

А.В. Коцеев¹, Н.Н. Оленев²

¹ Вятский государственный университет

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Моделирование взаимодействующих региональных экономических систем с использованием параллельных вычислений

Задача идентификации модели состоит в определении параметров модели, таких, что рассчитанные по модели макропоказатели российской экономики, а также рассчитанные по модели макропоказатели региональных экономик близки к соответствующим статистическим и искусственно подготовленным аналогам. Перебор значений параметров осуществлен с использованием библиотеки MPI.

Ключевые слова: моделирование, экономика, регионы, взаимодействие, параллельные вычисления.

I. Введение

Динамическую модель экономики страны, идентифицированную по данным экономики России за 7 лет [1], можно расширить для описания экономики каждого из взаимодействующих регионов и экономики страны в целом.

Модель взаимодействующих региональных экономик будет полезна при изучении проблем, связанных с переходными процессами в экономике России и её регионах. Регионы России имеют разный объём и состав природных ресурсов, обладают различным уровнем развития производительных сил, разным уровнем открытости регионов. Рассмотрение модели позволит приблизиться к пониманию причин отставания в экономическом развитии части регионов и причин успешного экономического развития другой части регионов.

В рассматриваемой экономике каждый регион производит единственный региональный продукт, который в модели имеет разную цену в разных регионах. Изменение цен в простейшей модели задается эконометрическими функциями, параметры которых отличаются в разных регионах.

Задача идентификации модели состоит в определении эффективного капитала $K(t)$, такого, что рассчитанные по модели макропоказатели экономики России близки к соответствующим статистическим аналогам.

Большое количество неопределяемых напрямую из статистики параметров модели определяем косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени. В качестве критериев близости расчётного и статистического временных рядов используем коэффициент корреляции и индекс несовпадения Тейла.

Декомпозиция модели по регионам даёт возможность за разумное время определить независи-

мые параметры благодаря параллельным вычислениям для перебора параметров модели на заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся интервалом изменения параметров.

II. Описание модели экономики взаимодействующих регионов

Рассмотрим модель экономики страны, состоящей из регионов, взаимодействующих друг с другом и с внешним миром. Для описания переменных моделей будем использовать индексы: i — индекс региона, N — число регионов, 0 — индекс внешнего мира, Σ — индекс для страны в целом как объединения регионов.

II.1. Простейшая модель экономики региона

Описание простейшей модели экономики региона основано на описании простейшей модели экономики страны [1–2]. Объём валового регионального продукта (ВРП) $Y_i(t)$ i -го региона в момент времени t определяется удельным выпуском $y_i(t)$ и начальным значением $\varphi_i = Y_i(0)$:

$$Y_i(t) = \varphi_i y_i(t). \quad (1)$$

Удельный выпуск $y_i(t)$ i -го региона определяется удельными производственными факторами — удельным трудом $l_i(t)$ и удельным эффективным капиталом $k_i(t)$ — в силу однородной степени γ_i производственной функции с постоянной эластичностью замещения (CES):

$$y_i(t) = \left[\alpha_i (l_i(t))^{-\beta_i} + (1 - \alpha_i) (k_i(t))^{-\beta_i} \right]^{-\gamma_i/\beta_i}. \quad (2)$$

Параметры в соотношении (2) удовлетворяют ограничениям: $\alpha_i \in (0,1)$, $\beta_i > -1$, $\gamma_i \geq 1$.

Удельный труд в i -м регионе меняется экспоненциально с темпом λ_i :

$$l_i(t) = \exp(\lambda_i t)$$

и определяет численность занятых в экономике для i -го региона (труд) $L_i(t)$:

$$L_i(t) = \psi_i l_i(t),$$

где $\psi_i = L_i(0)$ — начальное значение числа занятых в i -м регионе.

Динамика удельного эффективного капитала $k_i(t)$ в i -м регионе определяется задачей Коши:

$$\frac{dk_i}{dt} = -\mu_i k_i(t) + \eta_i \theta_i \frac{y_i(t)}{p_i(t)}, \quad k_i(0) = 1,$$

где $-\mu_i$ — темп изменения существующего капитала, $\theta_i > 0$ — коэффициент пропорциональности объёма региональных инвестиций объёму ВРП:

$$\eta_i = \frac{Y_i(0)}{K_i(0)} = \frac{\varphi_i}{K_i(0)} > 0.$$

Индекс цен на инвестиции определяется эконометрической функцией

$$p_i(t) = \xi_i + (1 - \xi_i)(1 + t) \exp(-\omega_i t)$$

с двумя параметрами $\xi_i \in (0,1)$ и $\omega_i > 0$.

