временной корреляции, сформулированной как интегральная характеристика произведения соответствующих полей. Такая статистическая обработка выявила надежную причинно-следственную связь между вихревыми воздействиями и вызванным крупномасштабным АПЗ — это вихревое обратное рассеяние в действии. Далее мы использовали вихревые поля для улучшения модели океана с грубым разрешением, которое статистически воспроизвело недостающую восточную струю, усилило вихревую активность вокруг нее, и после введения дополнительных ограничений даже восстановило крупномасштабную НЧИ.

## 4.6 Тема 6: Низкочастотная изменчивость

Декадно-междекадная НЧИ океана возникает естественным образом из-за его нелинейной динамики вихрей, и представляет из себя серьёзную проблему, как для теоретического понимания так и для практического моделирования океана. По-сути, эта НЧИ является коротковременной частью общей климатической изменчивости Земной системы и сегодня привлекает к себе особое внимание, в рамках краткосрочных предсказаний изменения климата. В [V1] мы успешно смоделировали океанскую НЧИ с помощью новой немарковской многослойной стохастической модели, основанной на данных. Мы рассматривали линейную модель, заданную следующим набором из  $p + 1$  уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k &= -\mathbf{A}\mathbf{x}_k \delta t + \mathbf{r}_k^{(0)} \delta t, \\ \mathbf{r}_{k+1}^{(m-1)} - \mathbf{r}_k^{(m-1)} &= \mathbf{L}^{(m)} \left[ (\mathbf{x}_k)^T, (\mathbf{r}_k^{(0)})^T, \dots, (\mathbf{r}_k^{(m-1)})^T \right]^T \delta t + \mathbf{r}_k^{(m)} \delta t, \quad 1 \leq m \leq p, \end{aligned}$$

где  $k$  — индекс дискретного времени, а  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$  —  $d$ -мерный вектор-столбец  $\mathbf{x}(t_k) = (x^1(t_k), \dots, x^d(t_k))$

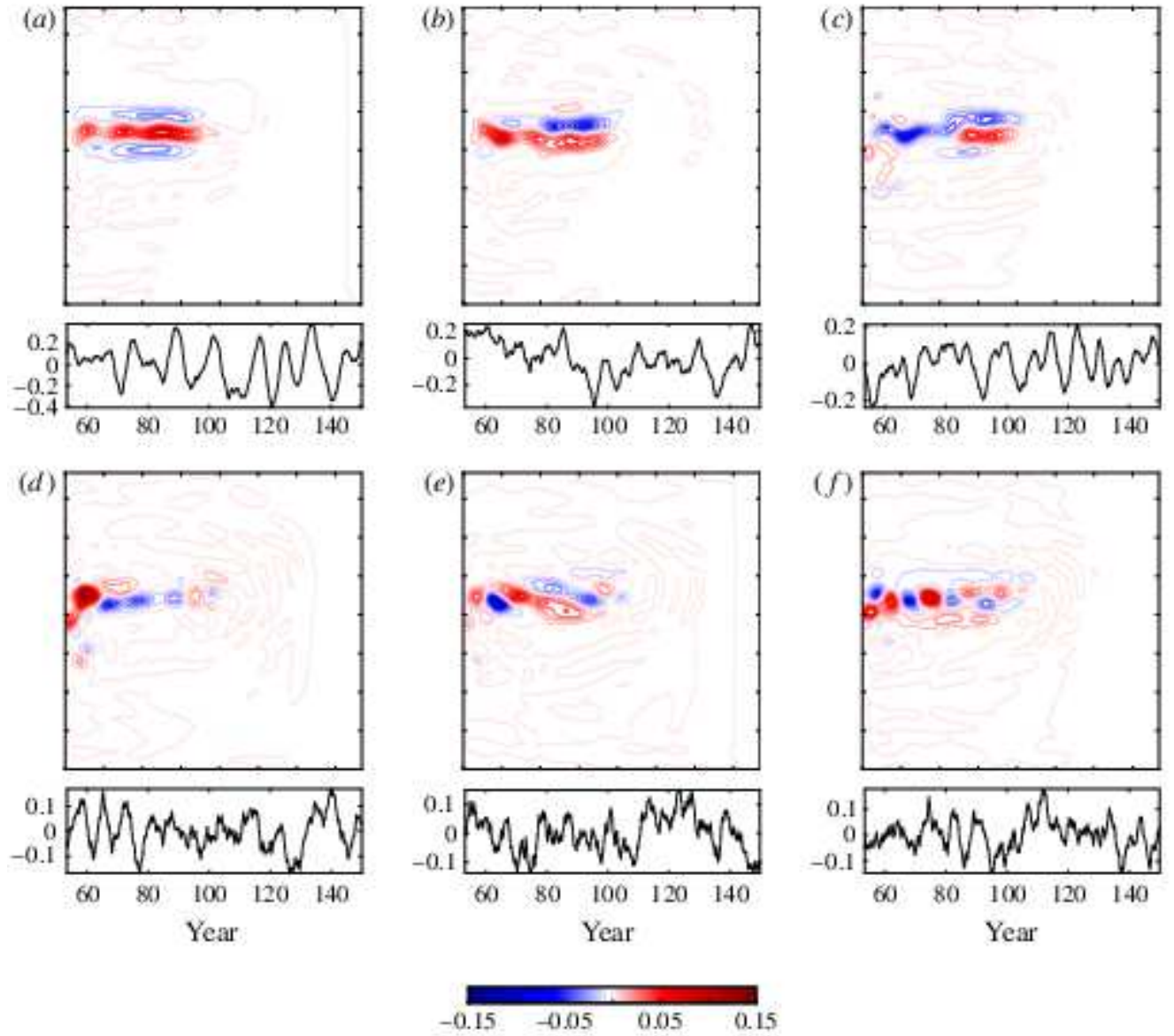


Рис. 24: Статистически извлеченная крупномасштабная НЧИ турбулентных двойных круговоротов. Шесть ведущих безразмерных эмпирических ортогональных функций (ЭОФ; (a) ЭОФ-1, (b) ЭОФ-2, (c) ЭОФ-3, (d) ЭОФ-4, (e) ЭОФ-5, (f) ЭОФ-6) в виде функций тока в верхнем слое океана и их Принципиальные Компоненты (показаны ниже); интервал контура составляет 0.01 (произвольные единицы). Эти ЭОФ охватывают 3/4 общей вариации низко-частотной части решения. Обратите внимание, что амплитуда ЭОФ постепенно затухает (по мере увеличения индекса ЭОФ), как и ее цвет, поскольку все ЭОФ показаны в одной цветовой шкале.

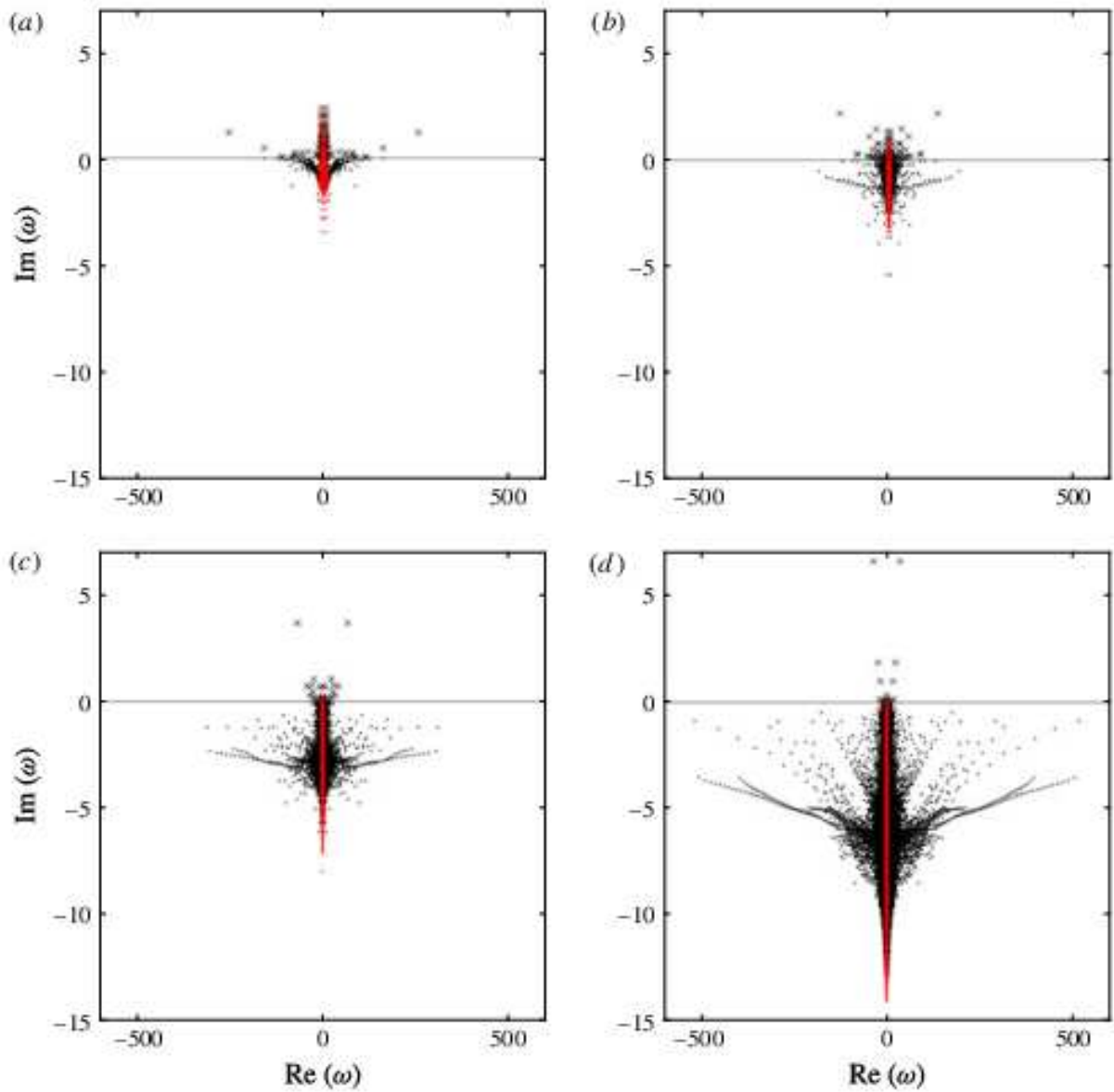


Рис. 25: Спектр задачи на собственные значения для разных разрешений сетки: (a)  $33^2$ , (b)  $65^2$ , (c)  $129^2$ , (d)  $257^2$ . Удаленная часть спектра (80%, не используемая при проецировании НЧИ на собственные моды) отмечена красным цветом; устойчивые и неустойчивые режимы обозначены точками и крестиками, соответственно; реальная и комплексная части собственного значения (единицы:  $\text{лет}^{-1}$ ) расположены на горизонтальной и вертикальной оси, соответственно. Спектр  $257^2$  использует подлинную сетку из полностью нелинейной модели и базового решения. Обратите внимание, что собственные моды становятся более затухающими по мере увеличения разрешения сетки.

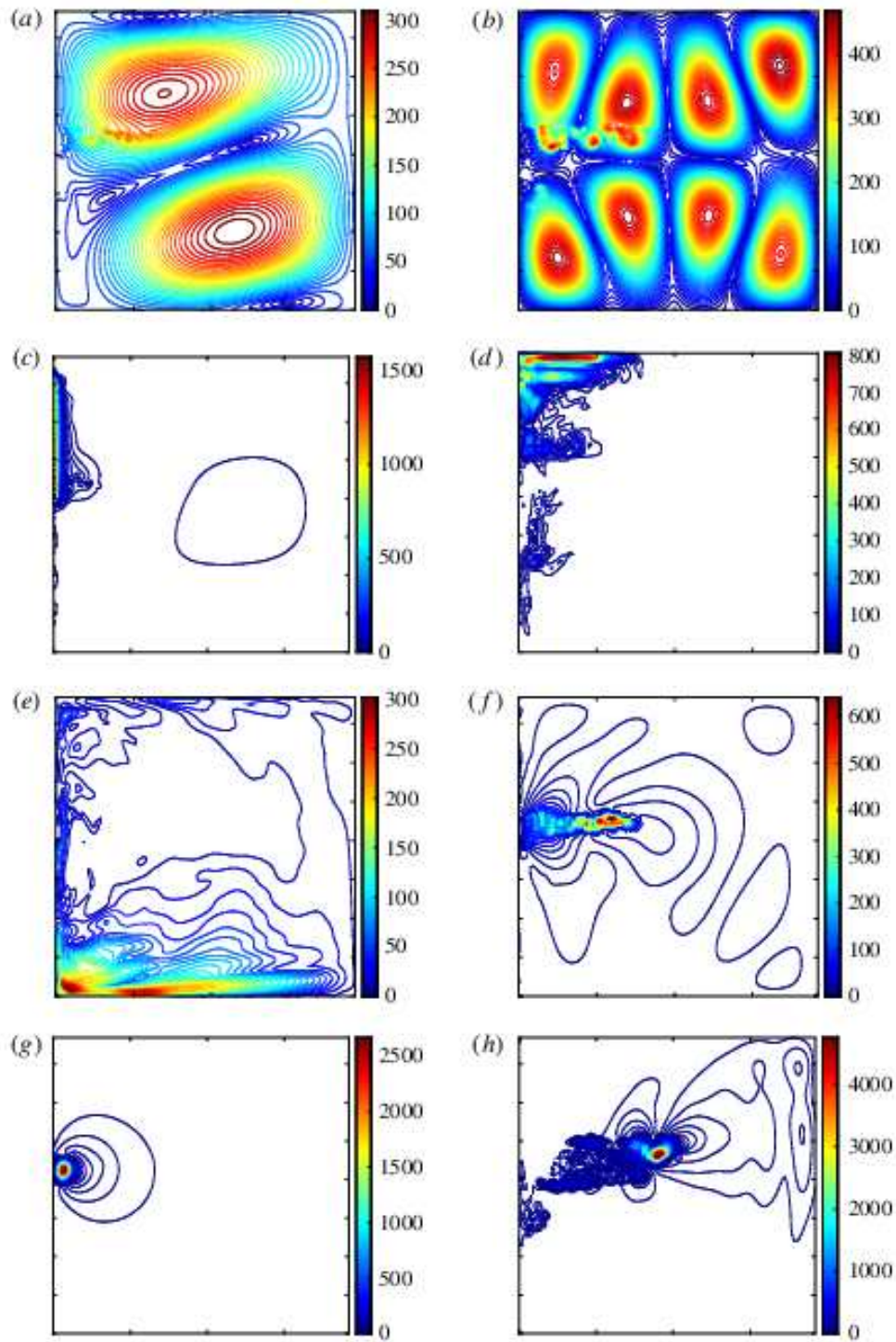


Рис. 26: Пространственные структуры собственных нормальных мод двойных круговоротов океана. Безразмерные амплитуды и частоты  $\omega$  (в годах<sup>-1</sup>) показаны для типичных (безразмерных) собственных мод в терминах функции тока верхнего слоя, и используемые при проецировании НЧИ в ЭОФ-описании: а) почти баротропная мода;  $\omega = 42.5 - 0.251i$ ; (б) крупномасштабная бароклинная мода,  $\omega = 21.2 - 0.08i$ ; (в) мода захваченная у западной границы,  $\omega = 58.7 - 2.9i$ ; (г) мода захваченная у северной границы,  $\omega = 4.0 - 1.5i$ ; (д) мода захваченная у южной границы,  $\omega = 2.8 - 0.23i$ ; (е) мода локализованная на восточной струе,  $\omega = 30.8 - 2.7i$ ; (ж) мода локализованная у точки отрыва восточной струи,  $\omega = 155.2 - 1.0i$  и (з) мода локализованная у восточной оконечности струи,  $\omega = 10.5 - 2.4i$ . Интервал контура равен 10.0 (произвольные единицы).



макроскопических переменных НЧИ прогнозируемой на основном уровне модели. Матричные коэффициенты  $\mathbf{A}$  представляют собой линейные зависимости макроскопических переменных, а  $\mathbf{r}_k^{(m-1)}$  — это вектор скрытых переменных, предсказанный на дополнительном  $m$ -м уровне модели. Хотя можно учитывать и более сложные нелинейные перекрестные взаимодействия, мы рассматривали только линейные связи между переменными. Подробности в статье, а здесь мы лишь проиллюстрируем НЧИ (Рис. 24), которая компактно представлена ведущими ЭОФ и их Принципиальными Компонентами.

Чтобы динамически интерпретировать статистические режимы НЧИ, мы линеаризовали основные QG уравнения вокруг средней по времени циркуляции двойных круговоротов и решили соответствующую задачу на спектр полного набора линейных нормальных собственных мод, вместе с их собственными частотами [V2]. Спектр иллюстрируется Рис. 25, а собственные моды — Рис. 26. С точки зрения размера комплексной матрицы и неразреженной плотности ее элементов, это была самая большая собственная задача в ГГД, когда-либо решенная для всего спектра (а не только ведущих мод). Затем мы спроецировали НЧИ на собственные моды и обнаружили, что эта изменчивость представляет собой мультимодальную когерентную структуру, а не одиночную моду или комбинацию нескольких мод, как это обычно бывает в переходных режимах течения на пути к развитой турбулентности.

Расширение моделирования НЧИ [V3, V4] на вихре-разрешающую совместную модель океана и атмосферы привело к открытию более общей, совместной НЧИ, как предсказывает QG-СМ климатического типа (Секция 3.6). В этой НЧИ доминируют меридиональные сдвиги восточной струи продолжающей западные пограничные течения, и изменения силы субтропической инерционной зоны рециркуляции, как и в только-океанской НЧИ. С другой стороны, атмосферная изменчивость ПЗ теперь также является частью решения: в ней доминирует растущая стоячая волна Россби. В изменчивости атмосферного давления преобладает зонально-асимметричное меридиональное смещение атмосферной струи. Обнаружена положительная обратная связь между меридиональными смещениями восточной струи и ростом стоячей волны Россби. Реакция атмосферы контролируется сдвигами меридионального океанского вихревого потока тепла в поверхностном перемешанном слое, через температурный фронт, и это вызывает рост бароклинных неустойчивостей. Этот рост неустойчивостей в конечном итоге приводит к крупномасштабной перестройке баротропного давления над восточным океаном, а также упомянутое выше меридиональное смещение атмосферной струи. Что касается реакции океана на атмосферные изменения, то мы обнаружили два механизма: нелинейную само-регулировку восточной струи и прилегающих к ней зон рециркуляции, и бароклинную регулировку волнами Россби.

Наконец, снижение атмосферного разрешения препятствует способности атмосферных вихрей ощущать масштабы длины, которые связаны с меридиональными сдвигами температурного фронта морской поверхности сидящего на восточной струе. Отсутствие адекватного разрешения, следовательно, ослабляет влияние изменчивости океанских круговоротов на атмосферную струю и снижает силу положительной обратной связи. В целом этот набор результатов подсказывает, что, для прогноза краткосрочных изменений климата, всеобъемлющие глобальные совместные МОЦ должны идти по пути усовершенствования численного разрешения, по крайней мере, в ближайшие десятилетия.

