

УДК 517.983

*Г.Г. Амосов<sup>1,2</sup>, А.И. Днестрян<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О спектре семейства интегральных операторов, определяющих симплектическую квантовую томограмму\***

В предлагаемой работе найдены собственные функции и собственные значения семейства интегральных операторов, определяющих симплектическую квантовую томограмму. Показано, что при определенных параметрах рассматриваемые преобразования представляют собой дробное преобразование Фурье. Вычислены дисперсии канонических наблюдаемых в состояниях из спектра.

**Ключевые слова:** симплектическая квантовая томограмма, дробное преобразование Фурье, спектр интегрального оператора.

УДК 519.8

*М.В. Балашов*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О модулях выпуклости функции и множества\***

В банаховом пространстве рассматривается связь между равномерно выпуклыми функциями и множествами. Доказано, что лебеговы множества равномерно выпуклой функции равномерно выпуклы. Доказано, что граница равномерно выпуклого множества является графиком равномерно выпуклой функции. Получены оценки на модуль выпуклости.

**Ключевые слова:** модуль выпуклости, равномерно выпуклая функция, равномерно выпуклое множество.

УДК 517.956.4

*А.А. Белолипецкий<sup>1</sup>, А.М. Тер-Крикоров<sup>2</sup>*

Вычислительный центр РАН им. А.А. Дородницына

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О решении одной сингулярно возмущенной начально-краевой задачи для линейного параболического уравнения\***

Изучается смешанная задача Коши для линейного сингулярно возмущенного параболического уравнения со специальными краевыми условиями. Для малых значений параметра приведены приближенные выражения для неизвестных функций. Доказано существование и единственность решения, для которого построенное приближение является асимптотическим по малому параметру. Такие задачи возникают в математических моделях заполнения лазерных мишеней газообразным термоядерным топливом.

**Ключевые слова:** параболическое уравнение, сингулярное возмущение, погранслойное решение, лазерная мишень.

УДК 517.518.23

*О. В. Бесов*

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Теорема вложения Соболева для анизотропно нерегулярных областей<sup>1,2</sup>**

Установлена теорема вложения пространства Соболева  $W_p^s(G)$  в пространство Лебега  $L_q(G)$  для анизотропно нерегулярных областей  $G \subset \mathbb{R}^n$  различных классов.

**Ключевые слова:** пространство Соболева, теорема вложения, нерегулярная область.

*А.И. Беспорточный*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

**Асимптотические режимы гидродинамического контакта жестких цилиндров, покрытых тонкими упругими слоями**

Рассматривается течение смазочной жидкости в тонком слое, разделяющем цилиндр с упругим покрытием и жесткое полупространство. Вязкость жидкости растет с увеличением давления. Исследуются характерные особенности поведения толщины смазочной пленки и распределения давления внутри области контакта. Выделяются различные асимптотические режимы смазки. Указаны диапазоны применимости ряда формул для расчета толщины смазочной пленки.

**Ключевые слова:** смазка, гидродинамический контакт, упругое покрытие, качественный анализ, асимптотические режимы.

*А.А. Бурцев<sup>1</sup>, СБ. Гашков<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова**О схемной реализации арифметики в конечных полях характеристики 7 для вычисления спариваний\***

Рассматриваются логические схемы из двухвходовых булевых элементов, реализующих двухместные булевы функции. Применительно к криптографическим протоколам на эллиптических кривых, основанным на спаривании, изучаются схемные методы умножения многочленов над полями характеристики 7. Рассматриваются схемные методы реализации арифметики полей  $GF(7)$ ,  $GF(7^2)$ ,  $GF(7^n)$ ,  $GF(7^{7^n})$  и  $GF(7^{14^n})$ , оценивается сложность и глубина соответствующих схем. Все вычисления, за исключением касающихся глубины схем, можно сформулировать и в терминах программной реализации.

**Ключевые слова:** схемы для арифметики в конечных полях, криптографические протоколы.

*А.К. Волосова*

Московский государственный университет путей сообщения

**К теории нелинейной диффузии и теплопроводности**

Вычислены собственные числа матрицы системы функциональных линейных уравнений эквивалентной квазилинейному параболическому уравнению и обнаружена связь их с характером поведения решения. Построены точные решения. Предложена альтернативная классификация решений.