Объём инвестиций в i -м регионе определяется соотношением

$$J_i(t) = \frac{\theta_i \varphi_i y_i(t)}{p_i(t)}.$$

Объёмы вывоза из i -го региона в j -й определяются соотношениями

$$E_{ij}(t) = \frac{\varphi_i y_i(t) \delta_{ij}}{r_{ij}(t)},$$

где δ_{ij} — норма вывоза выпуска из i -го региона в j -й при $j = 1, \dots, N$ или доля экспорта в выпуске при $j = 0$, $r_{ij}(t)$ — индекс относительной цены на вывозимую продукцию из i -го региона в j -й при $j = 1, \dots, N$ или индекс относительной цены на экспорт при $j = 0$:

$$r_{ij}(t) = \kappa_{ij} + (1 - \kappa_{ij}) \exp(-\pi_{ij} t),$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\kappa_{ij} \in (0,1)$ и π_{ij} .

Объёмы ввоза из j -го региона в i -й определяются соотношениями

$$I_{ji}(t) = \varphi_i y_i(t) \left(1 - \sum_{m=0}^N \delta_{im} \right) \frac{\rho_{ji}}{s_{ji}}(t),$$

где ρ_{ji} — норма отношения объёма ввозимой из j -го региона в i -й регион к продукции i -го региона, реализуемой на внутреннем рынке (при $j = 0$ норма отношения импорта к объёму собственной продукции, реализуемой у себя), $s_{ji}(t)$ — индекс относительной цены на ввозимую продукцию из j -го региона в i -й при $j = 1, \dots, N$ или индекс относительной цены на импорт при $j = 0$:

$$s_{ji}(t) = 1 - \zeta_{ji} t^2 \exp(-\nu_{ji} t),$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\zeta_{ji} > 0$ и $\nu_{ji} > 0$.

Объёмы потребления домашних хозяйств, правительственных и общественных организаций, выраженные в единицах валового регионального продукта в постоянных ценах 2000 года ($t = 0$), определяются из основного макроэкономического баланса i -го региона:

$$Q_i(t) = Y_i(t) - p_i(t) J_i(t) + \sum_{j=0}^N s_{ji}(t) I_{ji}(t) - \sum_{j=0}^N r_{ij}(t) E_{ij}(t). \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) полностью описывают модель экономики региона.

II.2. Замыкание модели взаимодействующих регионов

Кроме указанных выше параметров каждый регион характеризуется дефлятором ВРП $x_i(t)$, который связан с дефлятором валового внутреннего продукта (ВВП) $x_\Sigma(t)$ следующим соотношением:

$$x_\Sigma(t) Y_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) Y_i(t).$$

Объединение объёмов инвестиций в регионах даёт суммарный объём инвестиций страны:

$$x_\Sigma(t) p_\Sigma(t) J_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) p_i(t) J_i(t).$$

Внутренние поставки из региона в регион согласованы, в пути ничего не теряется: в i -й регион из j -го ввозится ровно столько, сколько из j -го региона в i -й вывозится:

$$x_i(t) s_{ji}(t) I_{ji}(t) = x_j(t) r_{ji}(t) E_{ji}(t),$$

$$i, j \in \{1, \dots, N\}.$$

Таким образом, суммарное сальдо внутренних поставок по всем регионам $SI(t)$ равно нулю:

$$SI(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) \left(\sum_{j=1}^N (r_{ij}(t) E_{ij}(t) - s_{ji}(t) I_{ji}(t)) \right) = 0,$$

а внутренний товароборот $TI(t)$ равен удвоенному объёму суммарных поставок:

$$TI(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) \sum_{j=1}^N (r_{ij}(t) E_{ij}(t) + s_{ji}(t) I_{ji}(t)) =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i(t) r_{ij}(t) E_{ij}(t) =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i(t) s_{ji}(t) I_{ji}(t).$$

