Введение

Реально складывающаяся дорожно-транспортная ситуация в мегаполисах России требует комплексности решений не только в сфере развития транспортной инфраструктуры, но и в повседневном управлении транспортной системой для обеспечения надежности ее функционирования как в штатных, так и в кризисных ситуациях. Мероприятия по основным сферам обеспечения управления транспортным комплексом включают в себя следующие составляющие: организационно-управленческую, финансово-экономическую, архитектурно-градостроительную, научно-техническую, законодательную, информационную, социальную, учебную и воспитательно-просветительскую.

Фундаментальные проблемы и перспективы исследований в области организации движения автомобильного транспорта обсуждаются на ежемесячном семинаре «Научно-практические задачи развития автомобильно-дорожного комплекса России», проводимом с 2006 года под научно-методическим руководством РАН с участием представителей академической, вузовской и отраслевой науки.

Создание комплексной интеллектуальной транспортной системы мегаполиса может послужить той базой, платформой, на которой усилия фундаментальной и прикладной науки могут быть обьединены для достижения единой цели — обеспечить устойчивое, комфортное и экологичное движение автотранспорта. В настоящем журнале представлены работы участников семинара и конференции РАН 2010 года по различным задачам и подходам, связанным с моделированием автотранспортных потоков.

Моделирование транспортных потоков начало формироваться в математическую дисциплину в пятидесятые годы прошлого века в связи с бурным развитием газовой динамики (обобщенные решения законов сохранения, устойчивые разностные схемы расчета решений). Тогда же появились первые макроскопические (гидродинамические) модели, в которых транспортный поток уподобляется потоку сжимаемой жидкости (М. Лайтхилл и Дж. Уизем, П. Ричардс), и первые микроскопические модели (следования за лидером), в которых явно выписывается уравнение движения каждого автомобиля (А. Рёшель, Л. Пайпс и др.). В модели Лайтхилла–Уизема (1955) транспортный поток уподобляется потоку сжимаемой жидкости и описывается законом сохранения количества автомобилей. При этом в модели постулируется существование функциональной зависимости (уравнения состояния) между интенсивностью потока автомобилей и плотностью. Эту зависимость часто называют фундаментальной диаграммой.

В последующие годы класс микро- и макромоделей был значительно расширен. В современном макроскопическом подходе (А. Эу и М. Раскль, 2000) транспортный поток описывается нелинейной системой гиперболических уравнений (для плотности и скорости потока) с диффузией (Х. Пэйн, Р. Кюне, Б. Кернер и П. Конхойзер). При этом уравнение состояния «зашивается» во второе уравнение этой системы как стремление водителей двигаться с желаемой скоростью. В настоящем сборнике имеются две статьи (А.С. Холодов и др., Н.Н. Смирнов и др.), выполненные по этому направлению.

В современном микроскопическом подходе преобладают модели типа «разумного водителя», в которых ускорение автомобиля описывается некоторой функцией от скорости этого автомобиля, расстояния до впереди идущего автомобиля (лидера) и скорости относительно лидера (М. Трайбер). Если в таких моделях время течет дискретно и динамика движения автомобилей стохастическая (марковская), то их, как правило, называют моделями клеточных автоматов. В статье М.Л. Бланка продемонстрирован один из способов того, как с помощью простейших моделей клеточных автоматов можно математически строго получать правдоподобные макроскопические уравнения состояния транспортного потока (например, треугольную фундаментальную диаграмму).

Модели клеточных автоматов, к которым пришли западные исследователи К. Даганзо, К. Нагель и М. Шрекенберг в середине девяностых годов прошлого века при дискретизации непрерывных конструкций и создании компьютерных алгоритмов имитационного моделирования, еще ранее появились в работах специалистов по случайным блужданиям. Так, в 1980-х в работах Ю.К. Беляева и его учеников рассматривалась стохастическая модель движения поездов метро. Принципиальным вопросом в моделях клеточных автоматов для трафика является вопрос о том, что же такое клетка. Если клетка — это фиксированная часть полосы, которую за отведенное время преодолевает автомобиль, то получаем динамическую систему — дискретный аналог непрерывных моделей.