**Ключевые слова:** замена переменных, собственные числа матрицы, классификация решений.

*Б. И. Голубов<sup>1</sup>, С. С. Волосивец<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)<sup>2</sup>Саратовский государственный университет**Обобщенная весовая интегрируемость мультипликативных преобразований Фурье**

Мультипликативное преобразование Фурье, введенное Н.Я. Виленкиным, задается последовательностью натуральных чисел  $P = \{p_n\}_{n=1}^{\infty}$ ,  $p_n \geq 2$ . В случае  $p_n \equiv 2$  оно совпадает с широко известным преобразованием Уолша, имеющим многочисленные приложения в вычислительной математике и теории кодирования. Для ограниченной последовательности  $P$  получены достаточные условия на функции, обеспечивающие весовую интегрируемость их мультипликативных преобразований Фурье на  $\mathbb{R}_+$ . Некоторые из них неулучшаемы. Доказаны мультипликативные аналоги теорем Харди-Литтлвуда, Зигмунда, Морица, Он-невира, М. и Ш. Изуми, а также Алянчица и Томича.

**Ключевые слова:** мультипликативное преобразование Фурье, мультипликативная свертка, весовая интегрируемость, функция ограниченной  $s$ -флуктуации, классы Липшица, монотонная функция.

УДК 532.51, 517.956.6, 517.972.5

*Н.А. Гусев*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Асимптотические свойства решений линеаризованных уравнений движения слабо сжимаемой среды\***

Рассматривается начально-краевая задача для линеаризованных уравнений вязкой баро-тропной слабо сжимаемой среды в ограниченной области. Изучается поведение решений данной задачи при стремлении коэффициента сжимаемости к нулю. Приводятся достаточные условия слабой и сильной сходимости этих решений к решению соответствующей задачи для несжимаемой жидкости.

**Ключевые слова:** линеаризованные уравнения сжимаемой среды, фактор сжимаемости, слабо сжимаемая среда.

УДК 517.977.8

*П.Е. Двуреченский, Г.Е. Иванов*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Алгоритм построения оптимальной стратегии в нелинейной дифференциальной игре с использованием конволюты\***

Разработан метод вычисления квазиоптимальных стратегий в нелинейной дифференциальной игре на фиксированном отрезке времени с целевым множеством. В двумерном случае игровые множества достижимости вычисляются с помощью алгоритма, близкого к алгоритму построения конволюты суммы Минковского двух многоугольников. Проведены детальные оценки погрешностей алгоритма.

**Ключевые слова:** дифференциальная игра, оптимальная стратегия.

УДК 514.113

*Н.О. Ермилов*

Институт системного анализа РАН

### **Тетраэдры с одинаковым набором длин рёбер и объёмом, вписанные в одну сферу**

Восстановление тетраэдра по заданному набору длин рёбер зависит от распределения этих длин по рёбрам тетраэдра. В качестве других характеристик, которые в совокупности с длинами рёбер могут однозначно определить тетраэдр, рассматриваются объём и радиус описанной сферы. Однако существуют примеры, когда по этим восьми параметрам тетраэдр определяется неоднозначно.

**Ключевые слова:** тетраэдр, набор длин рёбер, объём, радиус описанной сферы.

УДК 517.982.252

*Г.Е. Иванов, Г.М. Иванов*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Взаимосвязь опорных условий слабой выпуклости для множеств в банаховых пространствах\***

Рассматриваются два класса слабо выпуклых множеств в банаховом пространстве. Классы характеризуются  $\mathcal{N}$ -опорным и  $\mathcal{P}$ -опорным условиями соответственно. Доказано, что рассматриваемые два класса совпадают при условии, что банахово пространство равномерно выпукло. Доказательство основано на теореме о гладкой эквивалентной перенормировке равномерно выпуклого банахова пространства.

**Ключевые слова:** опорное условие, слабая выпуклость.

УДК 519.6

*В.М. Ипатова*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Аттракторы конечно-разностных схем для системы Лоренца с зависящими от времени коэффициентами**

Рассматриваются явная и неявная конечно-разностные схемы для системы Лоренца с зависящими от времени коэффициентами. Для каждой из схем устанавливается существование её равномерного аттрактора.

Показано, что при уменьшении шага сетки аттракторы схем приближаются к истинному аттрактору системы.

**Ключевые слова:** аттрактор, неавтономная система, конечно-разностная схема.

УДК 538.931

*В. В. Максименко<sup>1</sup>, Л.Ю. Куприянов<sup>1</sup>, В.А. Загайнов<sup>1</sup>, А.А. Хасанов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л.Я. Карпова,

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Элементы самоорганизации при диффузии газа в системе нанонеоднородностей\***

Рассматривается диффузия молекул идеального газа в системе малых сферических неоднородностей. Прилипанием молекул к границам раздела сред пренебрегается. Методами теории многократного рассеяния вычисляется эффективный коэффициент диффузии молекул. Рассмотрен вклад в диффузию бесконечно длинных траекторий, представляющих собой замкнутые петли, многократно обходимые молекулой. Интерес к таким петлям связан с тем, что амплитуды двух альтернативных способов обхода петли (по ходу вращения часовой стрелки и наоборот) всегда конструктивно интерферируют вне всякой зависимости от степени упорядоченности той неоднородной среды, в которой движутся молекулы. Показано, что рассмотренные интерференционные поправки к классической диффузии приводят к возникновению в системе низкочастотных макроскопических осцилляций концентрации газа и полной остановке диффузии, что весьма напоминает андерсоновскую локализацию электрона в системе примесей в идеальной решетке.