#### 4.7 Тема 7: Параметризация турбулентности

Параметризация турбулентности (и океанских вихрей в частности) есть центральная задача вообще всей гидродинамики, как по сложности, так и по практической востребованности. По сути, это есть задача упрощенного моделирования воздействий мелко-масштабных (турбулент-

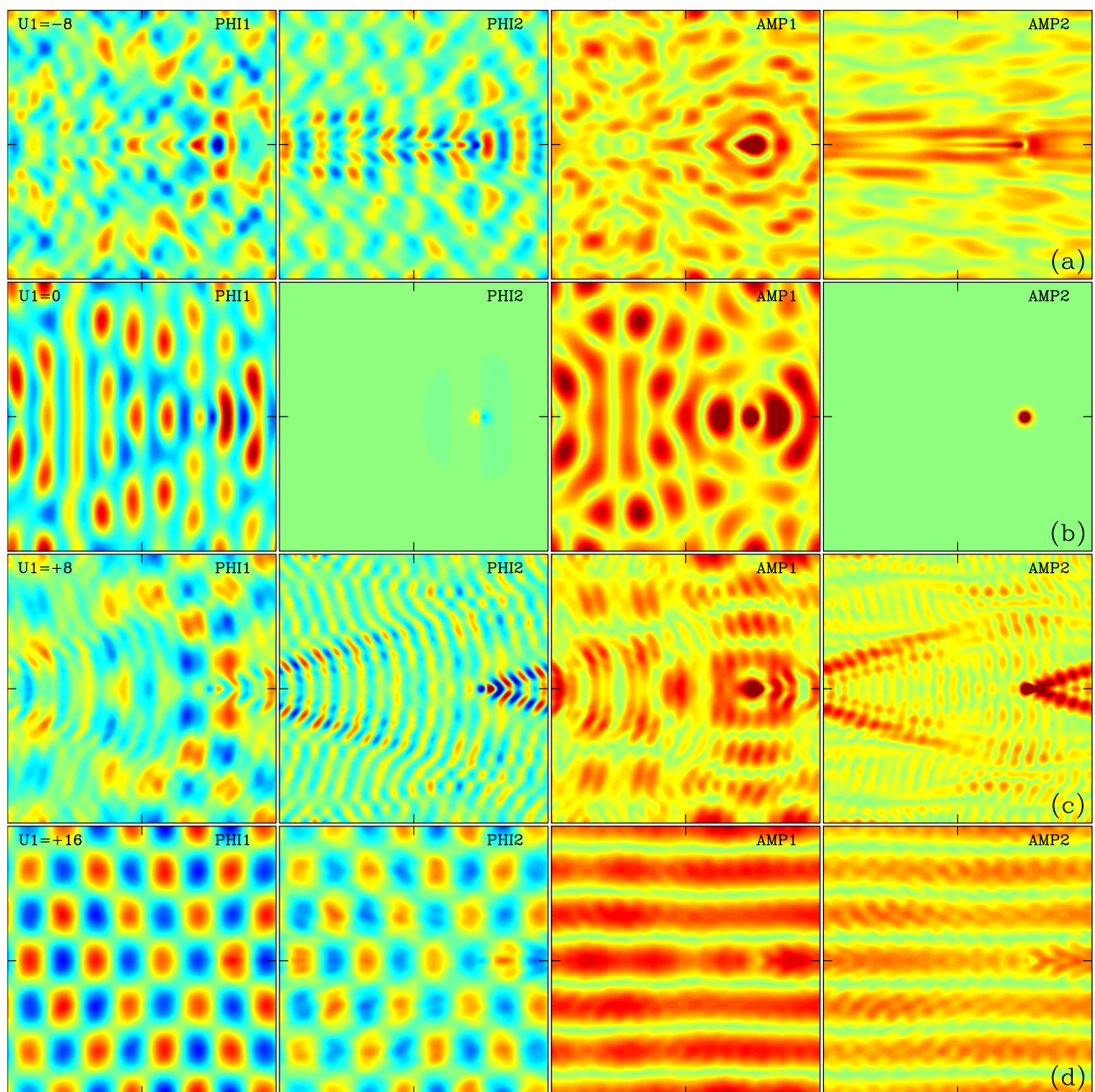


Рис. 27: Двухслойный линейный поток реагирует на воздействие в виде локализованного гармонического осциллятора (планжера). Отдельные решения показаны рядами, каждый из которых соответствует определенному параметру скорости фонового потока верхнего слоя: (верхний ряд)  $-8$ , (ниже верхнего)  $0$ , (выше нижнего)  $8$ , (нижний ряд)  $18 \text{ cm s}^{-1}$  (и с параметром скорости нижнего слоя равным нулю). Период планжера составляет 65 дней. Центр планжера расположен меридионально в середине бассейна, а зонально сдвинут на  $3/4$  бассейна; все решения являются двояко-периодическими. В первом и втором столбцах панелей показаны мгновенные снимки (реальной части) решения, представленного в терминах баротропной и бароклиной функций тока, соответственно; третий и четвертый столбцы панелей показывают комплексные амплитуды баротропной и бароклиной составляющих решения. Все решения нормированы по энергии, а произвольно выбранные единицы измерения одинаковы для всех панелей.



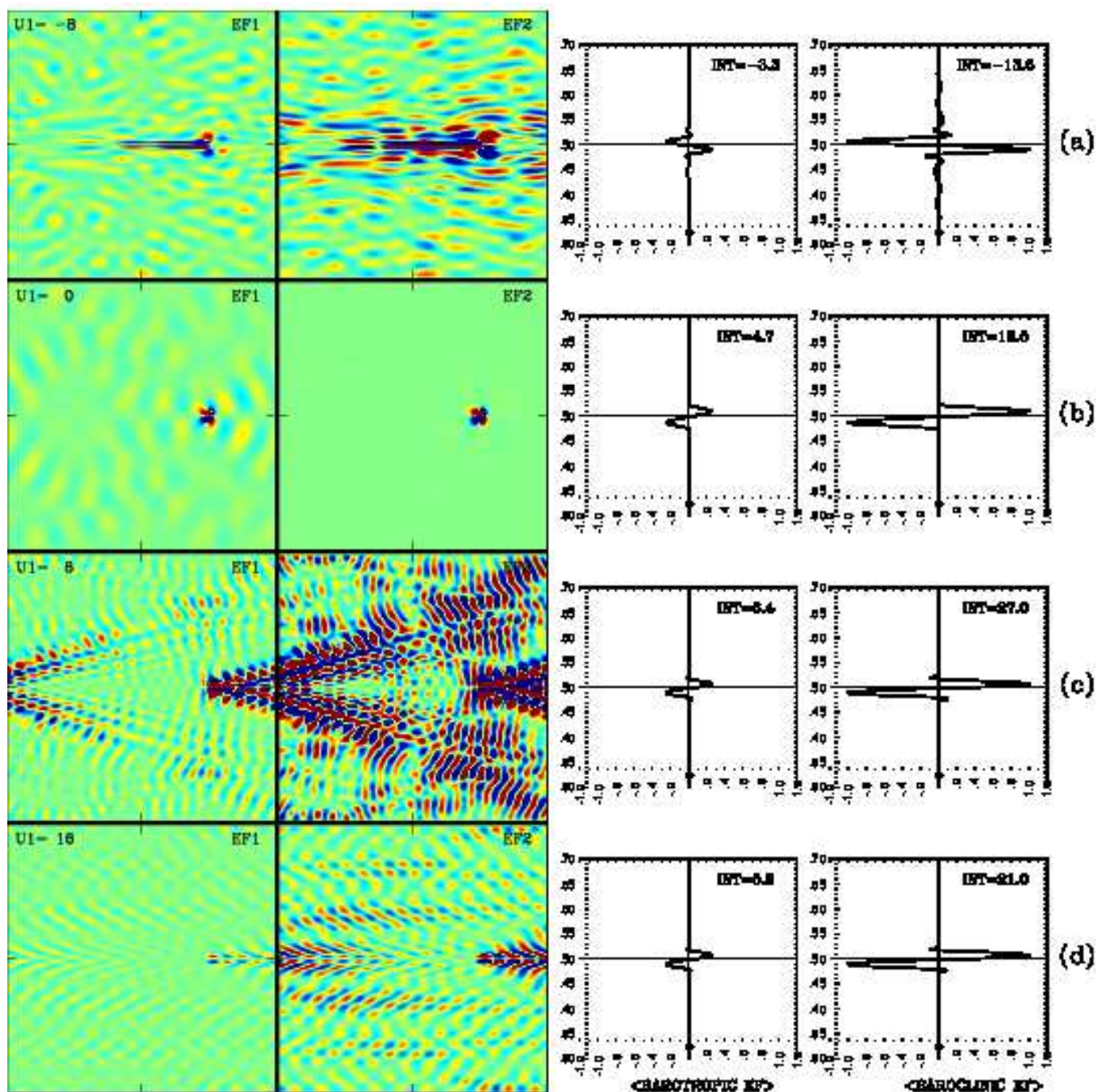


Рис. 28: Структуры вихревого воздействия (следы), соответствующие решениям, вызванным действием планжера, на Рис. 27. Отдельные следы показаны рядами. В первом и втором столбцах панелей показаны баротропная и бароклинная компоненты следа, соответственно. Следы получены для решений, нормализованных по энергии, а отображаемые единицы измерения являются произвольными, но одинаковыми на всех панелях. В третьем и четвертом столбцах панелей показаны профили зонально осредненных баротропных и бароклинных компонент соответствующих следов, соответственно. Пары профилей нормированы так, чтобы их максимальное абсолютное значение было равно единице. Интегральное значение каждого профиля находится по северной половине области и указывается на каждой панели (с единицами  $10^{-3}$ ) — это “элементарный” (баротропный или бароклинный) след.

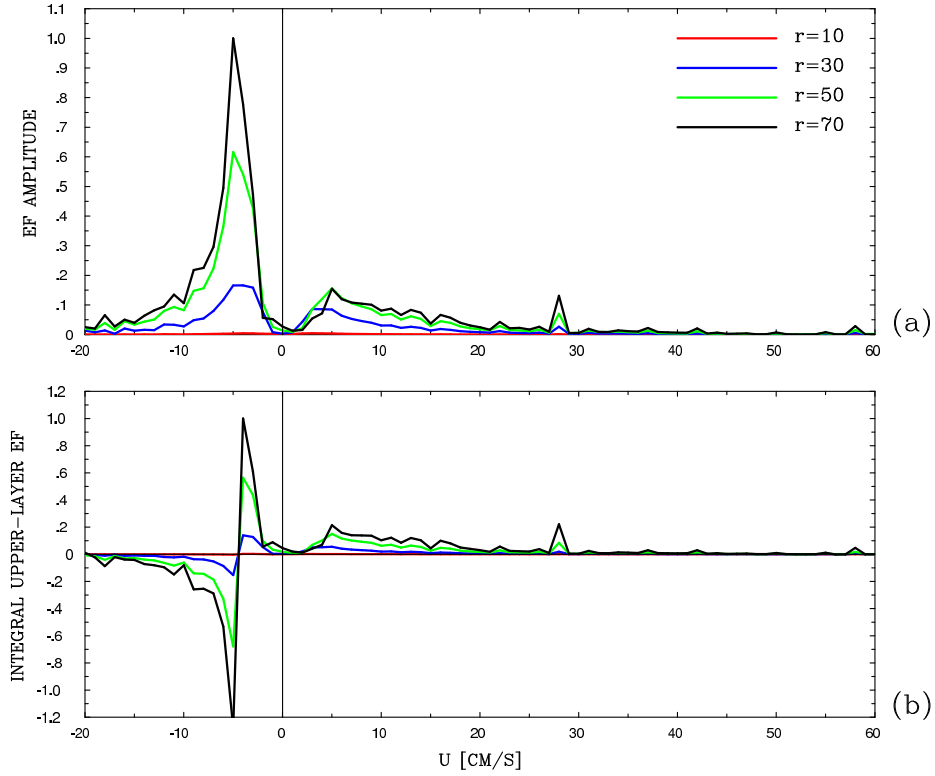


Рис. 29: Зависимость свойств двухслойного следа (вихревого воздействия) от радиуса планжера (указан в км, и разными цветами). Верхняя панель: амплитуда следа; нижняя панель: интеграл половины следа в верхнем слое (т.е. элементарный след). По горизонтальной оси отложен параметр зональной скорости фонового потока. Обратите внимание, что вихревое воздействие практически исчезает при наименьшем радиусе и нулевом фоновом потоке.

ных) процессов на крупно-масштабные процессы. Задача параметризации настолько сложна и грандиозна, что решается не в общем виде а отдельно, по разным отделам гидродинамики, в частности для синоптических вихрей в океане.

Эту историю удобно начать с рассмотрения линеаризованной, консервативной однослойной динамики с периодической по времени накачкой  $\delta$ -функцией:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - S \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \delta(\mathbf{x}) e^{-i\omega_0 t}.$$

Решением является функция Грина, найденная через специальные функции, и она является излучающей в определенном диапазоне параметров. Теперь рассмотрим более сложную ситуацию: пространственно-распределенное воздействие, бароклинную динамику, действие фонового течения. В этом случае баротропная и бароклинная моды решения связаны, а наиболее важным является эффект фонового течения, что вселяет оптимизм для замыкания параметризации.

В двухслойном случае с зональным фоновым течением  $(U_1, U_2)$ , решаемые уравнения (после подстановки решения с гармонической зависимостью от времени):

$$\begin{aligned} -i\omega_0 \left( \nabla^2 \tilde{G}_1 - S_1 (\tilde{G}_1 - \tilde{G}_2) \right) + \beta_1 \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial x} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \nabla^2 \tilde{G}_1 - S_1 (\tilde{G}_1 - \tilde{G}_2) \right) &= F_1(x, y), \\ -i\omega_0 \left( \nabla^2 \tilde{G}_2 - S_2 (\tilde{G}_2 - \tilde{G}_1) \right) + \beta_2 \frac{\partial \tilde{G}_2}{\partial x} + U_2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \nabla^2 \tilde{G}_2 - S_2 (\tilde{G}_2 - \tilde{G}_1) \right) &= 0, \end{aligned}$$



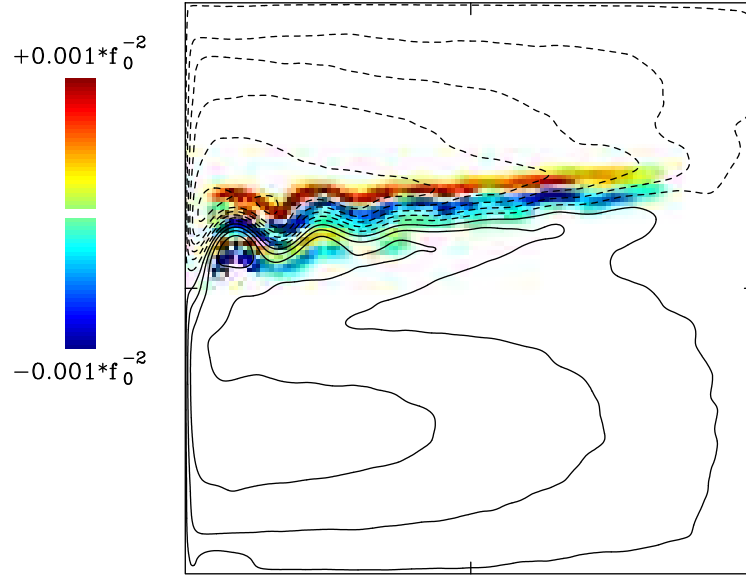


Рис. 30: Параметризованное вихревое воздействие в верхнем слое океана (показано цветом), найденное из решений плунжеров для эталонной, средней по времени циркуляции (показанной изолиниями функции тока). Четкая полярность вихревого воздействия соответствует усилению восточной струи и раскручивает прилегающие к ней зоны рециркуляции.

где  $\beta_1 = \beta + S_1(U_1 - U_2)$  и  $\beta_2 = \beta + S_2(U_2 - U_1)$  — это послойные градиенты ПЗ.

Предположим, что область двоякопериодична, и преобразуем по Фурье последнюю систему уравнений:

$$-i(kU_1 + \omega_0) \left[ -(k^2 + l^2 + S_1) \tilde{g}_1 + S_1 \tilde{g}_2 \right] - i\beta_1 k \tilde{g}_1 = f_1(k, l),$$

$$-i(kU_2 + \omega_0) \left[ -(k^2 + l^2 + S_2) \tilde{g}_2 + S_2 \tilde{g}_1 \right] - i\beta_2 k \tilde{g}_2 = 0.$$

Это можно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{g}_1 \\ \tilde{g}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} if_1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

которая решается для каждого волнового вектора  $(k, l)$  и инвертируется обратно в физическое пространство. Нет проблем с многоуровневым расширением задачи и использованием произвольной зависимости от времени для накачки (решается преобразованием Фурье по времени). Обобщения для произвольных фоновых потоков и граничных условий не являются простыми, но тоже были сделаны.

Типичные решения плунжеров показаны на Рис. 27, и основные эффекты фонового потока: делокализация бароклинной моды (т.е. в противном случае делокализованное излучающее решение отсутствует) и её усиление. Давайте теперь представим концепцию “следа который представляет собой среднее по времени нелинейное самодействие решения вызванного плунжером (Рис. 28). Следы описывают вызванную перманентную перестановку ПЗ, сильно зависят от  $U(z)$  и других параметров задачи, и могут быть загрублены для параметризации так, как требует грубая сетка соответствующей модели. Например, на Рис. 29 показано, что реакция течения на плунжеры сильно зависит от их радиуса воздействия (т.е. от масштаба вихрей) и фонового

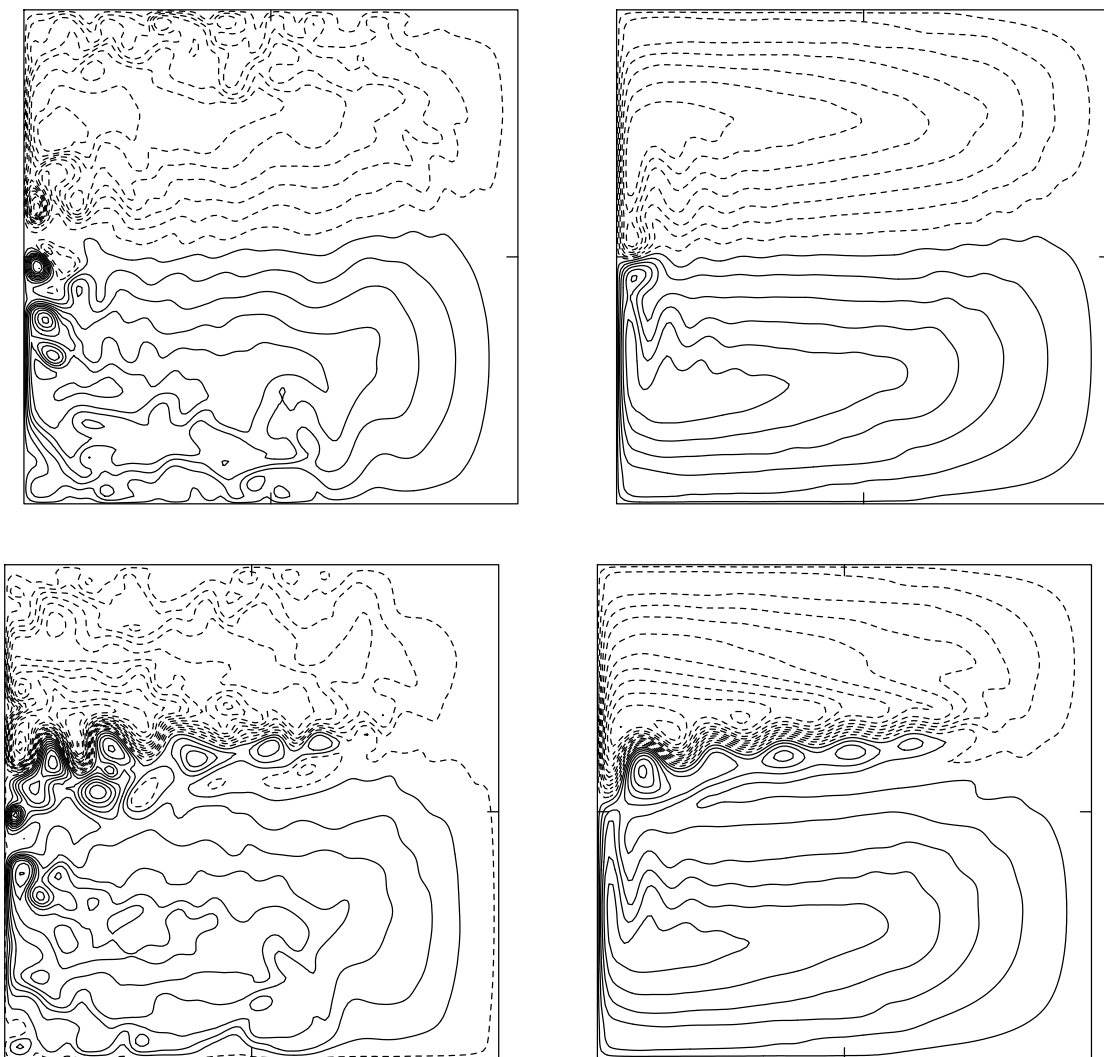


Рис. 31: Верхние панели: неспособность вихре-неразрешающей модели без параметризации моделировать восточную струю и прилегающие к ней зоны рециркуляции, движимые обратным вихревым рассеянием. Нижние панели: результат замкнутой параметризации добавленной к вихре-неразрешающей модели. Левые панели: мгновенные снимки; правые панели: среднее по времени. Обратите внимание, что параметризованное решение имеет хорошо развитую восточную струю и зоны рециркуляции. Показаны функции тока в верхнем океане; интервал контура одинаковый для всех панелей.

