

Возможные темы курсовых работ

Г. Г. Гусев

Моя научная деятельность касается алгебраической геометрии с одной стороны и "выпуклой геометрии" с другой. Иногда алгебра ставит задачи перед геометрией, иногда наоборот. Ниже привожу несколько примеров серьезных задач, отдельные случаи которых вполне могут быть под силу студенту. Для понимания некоторых формулировок нужен определенный background. При личной встрече я готов дать более конкретные ссылки на литературу и на определенные главы.

=====
Смешанные площади двух многоугольников и их выпуклой оболочки. Пусть D – выпуклая оболочка многоугольников D_1 и D_2 . Тогда сумма смешанных площадей $S(D, D_1) + S(D, D_2)$ равна сумме смешанных площадей $S(D, D) + S(D_1, D_2)$.

Эта задача является следствием весьма нетривиальных алгебро-геометрических теорем. Было бы интересно получить элементарное геометрическое решение.

Ключевые слова: смешанные объемы, сумма Минковского.

Литература:

1. Бузман Г., Выпуклые поверхности, М.: Наука, 1964.
2. Гусев Г., Эйлерова характеристика многообразия бифуркаций для многочлена степени 2, УМН, 63: 2, с. 167–168, 2008.

=====
Эйлерова характеристика стратов бифуркационного многообразия для деформации многочлена.

Пусть коэффициенты многочлена $P(t) = P_0 t^k + P_1 t^{k-1} + \dots + P_k$ есть многочлены Лорана от нескольких комплексных переменных. Пространство параметров (комплексный тор) разбивается на страты, соответствующие различным комбинациям совпадения корней многочлена P . Для многочленов P_0, P_2, \dots, P_k общего положения с фиксированными многогранниками Ньютона эйлеровы характеристики этих стратов также фиксированы. Задача состоит в нахождении явных формул, выражающих эти характеристики в терминах многогранников Ньютона.

Задача имеет решение для случая $k = 2$. Для $k = 3$ получены формулы в чуть более широких терминах. На этом достижения современной науки находят свой временный потолок. Было бы очень интересно получить хоть какие-нибудь дальнейшие продвижения.

Ключевые слова: деформация многочлена, бифуркационное многообразие, многогранники Ньютона.

Литература:

1. Хованский А. Г., Многогранники Ньютона и торические многообразия, Функ. анализ и прил., 11: 4, с. 56–64, 1977.

2. Хованский А. Г., Многогранники Ньютона и род полных пересечений, Функ. анал. и прил., 12: 1, с. 51–61, 1978.
3. Гусев Г., Эйлерова характеристика многообразия бифуркаций для многочлена степени 2, УМН, 63: 2, с. 167–168, 2008.