Сальдо внешней торговли страны и регионов в рублях текущего года:

$$SO_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^N SO_i(t),$$

$$SO_i(t) = x_i(t) (r_{i0}(t) E_{i0}(t) - s_{0i}(t) I_{0i}(t)).$$

Внешнеторговый оборот страны и регионов в рублях текущего года:

$$TO_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^N TO_i(t),$$

$$TO_i(t) = x_i(t) (r_{i0}(t) E_{i0}(t) + s_{0i}(t) I_{0i}(t)).$$

Уровень открытости экономики страны $O_{\Sigma}(t)$ можно определить как отношение суммы внутреннего межрегионального и внешнего товарооборота к ВВП:

$$O_{\Sigma}(t) = \frac{TI(t) + TO_{\Sigma}(t)}{x_{\Sigma}(t) Y_{\Sigma}(t)}.$$

Уровень экономической безопасности страны можно определить как долю внутреннего межрегионального товарооборота к суммарному товарообороту:

$$B_{\Sigma}(t) = \frac{TI(t)}{TI(t) + TO_{\Sigma}(t)}.$$

Уровень этих показателей зависит от того, как много регионов рассматривать.

III. Параллельные вычисления для идентификации модели взаимодействующих регионов

Для страны в целом действуют уравнения (1)–(3) с индексом Σ вместо i и отсутствием межрегиональных потоков.

Заметим, что все параметры и начальные значения (и варьируемые, и фиксированные) обозначены малыми греческими буквами, а интенсивные и относительные переменные — малыми латинскими. Время t таково, что $t = 0$ соответствует 2000 году.

На основе статистических данных по экономике России 2000–2006 гг. и балансовых соотношений модели взаимодействующих регионов подготовлены исходные данные для двухрегиональной версии модели взаимодействующих регионов России.

Статистические данные для страны в целом представлены в табл. 1 [1, 3].

Т а б л и ц а 1

Статистические данные РФ

год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
L_{Σ}	65,273	65,124	66,266	67,152	67,134	68,603	69,157	70,813
r_{Σ}	1,000	0,844	0,766	0,729	0,685	0,697	0,670	0,670
s_{Σ}	1,000	0,892	0,823	0,731	0,592	0,522	0,456	0,440
p_{Σ}	1,000	1,008	0,992	0,960	0,921	0,878	0,852	0,868
Y_{Σ}	7305,600	7676,900	8025,417	8618,443	9237,806	9830,616	10570,415	11462,846
I_{Σ}	1755,800	2084,100	2388,400	2811,200	3466,200	4055,400	4878,700	5655,840
J_{Σ}	1165,200	1281,757	1317,647	1482,352	1685,435	1869,147	2181,295	2641,548
E_{Σ}	3218,900	3354,100	3699,600	4162,000	4653,100	4950,900	5297,500	5188,857
Q_{Σ}	4677,300	5412,133	5850,223	6217,321	6550,991	6857,338	7384,669	8180,904
x_{Σ}	1,000	1,165	1,348	1,537	1,845	2,200	2,545	2,889

Источник: Федеральное агентство по статистике <http://www.gks.ru>

Мы предполагаем, что

- первый регион (метрополия) взаимодействует с внешним миром и со вторым регионом;
- второй регион (провинция) взаимодействует только с первым регионом.

Формируем данные для первого региона (табл. 2) на основе следующих допущений.

1. Численность занятых в экономике первого региона составляет половину от занятых в стране: $L_1 = \frac{L_{\Sigma}}{2}$.

2. Индексы цен на экспорт, импорт и инвестиции в первом регионе r_{1i} , s_{i1} ($i = 0, 2$) и p_1 такие же, как у страны.

3. ВВП первого региона равняется половине от ВВП: $Y_1 = \frac{Y_{\Sigma}}{2}$.

4. Объем инвестиций первого региона равен половине объема инвестиций в основные фонды страны: $J_1 = \frac{J_{\Sigma}}{2}$.

5. Объем вывоза продукции из первого региона во второй равен четверти экспорта: $E_{12} = E_{10} \cdot 0,25$.

6. Объем ввоза из второго региона в первый равен половине импорта: $I_{21} = \frac{I_{01}}{2}$.