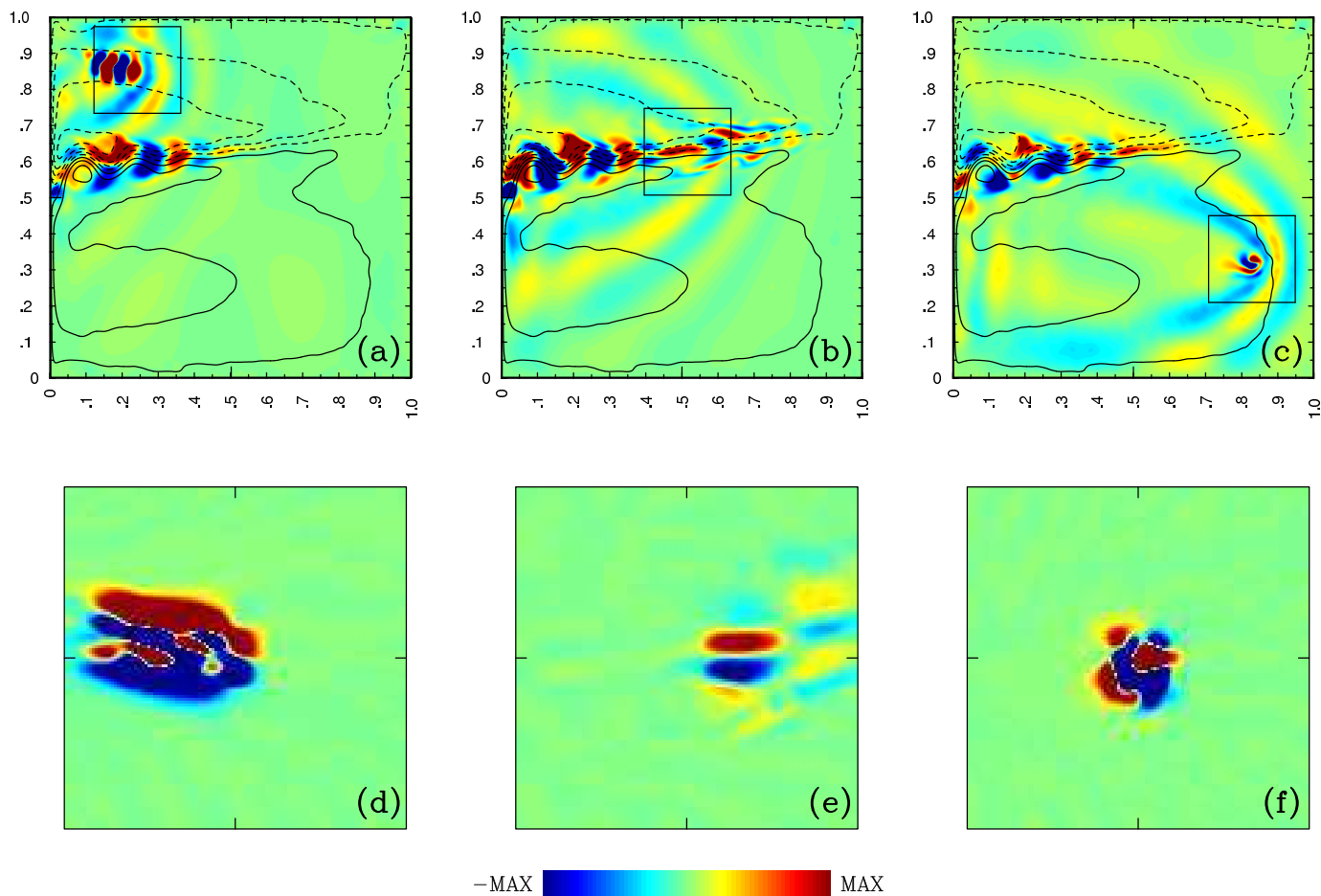


Рис. 32: Движения жидкости и следы в верхнем океане, вызванные локализованными импульсами в двойных круговоротах. В верхнем ряду панелей, для трех разных положений импульса показаны аномалии функции тока (в конце импульса). Каждый импульс расположен в середине квадрата, очерчивающего окружающую импульс область; нижний ряд панелей показывает соответствующие следы в этих квадратах. Средняя по времени функция тока для удобства показана контурами. Единицы цветовой шкалы выбраны произвольно, поскольку все решения линейны, но сохраняются постоянными в каждом ряду панелей. Импульсы расположены: (a,d) в возвратном западном потоке, (b,e) в восточной струе, и (c,f) в меридиональном потоке круговорота.

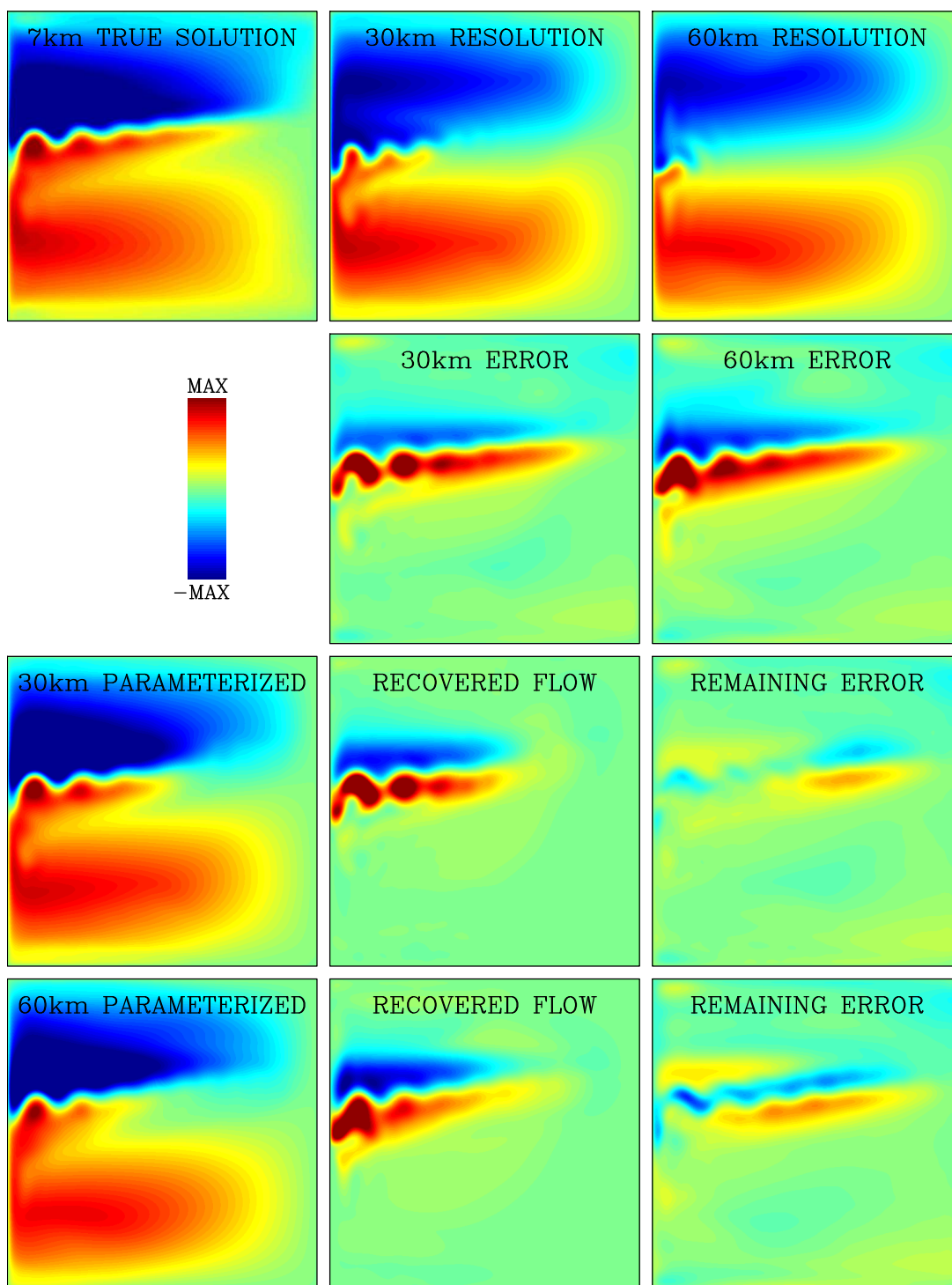


Рис. 33: Результат детерминистской параметризации вихрей путем усиления обратного рассеяния. Показаны поля функций тока в верхнем океане. Верхний ряд: (слева) эталонное вихре-разрешающее решение (сетка 7 км), (среднее) решение на грубой сетке (30 км), (справа) решение на очень грубой сетке (60 км). Ошибки в последних двух решениях показаны в ряду ниже, как отличия от эталонного решения. В двух нижних рядах показаны результаты параметризации в модели с сеткой: (над нижним рядом) 30 км и (нижний ряд) 60 км; (слева) решения, (в центре) исправленные ошибки, (справа) оставшиеся ошибки. Таким образом, параметризация значительно улучшает модели с грубой сеткой, особенно для моделей, частично допускающих вихри.



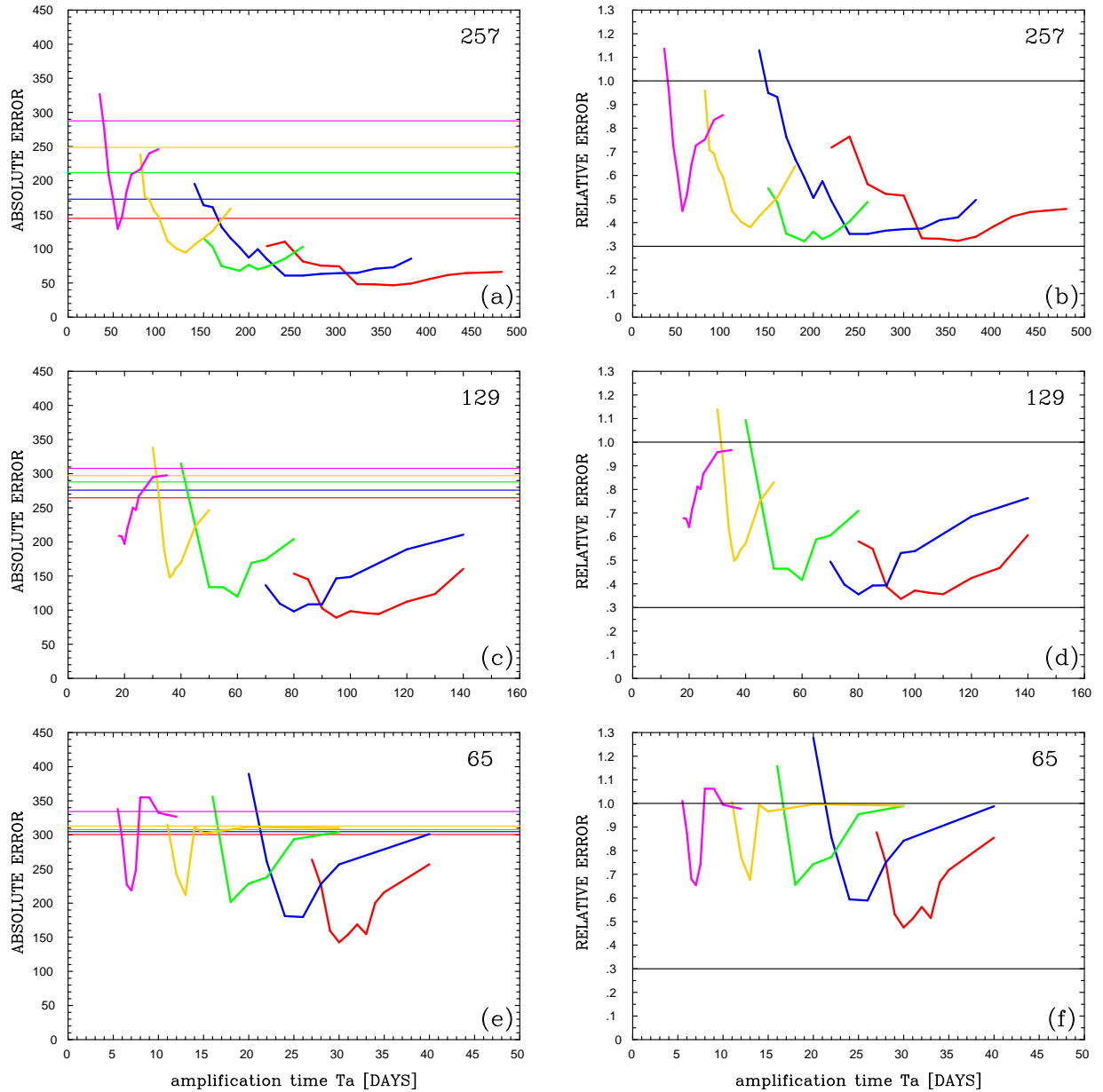


Рис. 34: Иллюстрация, демонстрирующая, что параметризация (путем усиления обратного рассеяния) существенно улучшает вихре-допускающую модель, и в нарастающей степени для менее демпфированных и менее огрубленных базовых решений. Качество параметризованных решений с различным эквивалентным разрешением сетки (т.е. огрублением) и демпфированием. Эквивалентные размеры сетки: (a,b)  $257^2$ , (c,d)  $129^2$ , (e,f)  $65^2$ . Цвета соответствуют пяти основным решениям со следующим временем затухания демпфирования (в днях): 5 (красный), 4 (синий), 3 (зеленый), 2 (желтый) и 1 (пурпурный). Горизонтальные прямые (цветные) линии на левых панелях обозначают ошибки базовых решений; чем больше время демпфирования тем меньше ошибка (и тем ниже соответствующая линия); все ошибки указаны с точки зрения (произвольных) безразмерных единиц, одинаковых для всех левых панелей. Кривые (цветные) линии на левой панели показывают ошибки параметризованных (т.е. усиленных шероховатостью) базовых решений, как функции параметра времени усиления. На правой панели показаны соответствующие кривые относительной ошибки, где все значения нормализованы по ошибке основного решения (т.е. чем ниже кривая, тем больше улучшение за счет параметризации); для удобства, черные горизонтальные линии указывают относительную погрешность, равную единице и 0.3.

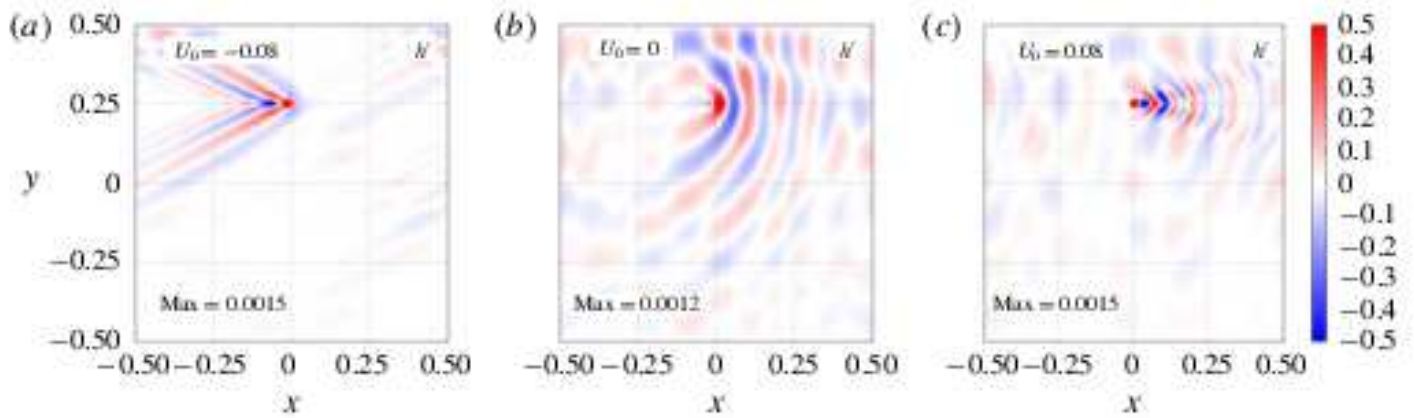


Рис. 35: Типичное движение жидкости в приближении мелкой воды на воздействие планжера, визуализированная с помощью снимков возмущения высоты поверхности. Каждая панель соответствует своему однородному зональному фоновому потоку  $U_0$ , значение которого указано на панели. Для наглядности, возмущение высоты поверхности нормировано по его максимальному значению, которое также указано на каждой панели. Диапазон цветовых полос ограничен  $[-0, 5, 0, 5]$  (произвольные единицы), чтобы лучше представить движение жидкости вдали от планжера. Планжер находится в координатах  $(x, y) = (0, 0.25)$ .

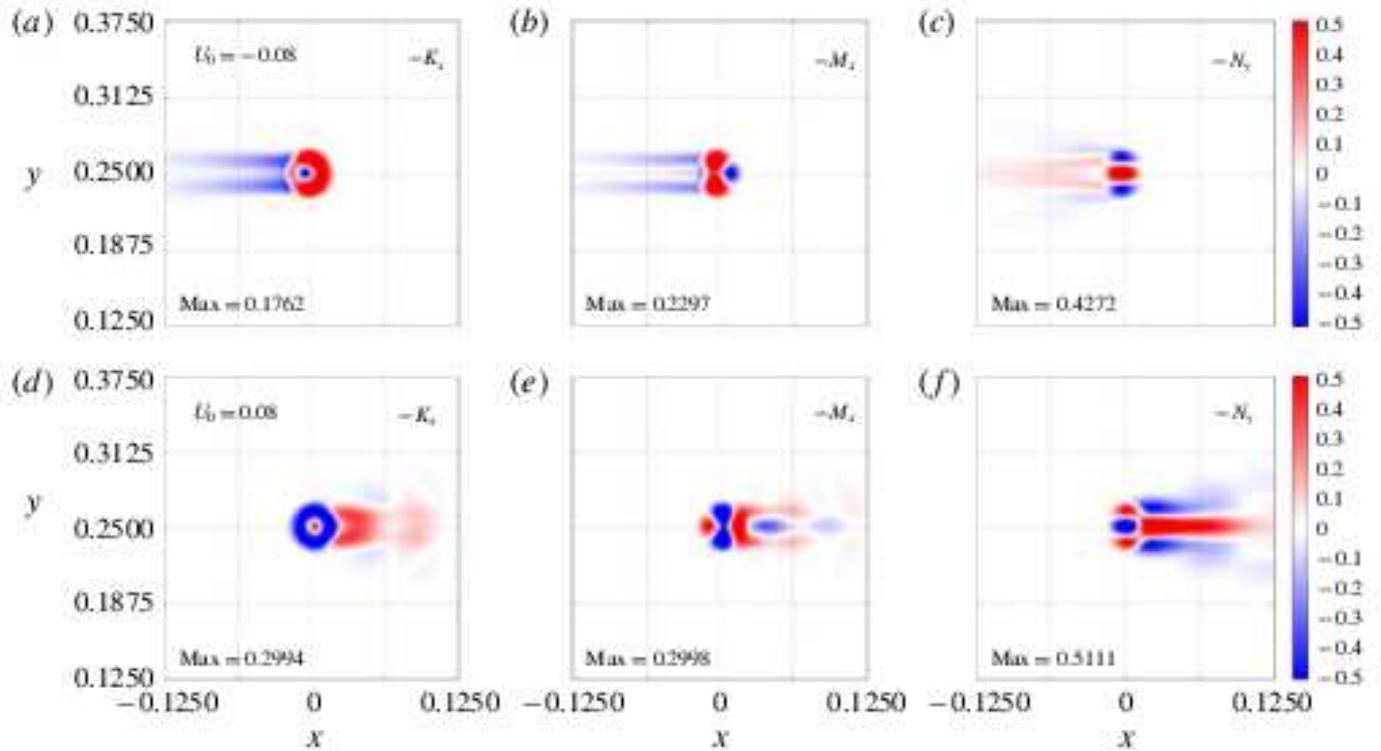


Рис. 36: Производные параметров вихревой геометрии (со знаком минус), представляющие их вклад в  $M$ . Имеем  $-K_x$  (a,d),  $-M_x$  (b,e) и  $-N_y$  (c,f) для  $U_0 = -0.08 \text{ m s}^{-1}$  (a-c) и  $U_0 = 0.08 \text{ m s}^{-1}$  (d-f). Каждый член нормирован по максимальному абсолютному значению, которое указано в левом нижнем углу каждой панели. Диапазон цветовой шкалы уменьшен вдвое.