Если в качестве клетки рассматривать динамический габарит части автомобилей потока, например тех, которые по городу движутся с максимально разрешенной скоростью, то оставшаяся часть потока пытается с некоторой мерой просочиться сквозь законопослушных. Можно также рассматривать поведение участников движения как смесь коллективного, синхронизированного и индивидуального, случайного. Синхронизированное движение определяет динамический габарит, а индивидуальное поведение определяется частью дорожного полотна, которая остается после покрытия элементов потока их динамическими габаритами. Такой подход, в частности, означает, что явной зависимости между плотностью потока и скоростью, вообще говоря, нет. Эти потоки называются частично связными. Некоторые задачи в данном направлении рассматриваются в статье А.С. Бугаева и др.

Продолжая аналогию с газовой динамикой, И. Пригожин полвека назад (а затем С. Павери-Фонтана, Д. Хельбинг и др.) предложил описывать транспортный поток кинетическим уравнением типа Больцмана с «интегралом взаимодействия автомобилей» вместо «интеграла столкновения частиц газа». При таком подходе макроскопическая модель получается из кинетической подобно тому, как система уравнений Эйлера получается из уравнения Больцмана. Имеются модели промежуточные между кинетическими и гидродинамическими. Такой моделью, назовем ее газодинамической, пользуется коллектив, возглавляемый Б.Н. Четверушкиным. В работе Б.Н. Четверушкина и др. даны сравнительные результаты, полученные при моделировании потока с использованием газодинамической модели и модели клеточных автоматов.

Несмотря на то, что с момента появления первых фундаментальных работ прошло более полувека, по мнению ряда известных специалистов в области математического моделирования дорожного движения (Б. Кернер, К. Нагель, Х. Махмасани, М. Шрекенберг и др.), проблема образования предзаторных и заторных ситуаций еще до конца не изучена. Используя терминологию, предложенную Б. Кернером, можно сказать, что на данный момент нет общепринятого подхода, описывающего поведение движения автотранспорта в области синхронизированного потока. Иначе говоря, если автомобильный поток уподобляется жидкости, то наиболее сложная для моделирования ситуация — это «замерзающая жидкость». Подтверждением вышесказанному может служить тот факт, что разные коллективы, занимающиеся моделированием транспортных потоков, как правило, используют различные модели: начиная от модели Лайтхилла–Уизема (А.А. Куржанский и др.), заканчивая моделями, в которых каждый водитель описывается своим вариационным принципом (И.А. Лубашевский и др.). Отметим также, что большинство исследователей ограничивается изучением транспортного потока на отдельном прямолинейном участке транспортной сети с простейшими начально-краевыми условиями, в то время как причиной заторов (согласно К. Даганзо) часто являются «узкие места» (перекрестки, въезды).

В статье С.Л. Кленова (коллеги Б. Кернера) приводится эмпирический базис для анализа различных подходов к описанию транспортного потока. Важным атрибутом многих современных зарубежных работ, в которых предлагаются математические модели транспортного потока, является проверка предложенных моделей на возможность описания ими трех фаз Кернера транспортного потока, наблюдаемых в многочисленных экспериментах.

Математическая теория управления транспортными потоками сейчас активно развивается в работах школы, возглавляемой А.Б. Куржанским и П. Варайя (см. соответствующую статью в этом номере). Исходя из модели клеточных автоматов К. Дангазо (1994), которая состоит в применении схемы Годунова к модели Лайтхилла–Уизема с треугольной фундаментальной диаграммой, предлагается способ оптимального управления светофорами и въездами на магистралях в Калифорнии. Здесь стоит обратить внимание на соизмеримость грубости выбранной модели, качества имеющихся данных и простоты работы с этой моделью.

Одним из возможных подходов к моделированию является исследование усредненных показателей транспортной системы. Обгоны на многополосной дороге, очереди перед светофорами и многое другое можно описывать таким образом — о чем говорится в статьях Л.Г. Афанасьевой и Е.В. Булинской, а также А.А. Замятина и В.А. Малышева (в основе этих моделей лежат эргодические марковские процессы). При таком подходе исследователь следит лишь за трендом и «не обращает внимание» на высокочастотные случайные колебания (флуктуации), возможно большой амплитуды, вокруг этого тренда.

В статье А.М. Райгородского исследуются различные свойства случайных графов (транспортных графов, web-графов). Например, такое важное свойство, как надежность графа транспортной сети к случайным отказам ребер (отказ ребра означает, что на ребре образовалась пробка).