7. Дефлятор ВВП первого региона x_1 задан произвольными данными (для примера взяты значения дефлятора ВВП Кировской области).

8. Объем потребления в ценах ВВП 2000 г. Q_1 вычисляется по балансовому уравнению (3).

Данные первого региона представлены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Данные первого региона РФ

ГОД	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
L_1	32,637	32,562	33,133	33,576	33,567	34,302	34,579	35,407
r_{12}	1,000	0,844	0,766	0,729	0,685	0,697	0,670	0,670
s_{21}	1,000	0,892	0,823	0,731	0,592	0,522	0,456	0,440
p_1	1,000	1,008	0,992	0,960	0,921	0,878	0,852	0,868
Y_1	3652,800	3838,450	4012,709	4309,221	4618,903	4915,308	5285,207	5731,423
I_{01}	1755,800	2084,100	2388,400	2811,200	3466,200	4055,400	4878,700	5655,840
J_1	291,300	320,439	329,412	370,588	421,359	467,287	545,324	660,387
E_{10}	3218,900	3354,100	3699,600	4162,000	4653,100	4950,900	5297,500	5188,857
E_{12}	804,725	838,525	924,900	1040,500	1163,275	1237,725	1324,375	1297,214
I_{21}	877,900	1042,050	1194,200	1405,600	1733,100	2027,700	2439,350	2827,920
Q_1	1971,575	2763,865	3092,877	3244,238	3325,804	3369,431	3717,092	4545,115
x_1	1,000	1,160	1,420	1,620	1,850	2,080	2,280	2,410

Для формирования данных второго региона делаем дополнительные предположения:

во втором регионе общий уровень роста цен больше, чем в первом регионе и в целом по стране: $x_2 > x_\Sigma > x_1$;

индекс цен на продукцию, вывозимую из второго региона в первый r_{21} , отличается от r_{12} ;

индексы цен на ввозимую продукцию и инвестиции s_{12} и p_2 такие же, как у страны.

Данные второго региона представлены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Данные второго региона РФ

ГОД	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
L_2	32,637	32,562	33,133	33,576	33,567	34,302	34,579	35,407
r_{21}	1,000	0,920	0,890	0,760	0,620	0,550	0,470	0,470
s_{12}	1,000	0,844	0,766	0,729	0,685	0,697	0,670	0,670
p_2	1,000	1,008	0,992	0,960	0,921	0,878	0,852	0,868
Y_2	3652,800	3805,921	3435,875	3640,850	4294,510	5000,684	5604,991	6542,634
I_{12}	804,725	824,313	881,448	980,006	1086,898	1129,153	1139,462	1059,758
J_2	873,900	950,456	878,052	975,260	1177,226	1377,103	1625,822	2047,215
E_{21}	877,900	993,256	1052,918	1272,927	1546,076	1755,423	2034,280	2162,803
x_2	1,000	1,180	1,490	1,720	1,980	2,280	2,650	2,950
Q_2	2705,725	2630,439	2302,754	2451,375	2995,852	3612,239	4027,257	4458,308

Параметры $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \mu_i, \eta_i$ ($i = 1, \dots, N, \Sigma$) варьируются.

Задача идентификации модели состоит в определении эффективного капитала $K(t)$, такого, что рассчитанные по модели макропоказатели экономики России близки к соответствующим статистическим аналогам. В частности, для экономики России в целом справедливы такие оценки [1]: показатели индекса цен на инвестиции в рассматриваемый период $\xi_\Sigma = 0,811$, $\omega_\Sigma = 0,5276$; темп роста труда $\lambda_\Sigma = 0,01124$; отношение начального выпуска к начальному капиталу находится из интервала $\eta_\Sigma \in [0,05, 2]$; темп падения капитала в силу естественных причин находим из интервала $\mu_\Sigma \in [-0,2, 0,20]$; искомые параметры производственной функции находим из условий $\alpha_\Sigma \in (0, 1)$, $\beta_\Sigma > -1$, $\gamma_\Sigma \geq 1$.

Предположим отсутствие научно-технического прогресса, что в модели представлено линейной однородной производственной функцией с $\gamma_\Sigma = 1$.