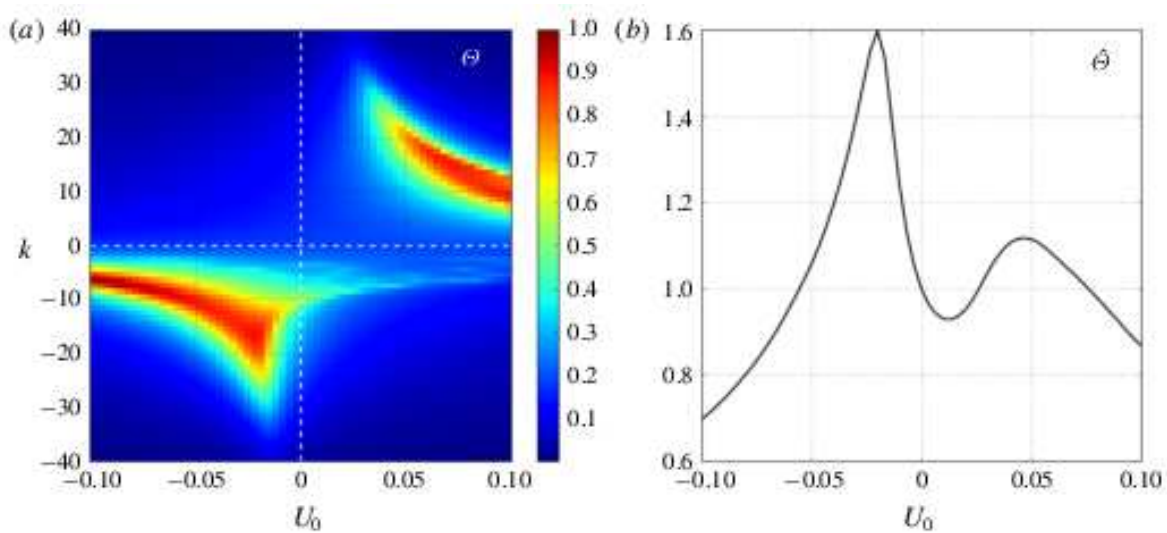


Рис. 37: (а) График общего веса  $\Theta$  для каждого волнового числа в разложении по собственным модам для однородного зонального фоновое течения в диапазоне  $[-0.1, 0.1] \text{ m s}^{-1}$ . При построении графика мы нормализовали  $\Theta$  на его максимальное значение, а также ограничили значения зонального волнового числа  $k$  показанной величиной, поскольку за пределами этого диапазона значения  $\Theta$  незначительны. (б) Общий вклад при разложении имеет типичную форму двойного колокола с глобальным максимумом для умеренно отрицательной фоновой зональной скорости (обратите внимание, что ось  $y$  начинается с ненулевого значения).

потока. Самая сильная реакция наблюдается в западном течении; в восточном — тоже но в меньшей степени; слабое течение вызывает слабый отклик. Следы могут перераспределять ПЗ (и любые другие свойства) как вниз, так и вверх по градиенту, и это дает им преимущество перед диффузионными параметризациями, которые имеют тенденцию выходить из строя из-за отрицательного коэффициента диффузии, необходимого для описания переноса вверх по градиенту. Следы получаются из линейных решений, следовательно, их используемые амплитуды должны быть масштабированы по какому-то крупномасштабному свойству; мы реализовали масштабирование по разрешенному потоку АПЗ. Поле совокупной поправки, полученное путем суммирования следов по всей области решений, интерактивно добавляется как дополнительное воздействие в модель на грубой сетке и развивается вместе с решением потока (см. Рис. 30 и 31 о том, как это работает на практике).

В [Р2] мы продолжили разработку параметризаций, основанных на локализованных стохастических воздействиях, преодолевая предположение о локальной однородности, которое учитывает только локальный фоновый поток для определения следа. Мы достигли этого, рассматривая линейаризованно-динамические реакции на переходные импульсы за конечное время, как показано на Рис. 32, и вывели, что это предположение не работает в области восточной струи. Кроме того, информация о следах была использована для расчета эквивалентных вихревых потоков ПЗ и их дивергенции, которые делят двойные круговороты на отдельные географические области со специфическими вихревыми эффектами. По эквивалентным вихревым потокам и лежащим в их основе градиентам крупномасштабных течений, мы рассчитали пространственно-неоднородный тензор анизотропной вихревой диффузии. Из-за отрицательных значений коэффициента диффузии, реализация параметризации через наложение планжеров или их следов есть лучшая стратегия.

Работа [Р3] стала результатом анализа обратного вихревого рассеяния, который привел к

ключевой гипотезе о параметризации вихрей: в модели, допускающей вихри, по крайней мере частично разрешенное обратное рассеяние вихрей может быть значительно усилено для общего улучшения решений. Такое усиление представляет собой простую и новую идею вихревой параметризации, реализованную с точки зрения локального, детерминированного, управляемого одним параметром придания шероховатости движению жидкости. Мы протестировали свойства параметризации в иерархии модификаций, не разрешающих и частично разрешающих вихри и продемонстрировали, что параметризация действительно очень эффективна для восстановления восточной струи и прилегающих к ней зон рециркуляции (см. Рис. 33 и 34 для иллюстрация подхода и его успеха).

В [P4] и [P5] мы отошли от идеи наложения следов и рассмотрели гораздо более сложный но при этом прямой подход к улучшению вихре-неразрешающих моделей циркуляции за счет информации, полученной из данных о неразрешенных подсеточных процессах. Поле вихревых воздействий, которое содержит важную информацию о взаимодействии между крупными и вихревыми масштабами, было получено, модифицировано, загружено и добавлено для улучшения модели с низким разрешением. Полученное в результате решение было значительно улучшено, включая его среднюю по времени циркуляцию и НЧИ. Далее мы интерактивно соединили непрерывно предоставляемую историю вихревого поля вместе с непосредственно смоделированной крупномасштабной циркуляцией с низким разрешением. Хотя улучшение сработало для общей картины вихре-неразрешающей циркуляции, оно не восстановило НЧИ. Это сам по себе важный (отрицательный) результат, который имеет существенное значение для любой параметризации, управляемой данными, с учетом того, что мы использовали наиболее полную информацию о пространственно-временной истории вихревых полей. Обратите внимание: когда мы предоставили эталонное (истинное) вихревое воздействие, а не просто вихревое поле, НЧИ была восстановлена. Это говорит о том, что НЧИ решающим образом зависит от деталей корреляций турбулентности и крупномасштабных течений, которые не полностью учитываются предлагаемой процедурой улучшения. Чтобы преодолеть этот недостаток и восстановить НЧИ, мы статистически и интерактивно отфильтровали вихре-неразрешающее решение, проецируя его на ведущие ЭОФ крупномасштабной низко-частотной составляющей эталонного решения. Эта операция позволила нам удалить побочные эффекты, связанные с избыточным возбуждением низко-ранжированных ЭОФ. Более того, в качестве естественного шага к параметризации мы воспользовались стохастическим моделированием на основе данных и использовали эмуляции вихревого поля. Здесь мы получили в целом многообещающие результаты, действительно улучшив вихре-неразрешающую модель. Наши результаты показали, что получение характеристик НЧИ для вихревой параметризации, которая уже способна к воспроизведению крупномасштабной циркуляции, должно стать стандартным требованием к параметризации, и ему будет непросто удовлетворить.

Расширение идеи планжерных решений и их следов было распространено на однослойную модель мелкой воды в зональном канале ([P6] и [P7]). Нам удалось определить следы (Рис. 35) и эквивалентные вихревые потоки; затем мы изучили их зависимости от основных параметров и фонового течения, в том числе и от его струйного профиля. Мы обнаружили, что близость к ядру струи является основным фактором, определяющим, будет ли струя заостряться или размываться; подробности можно найти в статье. Мы систематически проанализировали зависимости, используя два метода. Во-первых, мы использовали формулировку вихревой геометрии, в которой напряжения Рейнольдса выражаются через параметры вихревого удлинения и наклона,

$$K = \frac{\overline{u'^2 + v'^2}}{2}, \quad M = \frac{\overline{u'^2 - v'^2}}{2}, \quad \text{and} \quad N = \overline{u'v'},$$



и рассмотрели связь между вихревой геометрией и зональным перераспределением импульса (см. Рис. 36 для иллюстрации параметров). Во-вторых, мы разложили решения на найденные, линейные динамические собственные нормальные моды и сравнили их со стандартными волнами Россби. На Рис. 37 показана проекция планжерного решения на эти моды и объяснен двойной горб эффективности планжера как функция интенсивности фонового потока. Оба метода дополняют друг друга и помогают понять перераспределение зонального импульса и его зависимость от равномерного фонового потока. Мы обнаружили, что эта зависимость определяется двумя факторами: дисперсионно-ограниченным резонансом с планжером и эффективностью нелинейных вихревых самодействий.

Последняя работа [P8] в этой теме является исключением в том смысле, что мы не навязываем какую-либо конкретную модель улучшения вихре-неразрешающих моделей. Вместо этого, мы подправляли примитивные уравнения на грубой сетке (здесь мы рассмотрели всеобъемлющую североатлантическую МОЦ) до эталонного состояния (здесь: вихре-разрешающее эволюционирующее решение). Существует ли минимальный набор уравнений, который следует в первую очередь параметризовать, чтобы наиболее эффективно приблизиться к правильному представлению крупномасштабной циркуляции? Мы обнаружили, что поправка только уравнения импульса и модели атмосферы приводит к неприемлемой деградации полей динамически-активных примесей (температуры и солёности) и, следовательно, требует их дополнительного улучшения. Улучшение же только уравнений температуры и солёности вполне достаточно для сохранения крупномасштабных течений в первом приближении, поэтому именно на их параметризации стоит ориентироваться в первую очередь. На следующем уровне улучшений, параметризация примесей может сопровождаться увеличением вихревой вязкости, которая погасит чрезмерно генерируемую кинетическую энергию, возникающую из-за перевозбуждения несбалансированных движений жидкости. Обратите внимание, что такая поправка противоположна идее обратного рассеяния кинетической энергии. Зато поправка уравнений температуры и солёности полностью доминируется инъекцией потенциальной энергии, которую можно интерпретировать как “обратное рассеяние потенциальной энергии”. Наши результаты противоречат общепринятому мнению и ясно показывают, что параметризации, представляющие только кинетическое обратное рассеяние энергии не могут быть полностью эффективными, и основной акцент должен быть смещен в сторону развития параметризаций комбинированного обратного рассеяния обеих механических энергий.

## 4.8 Тема 8: Дрейфующие струи

Исследования анизотропной турбулентности с перемежающимися струями имеют долгую историю. Наблюдаемые полосы на Юпитере или струйные течения в земной атмосфере есть феномены данного класса. Океан тоже содержит такие струи, причем разного вида и в огромном количестве; именно их мы исследовали.

Несмотря на то, что нестационарные дрейфующие струи наблюдались, до нашей работы они были плохо изучены. Эти объекты можно рассматривать как зонально-вытянутую полосатость в турбулентных движениях и рассматривать как явление, связанное с самопроизвольно возникающими чередующимися струями в геофизических турбулентных потоках. В [J1] мы обнаружили такие струи в решениях QG модели двойных круговоротов (а также в реальной океанской альтиметрии), и доказали, что они не являются артефактами временного усреднения случайных, пространственно некоррелированных вихрей, как в то время предполагалось. Когерентные вихри, определяемые модифицированным параметром Окубо-Вайсса, имеют тенденцию распространяться по четко определенным путям, образуя таким образом “вихревые цепочки”, которые

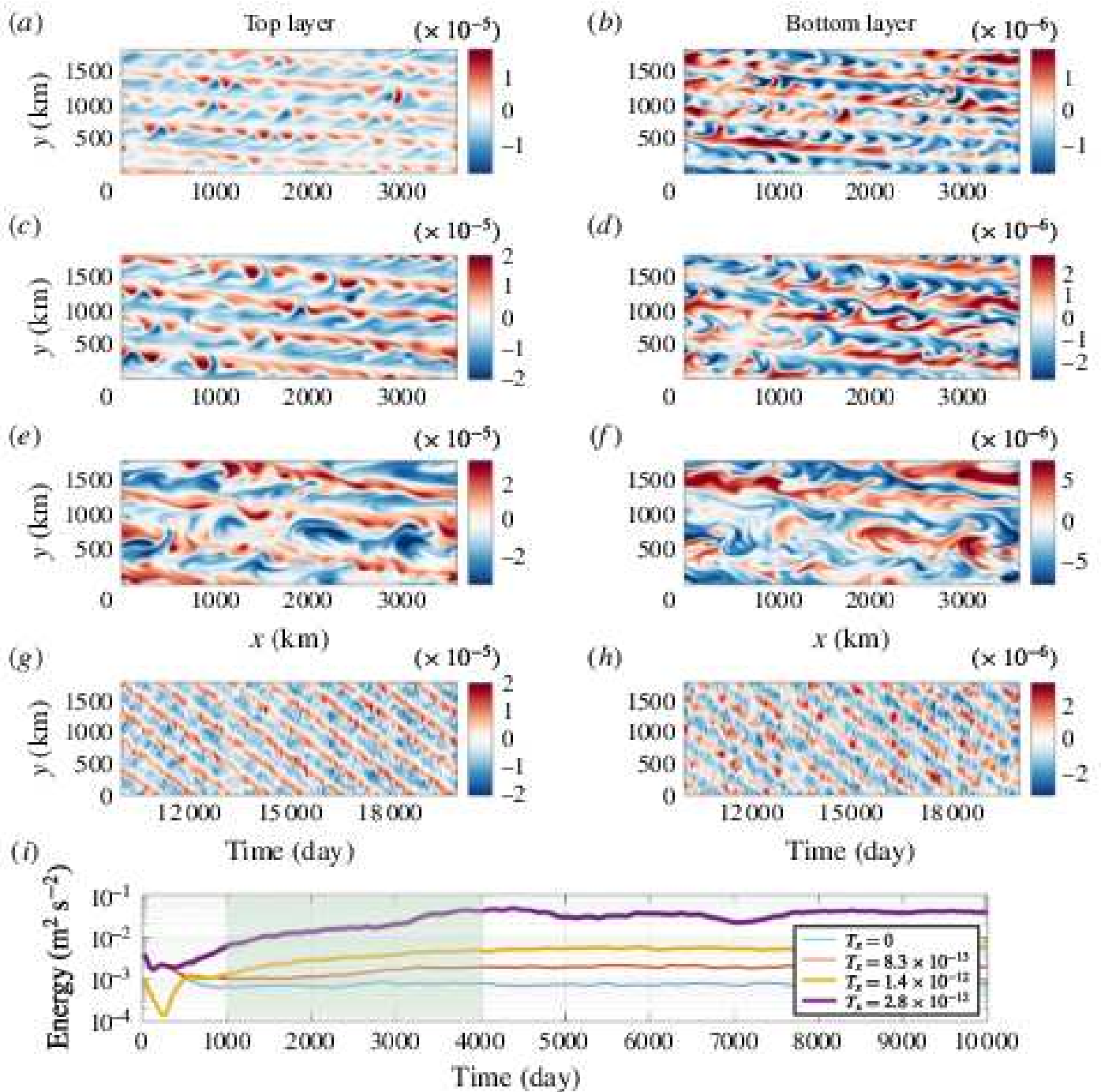


Рис. 38: Общая картина течений и достижение равновесия в двухслойных наклонных дрейфующих струях над наклонным дном. (a-f) Снимки поля АПЗ (цветовая шкала указана в  $\text{s}^{-1}$ ) в верхнем и нижнем слоях, из трех решений с разными наклонами дна. (g,h) Диаграмма Ховмюллера для поля АПЗ в верхнем и нижнем слоях (ПЗ взята вдоль поперечного сечения в центре области построена против временной зависимости), для умеренного наклона дна; диаграмма показывает, что струи дрейфуют в южном направлении. (i) Эволюция полной энергии для различных значений наклона дна (для сравнения показана эволюция энергии для случая плоского дна). Струи наклоняются под углами  $5.71^\circ$ ,  $7.13^\circ$  и  $9.46^\circ$  и дрейфуют на юг со скоростями  $0.20$ ,  $0.48$  и  $0.74 \text{ cm s}^{-1}$ , соответственно.

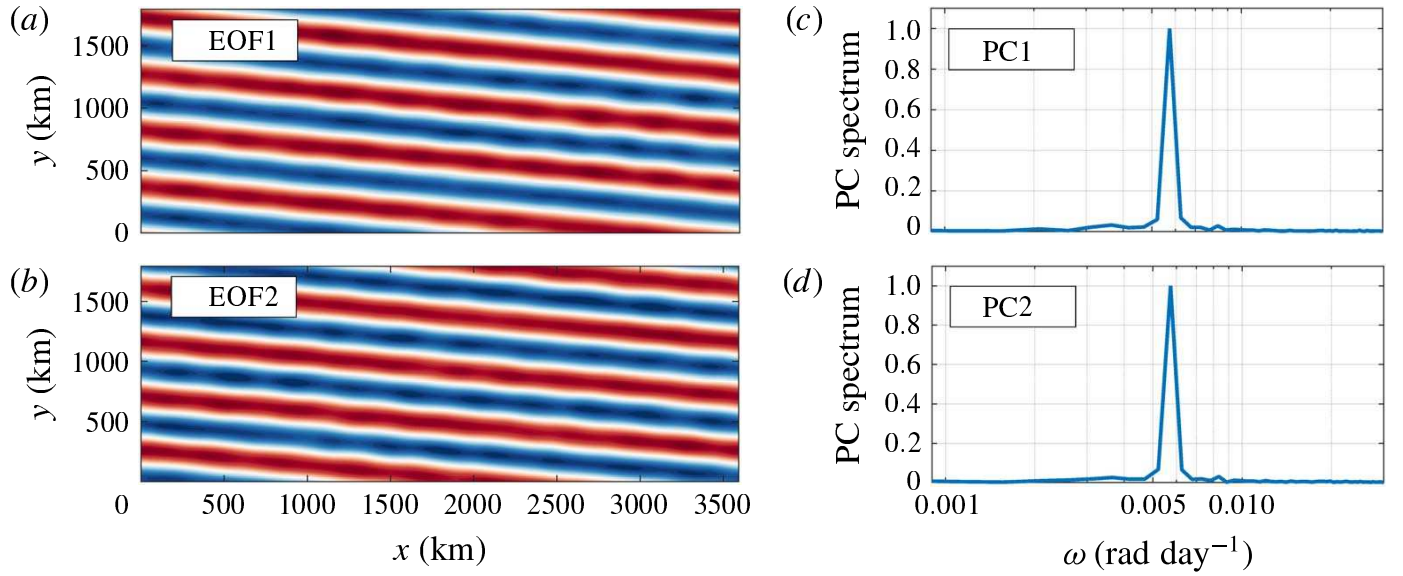


Рис. 39: Анализ ЭОФ поля функции тока из модели с умеренным наклоном дна: (a,b) EOF 1, 2 в верхнем океане (диапазон цветовой шкалы  $[-1, 1]$ ); (c,d) спектры мощности Принципиальных Компонент (нормированных на единицу) соответствующий ведущей паре ЭОФ. Дрейфующие струи аналогичны распространяющейся волне, а два ЭОФ, идентичных, но с фазовым сдвигом  $\pi/2$ , достаточны для представления волны. Принципиальные Компоненты, соответствующие этим ЭОФ, постоянно колеблются между максимальным и минимальным значениями, что отражает дрейф струй; таким образом, их спектры мощности имеют пики на определенной частоте. Поскольку волновой вектор и пиковая частота, соответствующие ЭОФ, известны, скорость дрейфа струй можно определить как фундаментальную фазовую скорость.