**Ключевые слова:** диффузия, нанонеоднородности, осцилляции, локализация.

УДК 532.546

*Н.А. Маркитантова, А.П. Черняев*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Нелинейная фильтрация к горизонтальной скважине в произвольной точке пласта в случае специальной нелинейности**

Рассматривается модель стационарной фильтрации несжимаемой жидкости к горизонтальной скважине, расположенной несимметрично относительно кровли и подошвы горизонтального пласта, при нелинейном законе специального вида, позволяющем свести решение задачи в плоскости годографа к аналитическим функциям.

**Ключевые слова:** стационарная фильтрация, плоская задача, нелинейный закон фильтрации, несжимаемая жидкость, несимметричное расположение скважины.

УДК 517.95

*Г.И. Марчук<sup>1</sup>, В.И. Агошков<sup>1,2</sup>, В.М. Ипатова<sup>2</sup>*

Институт вычислительной математики РАН,

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Теория разрешимости начально-краевых задач и задач ассимиляции данных для основных уравнений океана**

Настоящая работа представляет собой обзор достижений по исследованию разрешимости начально-краевых задач и задач ассимиляции данных для основных уравнений океана. Дается исторический очерк и описание наиболее ранних результатов. Содержатся последние результаты о существовании слабых решений и разрешимости задач ассимиляции данных для основных уравнений океана с условием свободной поверхности на верхней границе области. Представлены теоремы о существовании и единственности сильных решений для упрощенной системы основных уравнений океана.

**Ключевые слова:** уравнения в частных производных, модели динамики океана, разрешимость, обратные и вариационные задачи, задачи ассимиляции данных.

УДК 514.172.45, 514.174.5

*М.Н. Матвеев*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Невидимые гиперграницы и порождающие многогранники**

Понятие порождения полного веера многогранником хорошо известно: оно означает, что каждый конус веера является конической оболочкой некоторой гиперграницы многогранника. Работа обобщает это понятие на неполные вееры. Основную роль в обобщении порождает-мости на неполные вееры играет понятие невидимой гиперграницы многогранника. Получен критерий многогранника, порождающего возможно неполный веер. Продемонстрировано использование полученного критерия.

**Ключевые слова:** многогранники, конусы, вееры, гиперграницы многогранников, системы линейных уравнений и неравенств.

УДК 517.984.46

*Ю.Л. Орлов*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Асимптотическая диагонализация полиномиальных квантовых гамильтонианов**

Излагается метод асимптотической диагонализации полиномиальных квантовых гамильтонианов в представлении вторичного квантования при больших числах заполнения. Строится асимптотическая функция распределения собственных значений гамильтониана и вводится система неклассических специальных полиномов, являющихся его собственными функциями.

**Ключевые слова:** квантовый гамильтониан, законы сохранения, асимптотика спектра, специальные полиномы.

УДК 519.8

*О.К. Подлипский*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О методах выявления экспертного знания для создания прикладных консультационных и обучающих систем**

Рассматриваются методы построения баз экспертных знаний для создания прикладных консультационных и обучающих систем. Предлагаются методы построения баз знаний группой экспертов. Строится формальная модель эксперта по быстро прогрессирующему гломерулонефриту.

**Ключевые слова:** теория принятия решений, экспертная база знаний.

УДК 517.9

*Е. С. Половинкин*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Интегрирование по Риману многозначных отображений\***

В работе получены новые результаты об интегрировании по Риману на отрезке многозначных отображений с невыпуклыми компактными значениями из равномерно гладкого банахова пространства. Показано, что интеграл Римана на отрезке от такого отображения является выпуклым компактом. Получены общие свойства интеграла Римана. Найдены необходимые и достаточные условия интегрируемости по Риману невыпуклозначного многозначного отображения со значениями в сепарабельном равномерно гладком банаховом пространстве. Эти условия состоят в том, что выпуклая оболочка значений отображения должна быть непрерывной почти всюду.

**Ключевые слова:** сумма множеств Минковского, метрика Хаусдорфа, интеграл Римана многозначного отображения, равномерно гладкое банахово пространство, необходимые и достаточные условия интегрируемости по Риману.