Остановимся на проблеме целостного описания транспортного потока на полном графе транспортной сети. Будем считать, что есть информация о том, сколько людей живет и сколько рабочих мест есть в том или ином районе. В статьях П.П. Бобрика, А.В. Гасникова и Е.В. Гасниковой, Е.А. Нурминского и Н.Б. Шамрай приведены различные способы обоснования известной в приложениях энтропийной (гравитационной) модели А.Дж. Вильсона (1967) расчета матрицы корреспонденций. Матрица корреспонденций определяется как наиболее вероятное макросостояние, в окрестности которого и будет плотная концентрация стационарной меры «разумной» эргодической марковской динамики, порождающей изучаемую макросистему. Точнее говоря, эргодическая марковская динамика приводит на больших временах к стационарной пуассоновской мере (прямое произведение распределений Пуассона) на пространстве макросостояний. Эта мера экспоненциально быстро концентрируется (с ростом числа агентов) в окрестности наиболее вероятного макросостояния, которое и принимается за положение равновесия макросистемы. Задача поиска наиболее вероятного макросостояния асимптотически (по числу агентов) эквивалентна задаче максимизации энтропийного функционала на множестве, заданном ограничениями в виде законов сохранения. Поскольку число ограничений, как правило, на много порядков меньше числа прямых переменных, то эффективные численные методы базируются на решении двойственной задачи. Отметим, что описанная здесь задача энтропийно-линейного программирования имеет много общего с обычной транспортной задачей.

Далее, исходя из известных потребностей, водители начинают «нащупывать» некую равновесную конфигурацию потоков (конкурентное равновесие, равновесие Нэша–Вардропа (1952)). Корреспонденция не определяет, вообще говоря, однозначно путь следования. Однако если ситуация равновесная, то никому не должно быть выгодно менять свой путь следования — стратегию (ситуация равновесия по Нэшу). Это означает, что времена движения по всем используемым путям, соответствующим данной корреспонденции, должны быть одинаковы. О том, как происходит нащупывание равновесия, какие есть обобщения у этой модели и какие есть численные способы решения возникающих по ходу задач оптимизации, написано в статьях Е.В. Гасниковой и Ю.В. Дорна, Е.А. Нурминского и Н.Б. Шамрай, В.И. Швецова.

Рассмотрим в заключение задачу Монжа–Канторовича о перемещении масс (эквивалентную, при весьма общих условиях, задаче Монжа). Оптимальный план перевозок (точнее, потенциал этого отображения) удовлетворяет уравнению (в частных производных) Монжа-Ампера и порождает метрику Канторовича(-Рубинштейна). С помощью этой метрики устанавливаются довольно тонкие функциональные неравенства о «концентрации меры» (М. Громов, М. Талагран, К. Мартон, М. Леду и др.). Сам термин «концентрации меры», по-видимому, был впервые предложен В.Д. Мильманом, внесшим значительный вклад в эту область. Геометрически этот принцип можно довольно просто пояснить (Пуанкаре–Леви): площадь многомерной сферы (с выделенным северным и южным полюсами) практически полностью сосредоточена в маленькой полоске вокруг экватора. Этот принцип нашел широкие применения в теории вероятностей (нелинейные законы больших чисел — концентрация значений липшицевых функций в окрестности медианы), асимптотической комбинаторике (например, при исследовании плотной концентрации различных функций, типа числа независимости, на случайных графах). В статье А.В. Колесникова много внимания уделяется изучению свойств отображения оптимального плана перевозок, в частности исследуется роль сжимаемости этого отображения. Это единственная статья в данном сборнике, в которой затрагивается очень старая (Г. Монж, 1781) и очень важная в транспортной проблематике задача о перемещении масс, сильно связанная с транспортной задачей, о которой написано в трех статьях настоящего журнала. Отметим также важность затронутых в этой статье вопросов для целостного восприятия статей всего номера. Речь идет о широких приложениях явления концентрации меры в других приведенных здесь статьях: концепция равновесия макросистем для расчета матрицы корреспонденций, исследования надежности графа транспортной сети по модели Эрдеша–Реньи, оценки скорости сходимости к равновесию (неравенства Пуанкаре, Чигера) и др.

В целом, несмотря на разнообразие задач по трафику и подходов к их решению со стороны авторов настоящего выпуска журнала, следует надеяться, что первый шаг к созданию коллектива специалистов для решения столь сложной задачи сделан.

Козлов Валерий Васильевич,
вице-президент РАН,
академик