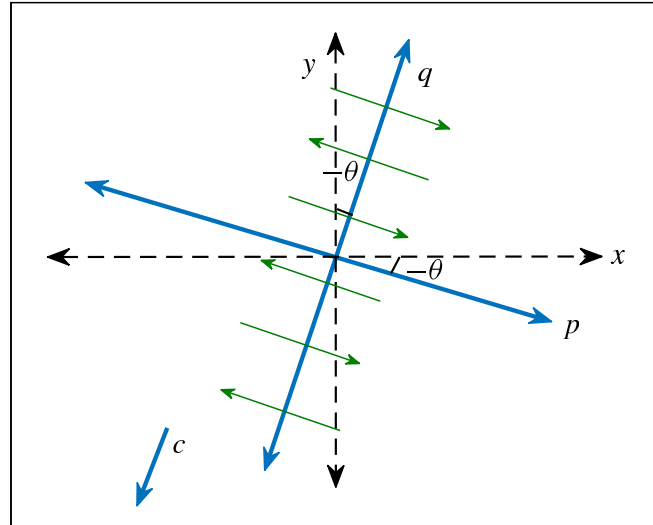


Рис. 40: Эскиз новой системы координат (новые оси  $p$  и  $q$ ), повернутой на угол  $\theta$  (наклон положителен при вращении против часовой стрелки) и движется со скоростью  $c$  (скорость дрейфа, положительная и в направлении  $q$ ). Угол  $\theta$  и скорость  $c$  непосредственно оцениваются из численного решения. Зеленые стрелки обозначают чередующиеся струи; отметим, что средневременной профиль струй является функцией только  $q$ .

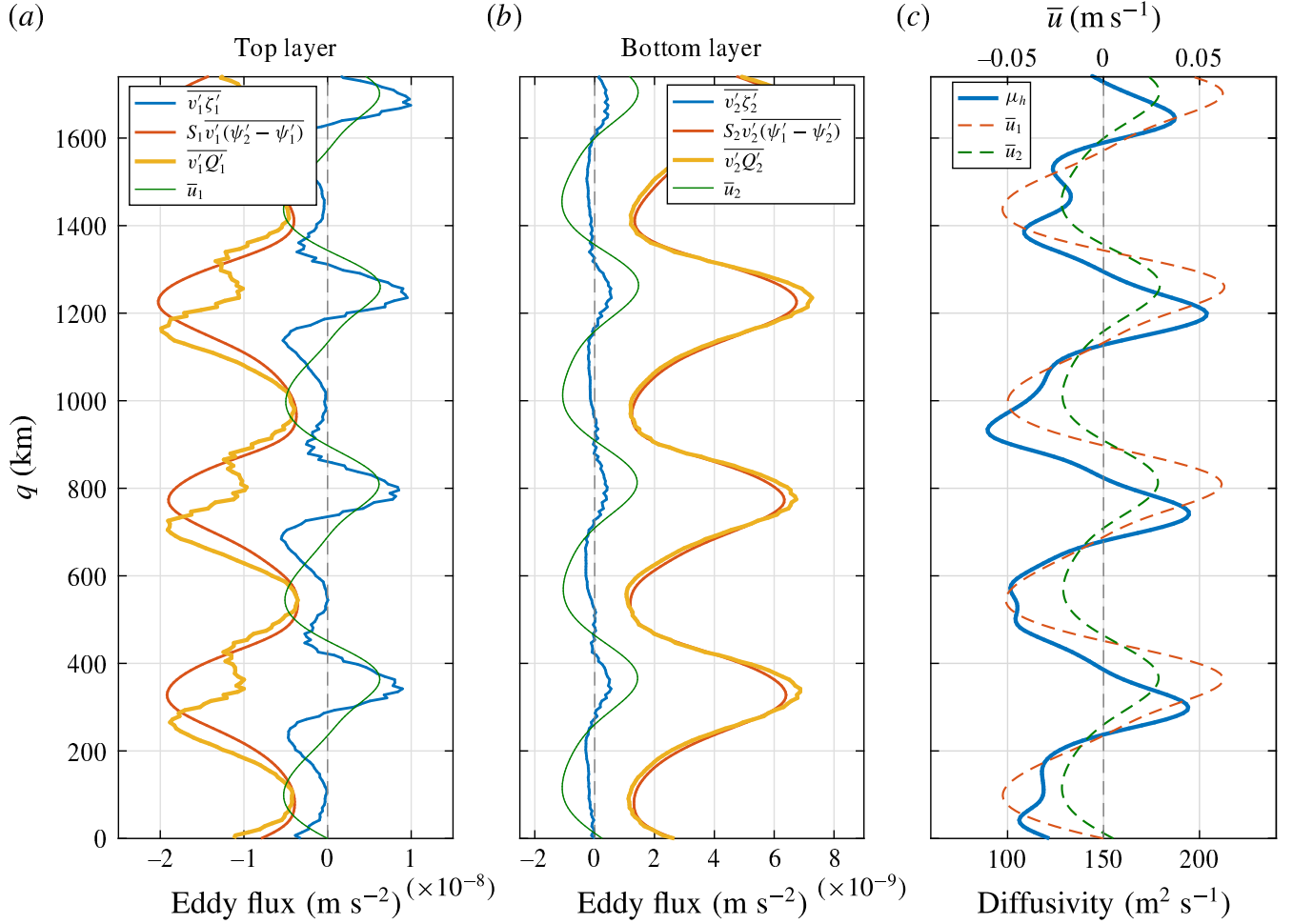


Рис. 41: Профили поперечных струй и различных членов динамического баланса, для режима с умеренным наклоном дна, усредненные по времени в движущейся системе координат. (a,b) Компоненты вихревого потока поперек струи, для ПЗ, относительной завихренности и плавучести, в верхнем и нижнем слоях, соответственно. (c) Диффузия аномалий плотности. Тонкие зеленые кривые в (a,b) представляют средний расход (нормированный) в отдельных слоях; фактические значения скоростей показаны в (c).



воспринимаются как ведущие ЭОФ низкочастотного диапазона. Страты и вихревые цепочки имеют тенденцию дрейфовать в направлениях от границы между круговоротами со скоростями схожими в модели и наблюдениях.

Чтобы сосредоточиться на лежащих в основе динамических процессах, в [J2,J4] мы рассматривали неустойчивое, фоновое, бароклинное зональное течение с вертикальным сдвигом скорости, над зонально наклонным или плоским рельефом дна. Надежной и доминирующей частью соответствующих турбулентных и статистически равновесных решений являются чередующиеся множественные струи, которые отклонены от зонального направления и дрейфуют с постоянной скоростью, как показано на Рис. 38. Струйная составляющая решения всегда хорошо аппроксимируется ведущей парой ЭОФ, которые находятся в квадратурах, как показано на Рис. 39, а остальная часть потока принимается за вихревое поле; однако, возможны также режимы в которых несколько типов струй присутствуют одновременно (и находятся разными парами ЭОФ). Чтобы облегчить наш анализ, мы переписали основные QG уравнения в повернутой (чтобы совместить со струями) и дрейфующей (также со струями) системой координат (Рис. 40). Подробности можно найти в [J2], здесь мы показываем только окончательные средние по времени балансы,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \overline{q_1}}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}'_1 q'_1}) + (c + U_1 \sin \theta) \frac{\partial \overline{q_1}}{\partial q} - (\beta + S_1 U_1) \sin \theta \overline{u_1} + \nu \nabla^2 \overline{\zeta_1}, \\ \frac{\partial \overline{q_2}}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}'_2 q'_2}) + c \frac{\partial \overline{q_2}}{\partial q} - [(\beta + S_2 U_1) \sin \theta + T_x \cos \theta] \overline{u_2} + \nu \nabla^2 \overline{\zeta_1} - \gamma \overline{\zeta_2},\end{aligned}$$

где  $T_x$  — наклон дна. Балансы дополнительно иллюстрируются Рис. 41, где также указаны компоненты АПЗ, которые распадаются на вклады относительной завихренности и плавучести. Было обнаружено, что дрейфующие струи подвергаются прямому воздействию наложенного вертикального сдвига, тогда как вихри противостоят струям. Такой баланс противоречит классическим режимам стационарных зонально-симметричных множественных струй, но должен быть более применим к океану, который почти везде зонально асимметричен. Роль нелинейных потоков относительной завихренности и потоков плавучести изучалась как в восточном, так и в западном сдвиговых течениях без топографии [J3]. Мы показали, что, несмотря на различия в структуре вихрей и локальных характеристиках, фундаментальная динамика в обоих случаях по существу одинакова: вихревые потоки относительной завихренности вызывают струи во всем столбе жидкости, а вихревые потоки плавучести передают импульс от верхнего слоя к нижнему, где он уравновешивается донным трением. Также обнаружено, что струи получают больше энергии за счет работы напряжений Рейнольдса в слое, имеющем положительный градиент фоновой ПЗ, и это объясняется простыми рассуждениями, основанными на групповой скорости волн Россби.

Наконец, помимо наклонных дрейфующих струй, мы обнаружили и другие крупномасштабные пространственные структуры [J4], возникающие и становящиеся все более заметными при малых и уменьшающихся параметрах трения и вязкости. Например, возникают чисто зональные крупномасштабные моды, распространяющиеся в меридиональном направлении. Наш анализ показал, что зональные моды получают энергию от окружающих вихрей, а также от наклонных струй через нелинейные взаимодействия. Однако вязкая диссипация и донное трение имеют тенденцию подавлять нелинейные взаимодействия, что приводит к торможению межмасштабного переноса энергии от вихрей к зональным модам. Тот факт, что при наличии топографии чередующиеся струи могут поддерживаться за счет взаимодействия между различными крупномасштабными модами отличаются от классических аргументов, в которых струи поддерживаются только прямым вихревым воздействием.

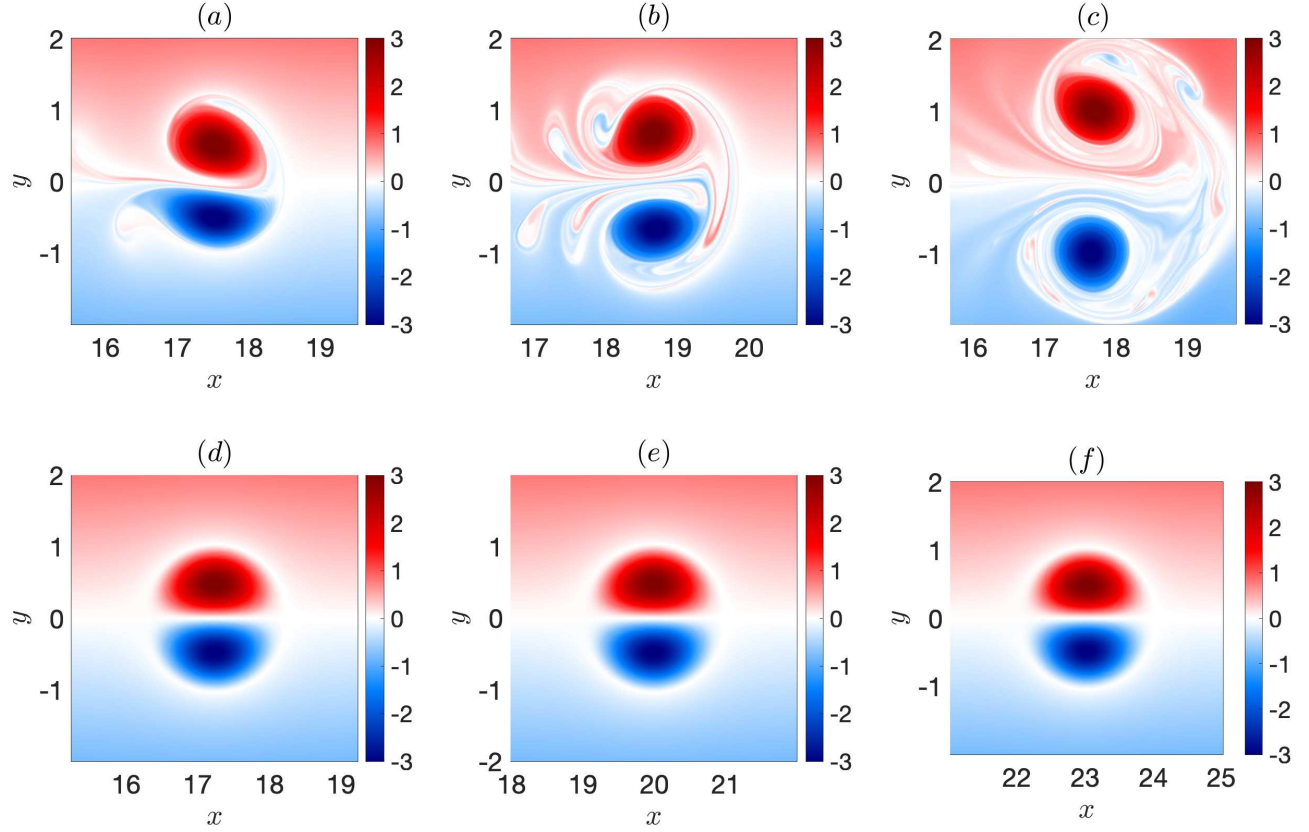


Рис. 42: Эволюция во времени дипольного поля ПЗ (первоначально диполь Ларичева-Резника) (время идет слева направо). Верхние панели соответствуют решениям при отсутствии зональной стенки, а нижние панели соответствуют решениям с зональной стенкой со свободным проскальзыванием вдоль срединной широты области. Все решения безразмерны и показаны в сопутствующей системе отсчета. Стенка явно стабилизирует диполь.

#### 4.9 Тема 9: Диполи

Диполи — это особый тип вихрей, представляющий собой относительно долгоживущую вихревую пару с разными знаками завихренности (сравните с монополем, который есть единичный вихрь одного определенного знака). Мы продемонстрировали, что диполь Ларичева-Резника (ДЛР), который представляет собой известный, устойчиво распространяющийся нелинейный (т.е. солитонного вида) тип решения эквивалентно-баротропной QG динамики, может испытывать спонтанное нарушение симметрии и терять устойчивость. Эта проблема оставалась нерешенной в течение нескольких десятилетий, но мы всё-таки добились здесь прогресса, используя более совершенные численные методы и более высокое пространственное разрешение, превосходящее те, которые использовались в предыдущих исследованиях. ДЛР находится из динамики QG, предполагая зональную скорость распространения  $c$  и предполагая следующие соотношения для относительной завихренности:

$$\nabla^2 \psi = -k^2 \psi - c(k^2 + p^2)r \sin \theta, \quad r \leq 1; \quad \nabla^2 \psi = p^2 \psi, \quad r > 1,$$

где  $(r, \theta)$  — это полярные координаты,  $p^2 = \beta/c + S$ , и  $k$  — положительная константа удовле-

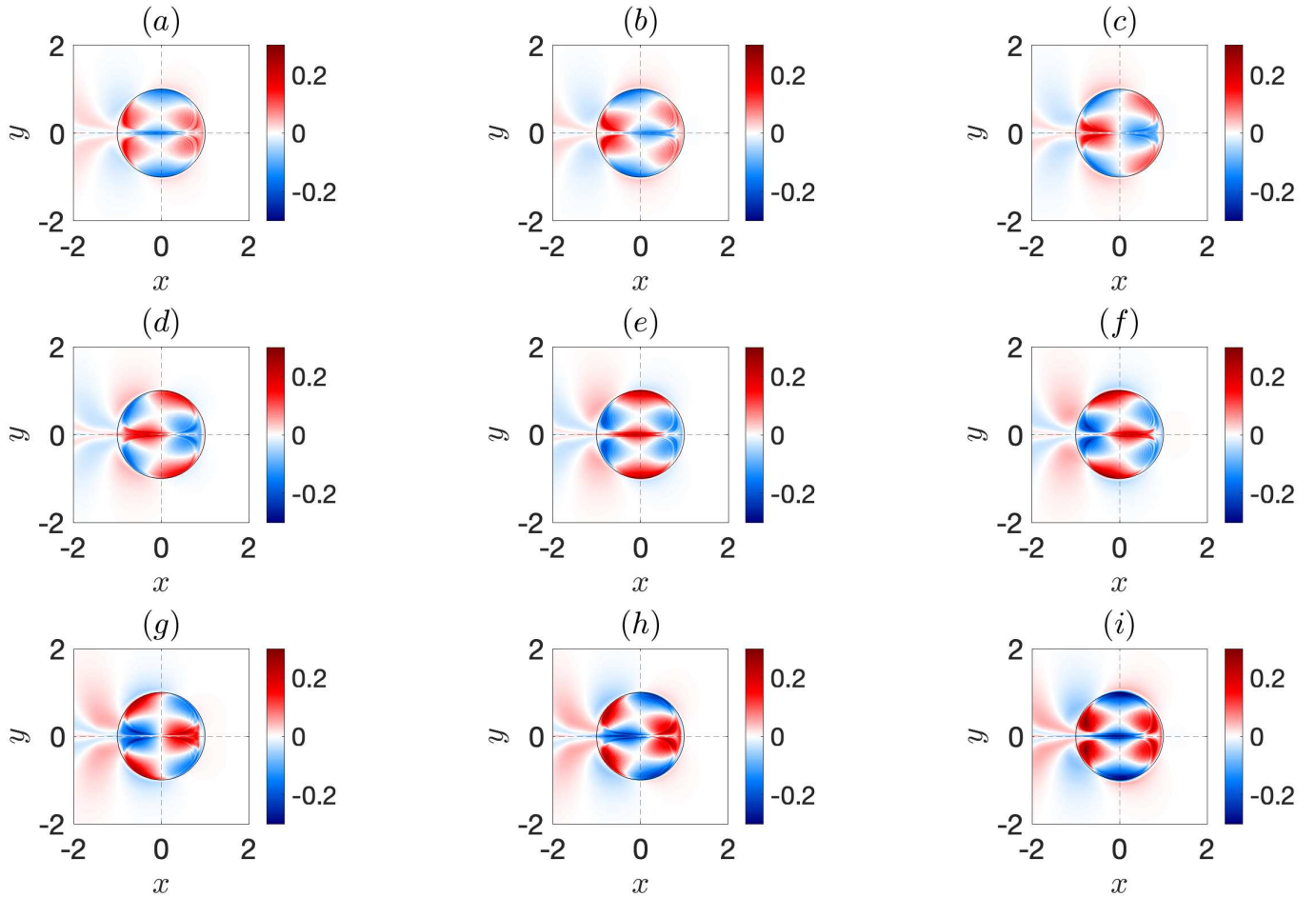


Рис. 43: Снимки экспоненциально растущей критической моды в терминах АПЗ, для типичного решения ДЛР, показанные в течении одного периода осцилляций и в системе отсчета движущейся зонально с центром в ДЛР. Время увеличивается от (а) к (і), и панели разделены равными временными интервалами. Поскольку дипольная пара имеет противоположный знак, критическая мода соответствует зональному сжатию одного вихря одновременно с меридиональным удлинением другого — это поразительно асимметричное поведение, обусловленное сочетанию модовой симметрии и асимметрии вихрей-партнеров диполя. Обратите внимание, что внутри каждого вихря-партнера неустойчивая аномалия вращается по направлению вихря.