УДК 532.517.4

*О.А. Пыркова, А.А. Онуфриев, А. Т. Онуфриев*  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Поведение скорости в однородном изотропном турбулентном потоке на начальном этапе\***

Рассматривается поведение скорости в однородном изотропном турбулентном потоке на начальном этапе в модели потока с учетом явления перемежаемости (чередования в потоке турбулентного и вязкого режимов). Для каждого из режимов существуют инварианты Лойцянского и автомодельности: колмогоровская для турбулентного режима и по Миллионтикову для вязкого. Характер вырождения скорости в первые моменты времени качественно совпадает с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** однородная изотропная турбулентность, перемежаемость, вырождение скорости.

УДК 517.946

*В. Ж. Сакбаев*  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Регуляризация вырожденного оператора Шредингера и минимизация семейства полунорм\***

В работе изучается задача Коши для уравнения Шредингера с вырожденным гамильтонианом, заданным дифференциальным выражением второго порядка с неотрицательной характеристической формой. Указаны необходимые и достаточные условия корректной разрешимости задачи Коши, в случае нарушения которой обобщенная постановка задачи изучается с помощью метода эллиптической регуляризации и метода квазирешений. Получено согласование двух указанных подходов в том смысле, что всякая последовательность решений регуляризованных задач и любая минимизирующая последовательность семейства функционалов невязки имеют общий предел.

**Ключевые слова:** оператор с неотрицательной характеристической формой, эллиптическая регуляризация, квазирешение.

УДК 571.9

*В. Б. Трушин*  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Существование решений некоторых вариационных неравенств\***

В работе рассматриваются некоэрцитивные условия разрешимости для вариационных неравенств.

**Ключевые слова:** монотонность, псевдомонотонность, вариационное неравенство, коэрцитивность.

УДК 517.518.235

*А.И. Тюленев*  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Характеризация следов весовых пространств Соболева\***

В данной работе получено обобщение на случай весового пространства Соболева теоремы Гальярдо о характеристике следов функций из пространства Соболева  $W_p^1(Q)$ . При этом  $Q$  — квадрат (куб), а след рассматривается на фиксированной стороне (границе) данного квадрата (куба). Для квадрата в качестве весовой функции рассматривается функция, монотонно зависящая от расстояния до одной фиксированной стороны квадрата, для куба — монотонно возрастающая по некоторым переменным при фиксированных остальных и монотонно убывающая по оставшимся переменным при фиксированных остальных.

**Ключевые слова:** пространство Соболева, весовая функция.

УДК 519.65

*Е.А. Умнов, А.Е. Умнов*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Метод параметрической линеаризации, использующий штрафные функции со всюду обратимой производной для решения пар двойственных задач**

В статье рассматривается подход, базирующийся на методе гладких штрафных функций, предназначенный для решения двойственной пары задач линейного параметрического программирования. Приводится описание реализации вычислительной процедуры в виде двухуровневой схемы параметризации и набора иллюстративных задач.

**Ключевые слова:** математическое программирование, двухуровневая оптимизация, метод штрафных функций, двойственная пара задач линейного программирования.

УДК 517.988.8

*А.А. Фонарёв*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О минимизации функционала на выпуклом множестве нормированного пространства**

Исследуется минимизация функционала на выпуклом множестве вещественного нормированного пространства без наличия рефлексивности пространства и коэрцитивности функционала. С использованием итерационного процесса строится релаксационная последовательность, которая минимизирует функционал при наличии выпуклости функционала.

**Ключевые слова:** функционал, минимизация, итерационный процесс.

УДК 532.546

*А.П. Черняев*

Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **Нелинейная фильтрация для специального и степенного законов сопротивления среды\***

Рассматриваются фильтрационные течения несжимаемой жидкости общего вида. Уравнения в плоскости годографа, полученные из исходных течений в физической плоскости, линеаризуются и при специальном законе фильтрации приводятся к уравнению Лапласа, а при степенном законе фильтрации сводятся к известным. Пример течения к горизонтальной скважине показывает разрешимость исходной задачи в виде, удобном для количественных и качественных исследований.

**Ключевые слова:** фильтрация, фильтрационное течение, несжимаемая жидкость, физическая плоскость, годограф, горизонтальная скважина, сопротивление среды.

УДК 519.248.3

*М.Е. Широков*

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

### **О свойствах вероятностных мер на множестве квантовых состояний**

Рассмотрены два свойства множества вероятностных мер на пространстве квантовых состояний, снабженного топологией слабой сходимости, а также их следствия, которые связаны с некоторыми функциональными конструкциями, используемыми в выпуклом анализе и его приложениях.

**Ключевые слова:** квантовое состояние, вероятностная мера, барицентрическое отображение, выпуклая оболочка и выпуклое замыкание функции.