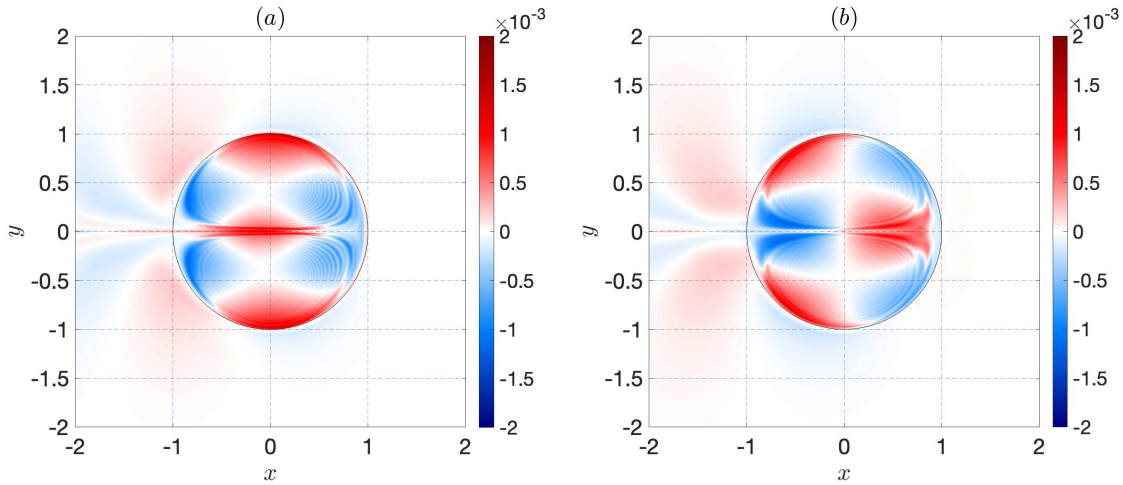


Рис. 44: Реконструкция комплексной критической моды: (а) действительная и (б) мнимая части в терминах АПЗ. Хорошо виден асимметричный след (хвост) слева от (позади) диполя.

творяющая следующему нелинейному уравнению:

$$\frac{k J_1(k)}{J_2(k)} = -\frac{p K_1(p)}{K_2(p)},$$

где  $J_\mu$  и  $K_\mu$  обозначают функцию Бесселя порядка  $\mu$  и соответствующую модифицированную функцию Бесселя первого рода. Это уравнение имеет бесконечное число решений относительно  $k$ , но для целей нашего анализа мы рассматриваем дипольные решения с наименьшим  $k$ . Соответствующую функцию тока можно выразить как

$$\psi(r, \theta) = crF(r) \sin \theta,$$

где

$$F(r) = \frac{p^2}{k^2} \left( \frac{J_1(kr)}{r J_1(k)} - 1 \right) - 1, \quad r \leq 1; \quad F(r) = -\frac{K_1(pr)}{r K_1(p)}, \quad r > 1.$$

Типичная невязкая эволюция слабого (изначально) ДЛР с зональной стенкой свободного скольжения и без нее показана на Рис. 42. В ходе эволюции диполя мы обнаружили, что в течение значительного периода времени он устойчиво распространяться на восток. Однако после определенного момента он начинает колебаться и замедляться, вплоть до тех пор, пока зональный дрейф не затухает до нуля и вихревая пара начинает разделяться.

В [D2], варьируя как силу ДЛР, так и начальный угол наклона ДЛР к зональному направлению, мы обнаружили новые механизмы дипольной эволюции. ДЛР быстро разрушаются излучением волн Россби, если начальный наклон слишком велик или диполь слишком слабый; в противном случае за счет затухающих колебаний диполи имеют тенденцию приспосабливаться к различным состояниям, дрейфуя на восток. Два физических механизма конкурируют за



управление дипольными преобразованиями: спонтанная неустойчивость из-за роста критической линейной моды; и меридиональное разделение вихрей-партнеров, накапливающееся за период адаптации и предотвращающее вышеуказанную неустойчивость. Какой механизм преобладает, зависит от начального наклона и силы ДЛР, подробности этого описаны в статье.

Чтобы извлечь наиболее быстрорастущие нормальные моды в [D3], мы применили обе методологии: бридинг основанный на решении задачи Коши, и подход прямого решения задачи на спектр собственных нормальных мод, сводящийся к решению задачи линейной алгебры с большими матрицами. Периодическое развитие критической моды показано на Рис. 43, а его компактное комплексное представление показано на Рис. 44. Мы рассмотрели нелинейное самовзаимодействие наиболее быстрорастущей моды, а также наведенные вихревые потоки, их дивергенцию и баланс механической энергии. Благодаря этому анализу мы обнаружили, что неустойчивая мода приводит к ослаблению диполя за счет извлечения его энергии определенным образом и путем обмена ПЗ вниз по градиенту, между вихрями-партнерами, тем самым обеспечивая нелинейный физический механизм разрушения диполя. Это объясняет то, что наличие зональной стенки стабилизирует ДЛР, отключая механизм обмена ПЗ между партнерами диполя. Наконец, мы доказали принципиальную важность западно-восточной асимметрии нормальной моды для разрушения диполя, путем разложения всех членов нелинейного взаимодействия посредством разделения решения на симметричные и антисимметричные компоненты.

#### 4.10 Тема 10: Влияние донных хребтов

Взаимодействие атмосферных ветров с горами и горными массивами есть классическая тема исследований. Аналогичные исследования для океанских течений, которые взаимодействуют с подводными горами и горными массивами (а так же с островами), отстают от атмосферных исследований и имеют ряд особенностей.

В [R1] мы изучили нелинейную бароклинную QG модель, имеющую изолированный меридиональный хребет, и задались вопросом об эффектах, вызванных этой типичной, но идеализированной особенностью океанского дна, на зональное течение. Мы обнаружили, что широкое стабильное течение, встречающее такой хребет, имеет тенденцию становиться неустойчивым. Дальнейший динамический анализ показал, что возникающие неустойчивые движения индуцируют меридиональные течения над хребтом, которые в свою очередь играют ключевую роль в балансе ПЗ в верхнем слое. Хребет также генерирует множество зональных чередующихся струй ниже по течению, и эти струи обязаны своим существованием вихревым воздействиям и вихревой энтрофии, возникающими над хребтом, но поддерживаются локальными напряжениями Рейнольдса.

В [R2] мы вышли за рамки одиночных изолированных хребтов и меридиональной ориентации топографии. Мы исследовали влияние синусоидального рельефа дна на бароклинную неустойчивость зональных потоков в модели QG и формально решили соответствующую задачу линейной устойчивости, используя преобразование Фурье для динамического баланса и топографии. Мы обнаружили, что как зональные, так и меридиональные хребты подавляют бароклинную неустойчивость, однако только меридионально меняющаяся топография уменьшает скорости роста критических неустойчивостей. Наконец, мы провели нелинейное численное моделирование, которое подтвердило анализ линейной устойчивости и доказало полезность его предсказаний для слабо сверхкритических режимов течения.

#### 4.11 Тема 11: Влияние западной границы

Боковые границы существуют только для океанов с континентами, а в атмосферах их нет.

Эта тема посвящена одной из старейших и классических тем ГГД о том, как нелинейность в западном граничном течении оказывает влияние и изменяет внутренние свердруповские течения, развивая восточную струю и прилегающие к ней зоны рециркуляции. Как эта нелинейность влияет на другие части циркуляции? Как она изменяет потоки импульса через боковые границы и, следовательно, баланс ПЗ внутри двойных круговоротов? Влияние нелинейности течения в западных пограничных слоях двойных круговоротов исследовалось методом сравнения линейных и нелинейных решений, а также рассмотрением траекторий лагранжевых частиц, соединяющих круговороты. Нелинейный пограничный слой оказывает решающее влияние на глобальную циркуляцию: эффекты адвекции ПЗ препятствуют вязким потокам относительной завихренности через западную границу, и это создает значительный дисбаланс ПЗ между круговоротами. Обратите внимание, что это довольно нелогичный результат, поскольку можно было ожидать увеличения крутизны пограничных слоев вблизи стенки и увеличение, а не подавление потоков через границу. Мы показали аналитически и численно, как работает весь механизм и как меридиональные вариации вдоль границы приводят к нелинейному эффекту.

В результате, дисбаланс ПЗ приводит к накоплению энстрофии ниже по течению в инерционных зонах рециркуляции, которые в свою очередь способствуют усилению восточной струи. Неустойчивость этой струи неизбежна, потому что иначе невозможно сохранить баланс ПЗ. Неустойчивость приводит к образованию вихревых потоков ПЗ, которые приводят к обмену ПЗ между круговоротами, и тем самым замыкают баланс и приводят к статистическому равновесию всю систему. Анализ Лагранжевых частиц демонстрирует это, показывая, что частицы, засеянные внутри западного пограничного слоя накапливают чрезмерные АПЗ и мигрируют между круговоротами, через восточную струю — это процесс, который в конечном итоге приводит к новому нелинейному равновесию и прекрасно дополняет идеи вихревого обратного рассеяния.

#### 4.12 Тема 12: Статистические эмуляторы

Задача эмуляции турбулентности имеет массу практических приложений не только в науке но и за её пределами. Когда голливудский умелец делает супер-волну захлестывающую Манхэттен, то это не съемки реальной волны и не решение уравнения Навье-Стокса, а (относительно) дешевая эмуляция. Как правило, эмуляции востребованны там, где постановка задачи делается для синтетических данных, или там где требуется клонирование для улучшения статистических оценок.

Многомасштабная изменчивость циркуляции океана из-за его нелинейной динамики является большой научной задачей. Возможно ли использовать сеть стохастических осцилляторов для моделирования геофизической турбулентности? Чтобы ответить на этот вопрос, в [S1] мы продемонстрировали, как адаптивное к данным гармоническое разложение (АДГР) и методы стохастического моделирования могут с высокой точностью воспроизводить основные статистические свойства многомасштабной океанской изменчивости. Этот полностью управляемый данными подход основан на извлечении частотно-ранжированных и зависящих от времени коэффициентов, описывающих эволюция пространственно-временных мод. В свою очередь, временные ряды этих коэффициентов эффективно моделируются семейством стохастических дифференциальных уравнений, включающим фиксированный набор предсказываемых функций и коэффициенты модели. Эти уравнения принимают форму стохастических осцилляторов, называемых многослойными моделями Стюарта-Ландау (ММСЛ), и их использование опирается на теорию резонансов Рюэля-Полликотта. Наши результаты показывают, что первоначальный квазипериодический взгляд Ландау на турбулентность, с поправкой на включение стохастичности, может хорошо подходить для описания турбулентности. Различные рассматриваемые прило-

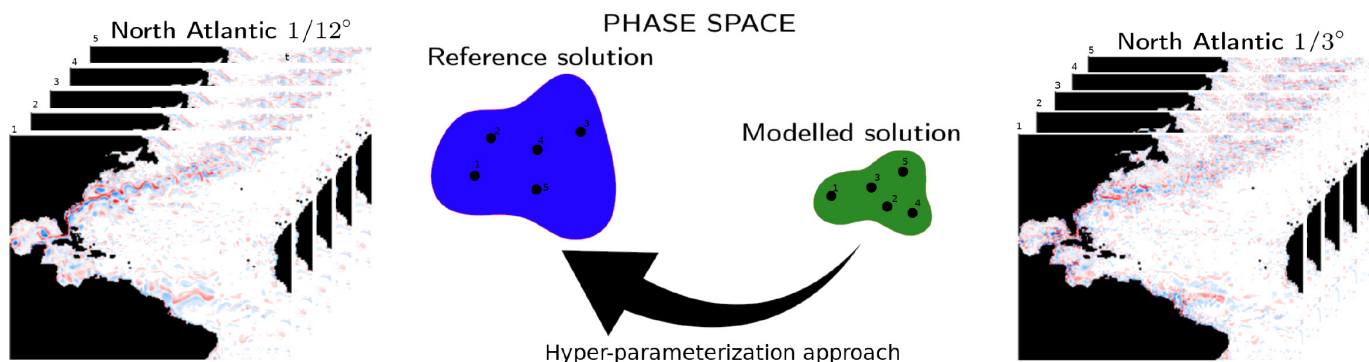


Рис. 45: Концептуальный эскиз, демонстрирующий основную идею ГП. Слева можно увидеть временные ряды снимков некоторых эталонных вихреразрешающих полей Северной Атлантики; например, относительной завихренности на поверхности. Эта эволюция находится внутри “синей” области фазового пространства; напротив, “зеленая” область содержит эволюцию “плохой” вихре-неразрешающей модели, что иллюстрируется серией временных снимков справа. Основная идея ГП состоит в том, чтобы втолкнуть “зеленую” область в “синюю” непосредственно в фазовом пространстве, так чтобы соответствующая эволюция в физическом пространстве автоматически получалась простым преобразованием.

жения ММСЛ-АДГР варьируются в [S2] от синтетических волновых данных до результатов всеобъемлющей океанской МОЦ; более подробный анализ можно найти в статье.

Для задачи эмуляции изменчивости океана мы также систематически сравнили подход многоуровневого стохастического моделирования с другими распространенными подходами машинного обучения, включая линейную регрессию с белым шумом и нейронные сети без и с долговременной памятью [S3]. Мы систематически провели сравнения с использованием таких показателей оценки, как среднеквадратическая ошибка, взаимная корреляция аномалий, климатология, дисперсия, карта частот, горизонт прогноза и вычислительные затраты. Мы обнаружили, что стохастические модели, которые включают в себя достаточно динамики и эффекты временной задержки, дают наименьшие модельные ошибки и по объективным показателям работают лучше всего. Этот результат ставит под вопрос использование нейронных сетей как оптимальный подход, несмотря на его популярность в настоящее время.

#### 4.13 Тема 13: Гиперпараметризации

В этой, одной из последних тем Научного Доклада, мы предложили совсем новый подход к задаче параметризации, настолько ортогональный всем существующим подходам, что он заслуживает не только отдельного названия но и отдельной темы. Это побудило нас выделить отдельную тему, основанную на серии из 5 публикаций. Мы посмотрели на неспособность крупномасштабных моделей океана правильно воспроизвести эффекты неразрешенной мелкомасштабной динамики на разрешенные большие масштабы с точки зрения глобальной динамической системы. Вместо того, чтобы сосредотачиваться на ошибках моделей с грубой сеткой в правильном разрешении мелкомасштабной физики, мы сосредоточились на неспособности крупносеточных моделей удерживать свои решения в пределах области фазового пространства, занимаемой истинными эталонными данными (здесь мы имеем дело с эталонным модельным решением высокого разрешения, проецируемым на грубую сетку). Эта основная философия иллюстрируется Рис. 45; что можно интерпретировать как использование данных в наиболее

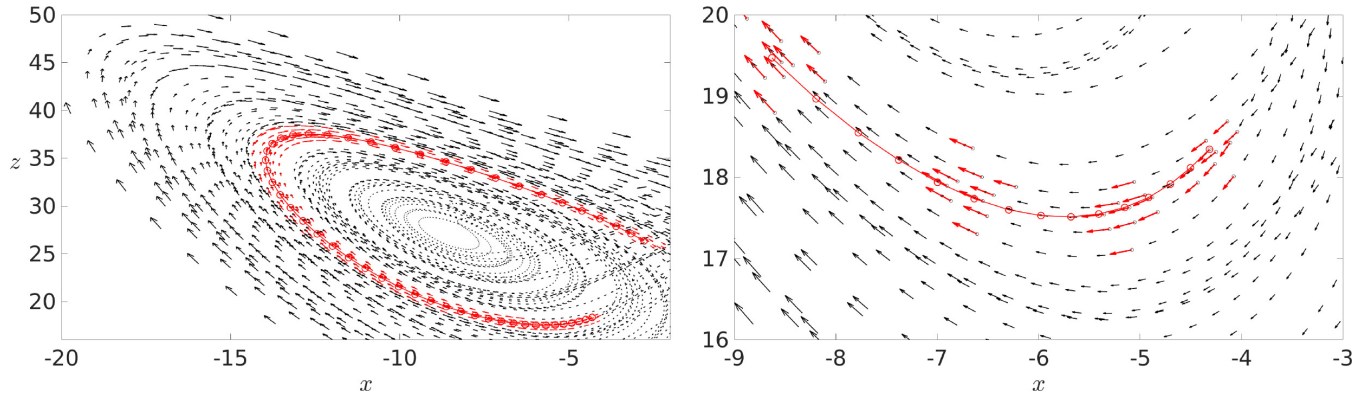


Рис. 46: Иллюстрация методологии ГП для переноса точки изображения в аттракторе Лоренца. Реальная траектория долговременных эталонных данных отбирается за постоянные интервалы времени и встраивается в фазовое пространство, в виде набора векторов, соответствующих правой стороне управляющей динамической системы. Красный цвет указывает ГП-моделируемую траекторию, начатую в произвольном месте и интегрированную во времени с использованием информации из соседних векторов данных, также обозначенных красным.

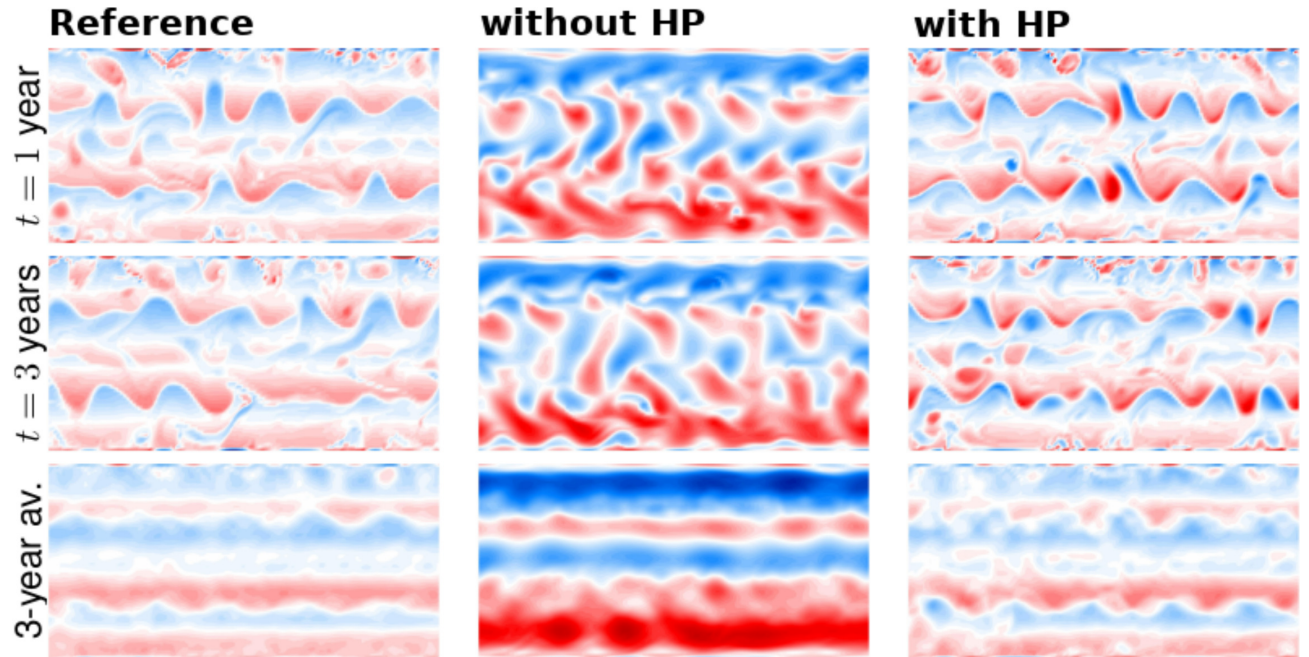


Рис. 47: Иллюстрация методологии ГП для анизотропной бароклиной QG турбулентности в зональном канале, характеризующейся появлением множества чередующихся зональных струй (здесь они показаны как цветные полосы). Верхние ряды панелей показывают два разных временных снимка, тогда как нижний ряд показывает средние по времени поля; все поля — АПЗ верхнего океана, в произвольных единицах измерения, но с одной цветовой шкалой. В левом столбце показано эталонное вихре-разрешающее решение на грубой сетке; средний столбец показывает (неверное) решение, не разрешающее вихри, а правый столбец показывает ГП решение на грубой сетке. Успех методологии ГП поразительно очевиден: даже отдельные меандры и вихри в жидкости реалистично распознаваемы.



полном виде, как доступную информацию для корректировки эволюции системы в фазовом а не физическом пространстве.

В [Н1] мы предложили первый метод ГП, основанный на вычислении точки изображения в фазовом пространстве ограниченном областью истинной динамики движения жидкости. Точка изображения распространяется с помощью информации, собранной от ближайших соседей, и эта информация передается с точки зрения доступных векторов эталонных тенденций, в виде данных, которыми в нашем случае является решение вихре-разрешающей модели. На Рис. 46 мы иллюстрируем, как эта концепция работает для данных игрушечной модели, здесь, сгенерированных классической системой Лоренца. Эта методология была успешно распространена на бароклинную QG-турбулентность (Рис. 47) и даже всеобъемлющую общую циркуляцию в Северной Атлантике (не показана), тем самым демонстрируя максимальную практическую эффективность и полезность всего подхода. Обратите внимание, что этот подход, основанный исключительно на данных, не содержит никаких физических обратных связей, поэтому его приложения следует ограничить исследовательскими задачами, в которых такие обратные связи не играют никакой роли. Таких проблем много; например, генерация ансамблей решений, генерация полей скорости для исследований переноса, создание меняющихся граничных условий и т. д.

В [Н3] мы разработали гибридный (в том смысле, что в него могут быть включены физические обратные связи) метод ГП, который основан на восстановлении системы уравнений, описывающей приведенную динамику наблюдаемых данных. Были добавлены некоторые дополнительные адаптивные подталкивания, чтобы противодействовать потенциальным нестабильным выходам ГП из-под контроля, тем самым сохраняя решение в правильной области фазового пространства. Примечательно, что в результате моделирования были получены не только крупномасштабные, но и мелкомасштабные характеристики циркуляции, а именно те которые номинально могут быть видимы на грубой сетке (Рис. 48). Один из важных и общих выводов, который мы сделали, заключается в том, что параметризация мезомасштабных вихрей не только в принципе возможна, но и может быть весьма точной (вплоть до воспроизведения отдельных вихрей), даже для существенно сжатой динамики (вплоть до 30 степеней свободы). Это вселяет большой оптимизм в отношении продолжающихся исследований по параметризациям, которые еще далеки от завершения. В [Н2] был разработан и продемонстрирован другой гибридный метод ГП: использование оптимизации с ограничениями, для ограничения решения грубой модели, с тем чтобы оно оставалось в правильной области фазового пространства, вместо попыток поправить вихревую физику через параметризацию процессов.

Наконец, в [Н5] мы разработали альтернативный ГП способ моделирования океана, отражающий его хаотичную природу и детерминистскую неопределенность предсказаний МОЦ. Вместо использования классических детерминированных или стохастических дифференциальных уравнений, мы предложили вероятностный эволюционный подход (ВЭП), основанный на использовании вероятностной динамики в фазовом пространстве. Проще говоря, тенденция динамической системы по-прежнему определяется по ближайшим соседям в фазовом пространстве, но в вероятностном, а не детерминистском смысле. Основная особенность версии ВЭП, управляемой данными, и предложенной в нашей работе, заключается в том, что для него не требуется знать физику неопределенностей. В рамках ВЭП мы разработали два метода, которые либо основаны на вероятностной функции перехода или на предложенной выборке в виде совместного распределения вероятностей. Методы успешно апробированы на полных и неполных наборах эталонных данных возрастающей сложности.

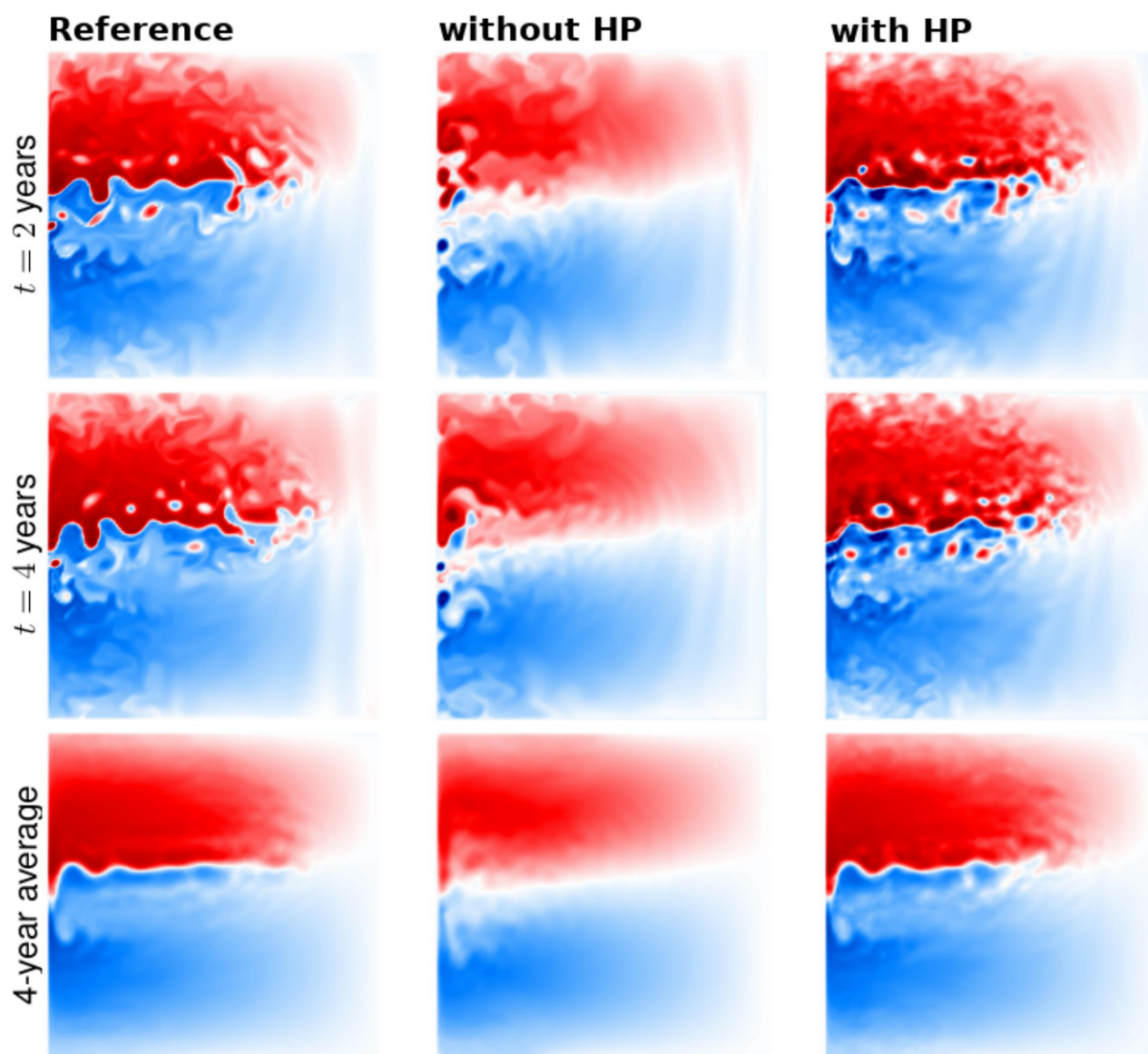


Рис. 48: Иллюстрация работы ГП на основе реконструкции динамической системы, для сложного режима циркуляции океана в средних широтах. Та же организация панелей, что и на Рис. 47, но для системы с двойными круговоротами в турбулентном режиме. Обратите внимание, что ГП на грубой сетке (правый столбец панелей) реалистично воспроизводит даже ансамбли изолированных когерентных вихрей, отрывающихся от восточной струи, продолжающей западные пограничные течения.

## 5. Выводы

В этом Научном Докладе рассказывается о последних 10 годах достижений защищающегося в рамках ГГД, объединенных большой темой поиска понимания океанских мезомасштабных (также известных как “синоптические”) вихрей и вызванных ими крупномасштабных последствий. С одной стороны, океанские мезомасштабные вихри, являясь важным и повсеместным типом геофизической турбулентности, фундаментально важны для поддержания и управления общей циркуляцией океана, а также для взаимодействия океана с атмосферой и криосферой. С другой стороны, свойства и эффекты вихрей остаются плохо изученными и неточно представленными в моделировании системы Земли и в моделях климата, в частности. Такое состояние науки мотивирует нас на новые открытия свойств вихрей, а также на разработку новых и преобразующих математических подходов. Все эти аспекты рассматриваются в контексте фундаментальной ГГД, и это составляет суть данного Научного Доклада. Основная цель, стоящая за конкретным набором из 13 представленных тем, заключалась в том, чтобы продолжать расширять границы ГГД и рассматривать вихри с новых, фундаментальных и прикладных, научных точек зрения. Основные результаты подытожены в разделе 2.8, а в заключительном разделе ниже мы резюмируем их, а также обсуждаем их будущие продления, поскольку ни один из результатов в конечном итоге не стал окончательным. В ходе обсуждения мы также подчеркиваем различные связи между темами.

### 5.1 Обсуждение

Этот раздел представляет собой краткое критическое обсуждение результатов и возможные будущие программы исследований по заявленным темам.

#### *Тема 1: Транспортные тензоры пассивных примесей*

Хотя снятие ограничений на К-тензора турбулентного переноса пассивных примесей дало значительное, новое понимание турбулентности (например, взгляд на перенос как филаментацию, а не как диффузию), практическая реализация К-тензора в качестве прогностической и полностью замкнутой параметризации остается пока недостижимой. Пространственно-временная сложность К-тензора и присущая ему “колючесть”, с точки зрения повсеместно присутствующих больших отрицательных собственных значений, делают его проблематичным объектом для моделирования, и уж тем более проблематичным для замыкания его свойств на крупномасштабные поля. В будущем, и это одно из достигнутых пониманий, нам придется упростить сложность моделируемого К-тензора (следовательно, снизить точность его представления в модели) для надежности результата параметризации. Другими словами, исследования следует сместить в сторону менее качественных, но зато реализуемых параметризаций, по крайней мере, когда они основаны на соотношении поток-градиент. Другой, довольно болезненный вопрос, который предстоит решить — это определение самих вихрей: что именно должно быть параметризовано? Этот аспект в целом недостаточно обсуждается, и существует множество различных фильтров турбулентности, все из которых используются без глубоких обоснований. Неединственность К-тензора теперь подтверждена вне всяких сомнений, но что с этим делать и как? Как мы теперь должны интерпретировать его наблюдения? Наконец, все острее вопрос: как мы можем модернизировать фундаментально нелокальные Лагранжевы методы (Тема 3) оценки фундаментально локальных эйлеровых К-тензоров?

#### *Тема 2: Кластеризация плавучих примесей*

Эта тема исследования только началась и поэтому остается в целом недооцененной. Ее быстрое и плодотворное развитие лежит на поверхности: [1] переход от кинематических к динамически

ограниченных полей скорости жидкости, с их прогрессивно возрастающей пространственно-временной сложностью; [2] учет инерционного эффекта и эффектов конечного размера частиц, например, через динамику Макси-Райли (например, такие эффекты будут оказывать ведущее влияние на скопление макропластика, свежееобразованного льда, саргассума, обломков и мин); [3] расширение темы кластеризации на биогеохимические системы и изучение влияния кластеров на взаимодействия внутри них (например, добавляя больше агентов/видов с различной динамикой и увеличивая физическую сложность принимающих их турбулентных потоков); [4] моделирование популяций бактерий, потребляющих пластик, в присутствии процессов кластеризации, например, для поиска оптимальных стратегий для будущей очистки океана. В целом, эти шаги можно рассматривать как план по расширению и обогащению как существующей иерархии моделей кластеризации, так и феноменологии сценариев кластеризации.

### *Тема 3: Лагранжесв перенос*

Эта тема исследования является завершением давней темы, поскольку [L2] представляет собой обширную обзорную статью по современному состоянию Лагранжевых методов анализа океана. Основной вклад защищающегося в [L2] заключается в объяснении поведения недиффузионного переноса и его связи с памятью (т.е. корреляциями) движений жидкости, а также в обсуждении иерархии стохастических Лагранжевых моделей. Основная общая проблема всех этих подходов заключается в непонимании связей и различий между Эйлеровым и Лагранжевым описаниями турбулентного переноса и задействованными параметрами; научное сообщество пока слишком далеко от преодоления этого разрыва. Единственные критические дискуссионные моменты относятся к [L1], где Лагранжевы методы одночастичной дисперсии были применены к вихре-разрешающей модели циркуляции Северной Атлантики и данным альтиметрии, и показали значительную анизотропию дисперсии частиц, вызванную зонально вытянутыми нестационарными аномалиями (т.е. дрейфующими зональными струями). Это явление было подхвачено и позднее подробно рассмотрено в Теме 8 (см. ниже). Здесь же мы пришли к выводу, что модели океана, не разрешающие вихри, должны принять в качестве стандарта некоторую анизотропную (зонально усиленную) турбулентную диффузию, но оценка соответствующих значений требует дальнейших усилий. Еще одна запоздалая мысль заключается в том, что некоторые важные вихри могут быть довольно большими (т.е. номинально разрешенными), следовательно, их вклад можно было бы учесть напрямую, каким-то образом активизировав их в потоке.

### *Тема 4: Динамически неразрешенные вихри*

Это совершенно новая тема исследования, дающая лишь предварительные, но весьма обнадеживающие результаты. Обратите внимание, что вихри естественным образом определяются на крупной сетке, следовательно, нет оператора проецирования от мелкой сетки на грубую сетку, и это устраняет соответствующую двусмысленность и делает весь подход особенно привлекательным. Переопределение мезомасштабных вихрей с точки зрения динамически ограниченного — собственным прогностическим уравнением — поля открывает будущие возможности для построения полностью замкнутой турбулентной параметризации. Вихревое поле может быть создано в интерактивном режиме с помощью ГП, а затем введено в упомянутое прогностическое уравнение для создания турбулентного воздействия, которое, в свою очередь, может интерактивно использовать крупномасштабные поля из вихре-неразрешающей модели. Первоначально этот подход стоит реализовать в более простой QG динамике, затем его можно модернизировать для океанской МОЦ с примитивными уравнениями. В целом, это интересная и новая, большая исследовательская программа, нуждающаяся во внешнем финансировании и многолетних обязательствах. Гораздо более систематическое и детальное сравнение динамически реконструированных вихрей с более традиционными подходами к выделению вихрей некоторой сверточн



фильтрацией, также должны быть в повестке будущих исследований.

#### *Тема 5: Вихревое обратное рассеяние*

Это масштабная и популярная в последнее время тема, в которой мы добились лишь фрагментарного прогресса, однако в нескольких интересных и полезных направлениях. Прежде всего, мы рассматривали обратное рассеяние вихрей не с точки зрения передачи энергии от вихрей в крупномасштабные течения, а как положительную ковариацию (следовательно, обратную связь) между нестационарным (т.е. флуктуирующим) турбулентным воздействием и его соответствующим динамическим полем. К счастью или к несчастью, но ведущие исследователи одержимы акцентом на обратном рассеянии в энергетике движений жидкости (см. также Тему 7), чего мы избегаем. Это делает наши исследования отчетливо оригинальными и ждущими нового витка развития. Мы исследовали устойчивость обратного рассеяния для очень большого диапазона чисел Рейнольдса, обнаружили появление аномалий тормозящих двойные круговороты, обнаружили тормозящую роль высоких бароклиных мод на обратное рассеяние, а также ввели статистически объективную, пространственно-неоднородную, сверточную вихревую фильтрацию, которая выявила обратное рассеяние за счет лучшего учета различных многомасштабных взаимодействий. Основным ограничением всех этих результатов является то, что все они были получены в рамках QG, тогда как большая часть возможных расширений исследования приходится на всеобъемлющие МОЦ в примитивных уравнениях, которые мы оставили пока за пределами рассмотрения.

#### *Тема 6: Низкочастотная изменчивость*

Эта тема исследования имеет долгую историю и особую важность, поскольку она позиционирует турбулентный океан как потенциально основной фактор изменения климата в НЧИ в интервале от одной до нескольких деkad. Обратите внимание, что важность океана для краткосрочных прогнозов климата, которую мы, по сути, и рассматривали, обычно упускается из виду, поскольку в этой области, как правило, доминируют метеорологи, которые часто изучают океан в упрощенном, почти ламинарном виде, по сути, как некое пассивное граничное условие под атмосферой. Мы показали, что НЧИ представляет собой когерентный сигнал, сочетающий в себе множество мод, а не одну моду изменчивости. Мы разработали многослойную стохастическую модель для статистической эмуляции НЧИ и расширили результаты анализа НЧИ в совместной модели океана и атмосферы для средних широт. Основными направлениями на будущее являются расширения всех этих результатов из QG в примитивные уравнения. Стохастические эмуляторы могут быть применены практически, как замена океанской компоненты для стохастического моделирования климата. Еще одно интересное будущее направление — сравнение стохастических эмуляторов НЧИ (Тема 12) с подходом ГП (Тема 13). Оба подхода основаны на данных, но имеют радикально разные математические формулировки. Обратите внимание, что стохастические эмуляторы можно даже сочетать с гибридным подходом ГП, который основан на реконструкции формальной модели в виде динамической системы. Могут ли такие модели воспроизвести НЧИ остается открытым вопросом. Наконец, расширение нашей совмещенной модели океана и атмосферы на два бассейна (например, Северную Атлантику и Северный Тихий океан) и изучение межбассейновых телеконнекций в полностью вихре-разрешающих режимах циркуляций есть еще одно направление будущих исследований.

#### *Тема 7: Параметризация турбулентности*

Это центральная и очень продуктивная тема Научного Доклада, и она в основном связана с изучением крупномасштабных реакций на внешние переходные воздействия, которые варьируются от так называемых локализованных периодических “планжеров” до коротких импульсов и даже сложных стохастических полей скоррелированных в пространстве и времени. Основная

идея состоит в том, чтобы понять такие реакции для разработки различных стохастических параметризаций турбулентности. Рассматривались как QG модели, так и модель мелкой воды. Были исследованы зависимости откликов крупномасштабного течения от свойств планжеров и характеристик крупномасштабных потоков. Были разработаны некоторые полные и частичные замыкания параметризаций; некоторые из основных физических механизмов были раскрыты и поняты. Распространение всех этих результатов на примитивные уравнения было бы очевидным будущим расширением. Две статьи, [P3] и [P8], являются особыми в этой теме исследования, поскольку первая предлагает простую детерминистическую (т.е. нестохастическую) турбулентную параметризацию, оценивает ее возможности и объясняет, почему она работает, тогда как последняя публикация рассматривает всеобъемлющую МОЦ Северной Атлантики в примитивных уравнениях и ставит вопросы о том, какие именно обратные связи от турбулентных взаимодействий важны для крупномасштабной циркуляции. Первые результаты страдают из-за отсутствия четкости в выборе ключевого управляющего параметра. Последний результат совершенно выдающийся, поскольку он напрямую влияет на научное сообщество, занимающееся обратным рассеянием энергии, и меняет все видение в этой области: во-первых, обратное рассеяние потенциальной энергии оказалось гораздо более важным чем рассеяние кинетической энергии, которое почему-то считается общепринятым; во-вторых, параметризации уравнений активных примесей (т.е. температуры и солености) оказались намного более важными, чем параметризация уравнения импульса. В-третьих, на данный момент у нас есть предварительные (неопубликованные) результаты, согласно которым ни один из вовлеченных турбулентных стрессов не описывается как процесс отрицательной вязкости или диффузии, как это часто предполагается при энергетическом подходе к обратному рассеянию. Подводя итог, можно сказать что международное научное сообщество пока не готово принять эти новые знания, поэтому основные будущие направления должны заключаться в распространении этого результата в глобальном масштабе и, таким образом, в смещении основной исследовательской стратегии турбулентных эффектов в океане от импульса к активным примесям.

#### *Тема 8: Дрейфующие струи*

Множественные чередующиеся струи, возникающие в геофизической турбулентности на бета-плоскости, являются классической темой ГГД. Вклад Доклада в рассмотрении режимов турбулентности с нестационарными (т.е. чисто флуктуирующими) струями. Обратите внимание, что в прошлом защищающийся опубликовал много работ по исследованию именно стационарных турбулентных струй и их взаимодействий с турбулентностью. Способы получения турбулентных режимов с дрейфующими струями включают нарушение зональной симметрии за счет зонального наклона дна или за счет асимметричных 2D фоновых потоков; существует другая физика нарушения симметрии, но ее оставили для будущих исследований. В обоих рассмотренных случаях внутренняя неустойчивость движений жидкости порождает вихри, которые, в свою очередь, могут либо поддерживать струи, либо сопротивляться им, в зависимости от режима течения, как мы показали. Последний вариант противоречит общепринятому мнению, поэтому нужно его обсуждение среди экспертного сообщества. Дрейфующие струи — новый объект исследований, на который в прошлом не обращали внимания, несмотря на то, что многие наблюдения указывают на сильные нестационарные процессы в струях. Основные ограничения нашего анализа заключаются в значительных упрощениях: от использования динамики QG до выбора сильно идеализированных топографии и фоновых потоков. Полезным продолжением этого исследования могло бы стать получение новых и более подробных данных наблюдений о дрейфе струй, поскольку это приведет к пониманию новой физики, которая может быть добавлена в модели.

### *Тема 9: Диполи*

Это самая последняя по времени тема в Научном Докладе, и большая часть ее разработки еще впереди. Пока же, мы разрешили одну из старых загадок ГГД: является ли диполь на бета-плоскости, известный как диполь Ларичева-Резника (ДЛР; т.е. нелинейное, устойчиво распространяющееся решение) стабильным или нет, и доказали что — нет. Мы раскрыли детали и физику механизма неустойчивости и последующего нелинейного механизма разрушения ДЛР. Будущие исследования в этом направлении огромны и заслуживают отдельного исследовательского проекта: двухслойные вихревые диполи; динамика и устойчивость асимметричных когерентных вихрей на бароклинных сдвигах; взаимодействия вихрь-вихрь и вихрь-струя. Возможна критика, что решение ДЛР сильно идеализировано, но оно все же канонично, а состояние дел таково, что устойчивость даже этого решения не была должным образом исследована. По нашему мнению, пока нет необходимости выходить за рамки QG и простых вихревых постановок задач, пока не будут накоплены критические знания по нескольким аспектам: таксономия вихрей, различные режимы поведения, и основные участвующие физические механизмы, как стабилизирующие, так и дестабилизирующие.

### *Тема 10: Влияние донных хребтов*

Это небольшая тема исследования, представленная двумя публикациями, посвященными отдельным физическим эффектам рельефа океанского дна. Мы показали, что одиночный, изолированный меридиональный донный хребет дестабилизирует бароклинный зональный поток, а нелинейная ректификация возбужденных неустойчивостей приводит в итоге к появлению множества чередующихся струй в дальней зоне ниже по течению (эта тема связана с Темой 8). С другой стороны, периодические хребты, как зональные, так и меридиональные, имеют тенденцию подавлять неустойчивости зональных потоков. Приведенные выше, казалось бы, противоречивые результаты требуют более осторожного подхода к интерпретации топографических последствий. Общий пересмотр этих результатов для крутой топографии и необходимого для этого перехода к примитивным уравнениям понадобится в будущем. Еще одним очевидным направлением будущих исследований является изучение влияния топографии дна Южного океана на Антарктическое циркумполярное течение и то, что у нас уже есть, можно использовать для этого в качестве отправной точки. Наконец, оставаясь в рамках QG, но расширяя постановку задачи, можно включить в нее многомасштабные, случайно организованные, а не периодические хребты.

### *Тема 11: Влияние западной границы*

Это самая маленькая тема исследования в Научном отчете, и она основана на одной, но важной статье. Мы рассмотрели классическую задачу двойных круговоротов, движимых ветром, и показали, как нелинейность в западном пограничном слое изменяет боковые граничные потоки ПЗ и приводит к возникновению ниже по течению зон рециркуляции разделенных восточной струей, а также к возникновению аномалий встречного вращения в круговоротах. Дисбаланс ПЗ в конечном итоге приводит к усилению и дестабилизации восточной струи, и баланс внутри круговоротов восстанавливается за счет перемешивания ПЗ между круговоротами. Перемешивание жидкости и ПЗ было должным образом проанализировано с помощью Лагранжевых методов, что связано здесь с Темой 3. Данную работу можно рассматривать как дополнение к классическому наследию ГГД об океанских круговоротах в QG приближении. Будущее развитие направления подразумевает переход к многослойной мелкой воде с эффектами континентальных склонов и очертаний побережья.

### *Тема 12: Статистические эмуляторы*

Это пограничная тема гидродинамики; тем не менее, в наши дни это стало модным и даже

перегретым исследовательским направлением. Естественно, эту тему можно было бы отнести к сфере “машинного обучения и искусственного интеллекта”, но если избегать большие термины, то речь идет о статистической эмуляции турбулентности или чего-то подобного, в виде сложных полей с пространственно-временными корреляциями. Существует реальная потребность в таких эмуляциях для самых разных целей, поэтому эта область претерпевает серьезные изменения, и даже второе рождение; тем не менее, многие согласятся, что пик интереса к этому направлению был пройден несколько лет назад. Принимая во внимание весь этот контекст, наша главная цель заключалась не в популярных нейронных сетях, но в комплиментарном подходе, характеризующемся многоуровневыми системами дифференциальных уравнений. Этот подход математически прозрачен (в отличие от нейронных сетей), а также структурно стабилен по отношению к новым используемым данным для обучения и небольшим вариациям параметров. Наши эмуляторы разработаны для компактной обработки данных пространственных структур, сжатых по методу ЭОФ, развивающихся посредством Принципиальных Компонент, либо многомасштабных по времени, либо одно-частотных. Мы не только показали, что методология работает для разнообразного набора задач и с высоким качеством эмуляции. Мы также систематически и объективно сравнили работу и свойства наших моделей с нейронными сетями разных классов, а также с различными типами регрессий, со стохастическим шумом и без него. Подводя итог, можно сказать, что подход дифференциальных уравнений превзошел нейронные сети по всем возможным объективным показателям, от затрат до стабильности и от простоты реализации до горизонта прогнозирования. Этот результат не может быть просто усвоен научным сообществом, несмотря на то, что он строгий, объективный и опубликованный, потому что основное внимание по-прежнему сосредоточено на нейронных сетях. Основная стратегия (наших) будущих исследований — это дождаться и подать заявку на соответствующее финансирование, когда ситуация (неизбежно) станет более благоприятной для альтернативных подходов и объективных оценок. Другим полезным развитием было бы систематическое сравнение этого подхода с позже возникшей темой ГП (Тема 13).

### *Тема 13: Гиперпараметризации*

Это одна из недавних тем в Научном Докладе. Основная идея этого совершенно нового подхода состоит в том, чтобы поместить все данные, которые будут использоваться для управляемого данными статистического (машинного) обучения, в соответствующее (огромное) фазовое пространство. Данные при этом представляют собой вектора тенденций (т.е. вектора производных по времени) в соответствующих позициях в фазовом пространстве. Вся эта информация используется для решения соответствующей динамической системы, которую необходимо определять в процессе эволюции решения; в свою очередь решение в фазовом пространстве соответствует эволюции океана (или какого-то поля). Наши ГП подходы принципиально различаются и варьируются от чисто управляемых данными до гибридных. Модели из второй категории содержат разные формы динамических ядер, через которые могут учитываться разные физические процессы. Модели же из первой категории могут быть как детерминистские так и вероятностные. Конкретный выбор подхода должен быть хорошо мотивирован конкретной практической необходимостью. Объективная оценка выгод и затрат при работе с ГП моделями важна и должна определять конечный выбор метода. Одно из направлений будущих исследований — это сравнение производительности ГП со статистическими эмуляторами (Тема 12). Но главное развитие должно состоять в том, чтобы преуспеть в практической части и гиперпараметризовать эволюции различных полей на грубых сетках, основывая обучение на вихре-разрешающих эталонных решениях. Такие поля нужны для создания больших ансамблей, для длинных записей, для исследований явлений турбулентного переноса (на основе длинных и подробных записей



поля скорости), а также для создания океанских граничных условий для моделей атмосферы, используемых для климатических исследований.

Подводя итог, Научный Доклад подошел к концу, и защищающийся благодарен всем читателям за их терпение и интерес к отдельным исследовательским историям, лежащим в основе этой объединенной работы. Для получения более подробной информации и систематического описания содержания каждой темы, читателям рекомендуется переключиться к оригинальным, рецензированным и опубликованным статьям, перечисленным ниже.

## 6. Список статей докторской диссертации: опубликовано в 2015–2024

- [1] Davies, J., I. Shevchenko, G. Sutyrin, and P. Berloff, 2024: Linear instability and nonlinear destruction of eastward dipoles. *Physica D*, submitted.
- [2] Meacham, J., and P. Berloff, 2024: Clustering as a mechanism for enhanced reaction of buoyant species. *J. Mar. Sys.*, **243**, 103952.
- [3] Davies, J., M. Crowe, G. Sutyrin, and P. Berloff, 2023: Deformation and destruction of north-eastward drifting dipoles. *Phys. Fluids*, **35**, 116601.
- [4] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2023: On a probabilistic evolutionary approach to ocean modelling: From Lorenz-63 to idealized ocean models. *Ocean Modelling*, **186**, 102278.
- [5] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2023: A hyper-parameterization method for comprehensive ocean models: Advection of the image point. *Ocean Modelling*, **184**, 102208.
- [6] Meacham, J., and P. Berloff, 2023: On clustering of floating tracers in random velocity fields. *J. Adv. Model. Earth Sys.*, **15**, e2022MS003484.
- [7] Kurashina, R., and P. Berloff, 2023: Low-frequency variability enhancement of the midlatitude climate in an eddy-resolving coupled ocean-atmosphere model. Part II: Mechanisms. *Climate Dyn.*, doi:10.1007/s00382-023-06767-x.
- [8] Kurashina, R., and P. Berloff, 2023: Low-frequency variability enhancement of the midlatitude climate in an eddy-resolving, coupled ocean-atmosphere model. Part I: Anatomy. *Climate Dyn.*, doi:10.1007/s00382-023-06782-y.
- [9] Davies, J., G. Sutyrin, and P. Berloff, 2023: On the spontaneous symmetry breaking of eastward propagating dipoles. *Phys. Fluids*, **35**, 041707.
- [10] Lu, Y., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2022: Properties of the lateral mesoscale eddy-induced transport in a high-resolution model: Beyond the flux-gradient relation. *J. Phys. Ocean.*, **52**, 3273–3295.
- [11] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2022: A method for preserving nominally-resolved flow patterns in low-resolution ocean simulations: Constrained dynamics. *Ocean Modelling*, **178**, 102098.
- [12] Ryzhov, E., and P. Berloff, 2022: On transport tensor of dynamically unresolved oceanic mesoscale eddies. *J. Fluid Mech.*, **939**, A7.
- [13] Haigh, M., and P. Berloff, 2022: On the stability of tracer simulations with opposite-signed diffusivities. *J. Fluid Mech.*, **937**, R3.
- [14] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2022: A method for preserving nominally-resolved flow patterns in low-resolution ocean simulations: Dynamical system reconstruction. *Ocean Modelling*, **170**, 101939.
- [15] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2021: On a minimum set of equations for parameterisations in comprehensive ocean circulation models. *Ocean Modelling*, **168**, 101913.
- [16] Haigh, M., and P. Berloff, 2021: On co-existing diffusive and anti-diffusive tracer transport by oceanic mesoscale eddies. *Ocean Modelling*, **168**, 101909.
- [17] Agarwal, N., D. Kondrashov, P. Dueben, E. Ryzhov, and P. Berloff, 2021: A comparison of data-driven approaches to build low-dimensional ocean models. *J. Adv. Model. Earth Sys.*, **13**, e2021MS002537.

- [18] Agarwal, N., E. Ryzhov, D. Kondrashov, and P. Berloff, 2021: Correlation-based flow decomposition and statistical analysis of the eddy forcing. *J. Fluid Mech.*, **924**, A5.
- [19] Haigh, M., L. Sun, J. McWilliams, and P. Berloff, 2021: On eddy transport in the ocean. Part II: The advection tensor. *Ocean Modelling*, **165**, 101845.
- [20] Haigh, M., L. Sun, J. McWilliams, and P. Berloff, 2021: On eddy transport in the ocean. Part I: The diffusion tensor. *Ocean Modelling*, **164**, 101831.
- [21] Berloff, P., E. Ryzhov, and I. Shevchenko, 2021: On dynamically unresolved mesoscale oceanic motions. *J. Fluid Mech.*, **920**, A41.
- [22] Sun, L., M. Haigh, I. Shevchenko, P. Berloff, and I. Kamenkovich, 2021: On non-uniqueness of the mesoscale eddy diffusivity. *J. Fluid Mech.*, **920**, A32.
- [23] Kurashina, R., P. Berloff, and I. Shevchenko, 2021: Western boundary layer nonlinear control of the oceanic gyres. *J. Fluid Mech.*, **918**, A43.
- [24] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2021: A method for preserving large-scale flow patterns in low-resolution ocean simulations. *Ocean Modelling*, **161**, 101795.
- [25] Kamenkovich, I., P. Berloff, L. Sun, and M. Haigh, 2021: Complexity of mesoscale eddy diffusivity in the ocean. *Geophys. Res. Lett.*, **48**, e2020GL091719.
- [26] Davies, J., H. Khatrri, and P. Berloff, 2021: Linear stability analysis for flows over sinusoidal bottom topography. *J. Fluid Mech.*, **911**, A33.
- [27] Ryzhov, E., D. Kondrashov, N. Agarwal, J. McWilliams, and P. Berloff, 2020: On data-driven induction of the low-frequency variability in a coarse-resolution ocean model. *Ocean Modelling*, **153**, 101664.
- [28] Stepanov, D., E. Ryzhov, P. Berloff, and K. Koshel, 2020: Floating tracer clustering in divergent random flows modulated by an unsteady mesoscale ocean field. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, doi:10.1080/03091929.2020.1786551.
- [29] Kondrashov, D., E. Ryzhov, and P. Berloff, 2020: Data-adaptive harmonic analysis of oceanic waves and turbulent flows. *Chaos*, **30**, 061105.
- [30] Haigh, M., L. Sun, I. Shevchenko, and P. Berloff, 2020: Tracer-based estimates of eddy-induced diffusivities. *Deep-Sea Research*, **160**, 103264.
- [31] Haigh, M., and P. Berloff, 2019: Rossby waves and momentum fluxes induced by transient localised forcing in the shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **885**, A43.
- [32] Stepanov, D., E. Ryzhov, P. Zagumennov, P. Berloff, and K. Koshel, 2020: Clustering of floating tracer due to mesoscale vortex and submesoscale fields. *Geophys. Res. Lett.*, **48**, e2019GL086504.
- [33] Koshel, K., D. Stepanov, E. Ryzhov, P. Berloff, and V. Klyatskin, 2019: Clustering of floating tracers in weakly divergent velocity fields. *Physical Review E*, **100**, 063108.
- [34] Khatrri, H., and P. Berloff, 2019: Tilted, drifting jets over a zonally sloped topography: Effects of vanishing eddy viscosity. *J. Fluid Mech.*, **876**, 939–961.
- [35] Ryzhov, E., D. Kondrashov, N. Agarwal, and P. Berloff, 2019: On data-driven augmentation of low-resolution ocean model dynamics. *Ocean Modelling*, **142**, 101464.
- [36] Khatrri, H., and P. Berloff, 2018: Role of eddies in the maintenance of multiple jets embedded in eastward and westward baroclinic shears. *Fluids*, **3**, 91, doi:10.3390/fluids3040091.

- [37] Haigh, M., and P. Berloff, 2018: Potential vorticity redistribution by localised transient forcing in the shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **852**, 199–225.
- [38] Berloff, P., 2018: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part III: Deterministic approach. *Ocean Modelling*, **127**, 1–15.
- [39] Khatri, H., and P. Berloff, 2018: A mechanism for jet drift over topography. *J. Fluid Mech.*, **845**, 392–416.
- [40] Kondrashov, D., M. Chekroun, and P. Berloff, 2018: Multiscale Stuart-Landau emulators: Application to wind-driven ocean gyres. *Fluids*, **3**, 21, doi:10.3390/fluids3010021.
- [41] van Sebille, E., S. Griffies, ..., P. Berloff, ..., 2018: Lagrangian ocean analysis: fundamentals and practices. *Ocean Modelling*, **121**, 49–75.
- [42] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2017: On the roles of baroclinic modes in eddy-resolving midlatitude ocean dynamics. *Ocean Modelling*, **111**, 55–65.
- [43] Chen, C., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2016: Eddy trains and striations in quasigeostrophic simulations and the ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **46**, 2807–2825.
- [44] Berloff, P., 2016: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part II: Eddy fluxes and diffusivity from transient impulses. *Fluids*, **1**, 22, doi:10.3390/fluids1030022.
- [45] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2016: Eddy backscatter and counter-rotating gyre anomalies of midlatitude ocean dynamics. *Fluids*, **1**, 28, doi:10.3390/fluids1030028.
- [46] Shevchenko, I., P. Berloff, D. Guerrero-Lopez, and J. Roman, 2016: On low-frequency variability of the midlatitude ocean gyres. *J. Fluid Mech.*, **795**, 423–442.
- [47] Shevchenko, I., and P. Berloff, 2015: Multi-layer quasi-geostrophic ocean dynamics in eddy-resolving regimes. *Ocean Modelling*, **94**, 1–14.
- [48] Kondrashov, D., and P. Berloff, 2015: Stochastic modeling of decadal variability in ocean gyres. *Geophys. Res. Lett.*, **42**, 1543–1553.
- [49] Kamenkovich, I., I. Rypina, and P. Berloff, 2015: Properties and origins of the anisotropic eddy-induced transport in the North Atlantic. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 778–791.
- [50] Chen, C., I. Kamenkovich, and P. Berloff, 2015: On the dynamics of flows induced by topographic ridges. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 927–940.
- [51] Berloff, P., 2015: Dynamically consistent parameterization of mesoscale eddies. Part I: Simple model. *Ocean Modelling*, **87**, 1–19.



## 7. Другие ссылки

- Barnier, B., C. Provost, and B. Hua, 1991: On the catalytic role of high baroclinic modes in eddy-driven large-scale circulations. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**, 976–997.
- Berloff, P., A. Hogg, and W. Dewar, 2007b: The turbulent oscillator: A mechanism of low-frequency variability of the wind-driven ocean gyres. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 2363–2386.
- Berloff, P., S. Kravtsov, W. Dewar, and J. McWilliams, 2007a: Ocean eddy dynamics in a coupled ocean-atmosphere model. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 1103–1121.
- Berloff, P., 2005: Random-forcing model of the mesoscale oceanic eddies. *J. Fluid Mech.*, **529**, 71–95.
- Berloff, P., and J. McWilliams, 2003: Material transport in oceanic gyres. Part III: Randomized stochastic models. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 1416–1445.
- Berloff, P., and J. McWilliams, 2002: Material transport in oceanic gyres. Part II: Hierarchy of stochastic models. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 797–830.
- Berloff, P., J. McWilliams, and A. Bracco, 2002: Material transport in oceanic gyres. Part I: Phenomenology. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 764–796.
- Gent, P., McWilliams, J., 1990: Isopycnal mixing in ocean circulation models. *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 150–155.
- Hogg, A., W. Dewar, P. Killworth, and J. Blundell, 2003: A quasi-geostrophic coupled model (Q-GCM). *Monthly Weather Rev.*, **131**, 2261–2278.
- Holland, W., 1978: The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean — Numerical experiments using a wind-driven quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 363–392.
- Karabasov, S., Berloff, P., and V. Goloviznin, 2009: CABARET in the ocean gyres. *Ocean Modelling*, **30**, 155–168.
- Kravtsov, S., and A. Robertson, 2002: Midlatitude ocean-atmosphere interaction in an idealized coupled model. *Climate Dynamics*, **19**, 693–711.
- Marshall, J., A. Adcroft, C. Hill, L. Perelman, C. Heisey, 1997: A finite-volume, incompressible Navier-Stokes model for studies of the ocean on parallel computers. *J. Geophys. Res.*, **102**, 5753–5766.
- McWilliams, J., 2008: The nature and consequences of oceanic eddies. Chapter in the book *Eddy-Resolving Ocean Modeling*, M. Hecht and H. Hasumi, eds., AGU Monograph, 131–147.
- McWilliams, J., 1977: A note on a consistent quasigeostrophic model in a multiply connected domain. *Dyn. Atmos. Oceans*, **1**, 427–441.
- Pedlosky, J., 1987: *Geophysical Fluid Dynamics*, 2nd edition, Springer-Verlag, 710 pp.
- Taylor, G., 1921: Diffusion by continuous movements. *Proceedings of the London Mathematical Society*, **20**, 196–211.
- Young, W., and P. Rhines, 1982: Theory of the wind-driven circulation II. Gyres with western boundary layers. *J. Mar. Res.*, **40**, 849–872.