При каждом заданном наборе фиксированных и варьируемых параметров можно найти реше-

ние модели. В результате найдём относительный эффективный капитал $k_\Sigma(t)$ и относительный выпуск $y_\Sigma(t)$. Валовой внутренний продукт (ВВП) в ценах 2000 г. $Y(t)$ определяется начальным значением ВВП: $\varphi_\Sigma = Y_\Sigma(0) = 7305,6$. Значение параметра η_Σ определяет начальный уровень эффективного капитала в 2000 г.: $K_\Sigma(0) = \frac{\varphi_\Sigma}{\eta_\Sigma}$. Эффективный капитал определяется формулой

$$K_\Sigma(t) = k_\Sigma(t) \text{frac} \varphi_\Sigma \eta_\Sigma.$$

Труд определяется фиксированными параметрами, определёнными подгонкой экспоненциальной функции к статистическим данным: расчётным начальным значением $L_\Sigma(0) = \psi_\Sigma = 64,84$ и оценкой темпа роста λ_Σ :

$$L_\Sigma(t) = \psi_\Sigma e^{\lambda_\Sigma t}.$$

Инвестиции в основной капитал определяются относительным выпуском $y_\Sigma(t)$ и фиксированными параметрами, включая параметры, определяющие относительный индекс цен на инвестиции

$p_{\Sigma}(t)$:

$$J_{\Sigma}(t) = \theta_{\Sigma} \varphi_{\Sigma} \frac{y_{\Sigma}(t)}{p_{\Sigma}(t)}.$$

Относительный индекс цен на экспорт определяется фиксированными параметрами — асимптотой $\kappa = 0,6684$ и темпом падения $\pi_{\Sigma} = 0,6142$:

$$r_{\Sigma}(t) = \kappa_{\Sigma} + (1 - \kappa_{\Sigma}) e^{-\pi_{\Sigma} t}$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_{\Sigma}(t)$ определяет объём экспорта:

$$E_{\Sigma}(t) = \delta_{\Sigma} \varphi_{\Sigma} y_{\Sigma}(t) / r_{\Sigma}(t).$$

Относительный индекс цен на импорт $s_{\Sigma}(t)$ определяется фиксированными параметрами — $\zeta_{\Sigma} = 0,0712$ и $\nu_{\Sigma} = 0,2602$:

$$s_{\Sigma}(t) = 1 - \zeta_{\Sigma} t^2 e^{-\nu_{\Sigma} t}$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_{\Sigma}(t)$ определяет объём импорта:

$$I_{\Sigma}(t) = \rho_{\Sigma} (1 - \delta_{\Sigma}) \varphi_{\Sigma} \frac{y_{\Sigma}(t)}{s_{\Sigma}(t)}.$$

Объём конечного потребления домашних хозяйств, правительственных и общественных организаций страны определяется соотношением

$$Q_{\Sigma}(t) = Y_{\Sigma}(t) + s_{\Sigma}(t) I_{\Sigma}(t) - p_{\Sigma}(t) J_{\Sigma}(t) - r_{\Sigma}(t) E_{\Sigma}(t).$$

Параллельные вычисления реализованы с использованием технологии MPI на языке C++.

Каждый из 5-ти параметров может изменяться задаваемое количество раз в определённом диапазоне.

Для удобства параллелизации процесса перебора параметров вместо пяти циклов будем работать с одним. При каждой итерации этого общего цикла рассчитываются индексы виртуальных циклов при помощи специальной процедуры.

В качестве критериев близости расчётного и статистического временных рядов используем коэффициент близости $U(X, Y) = 1 - E(X, Y)$, где $E(X, Y)$ — индекс Тейла.

Чем выше $U(X, Y)$ (чем ближе к единице), тем более близки ряды:

$$U(X, Y) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{t=t_0}^T (X_t - Y_t)^2}{\sum_{t=t_0}^T X_t^2 + \sum_{t=t_0}^T Y_t^2}}. \quad (4)$$

Расчёт коэффициента близости (4) производится при помощи функции `bliz` ():

```
float bliz (float *x, float *y, int n) {
float d 1 = 0. 0, d 2 = 0. 0, d 3 = 0. 0;
for (int p = 0; p < n; p++) {
d1 += pow (x [p] - y [p], 2);
```

```
d2 += pow (x [p], 2);
d3 += pow (y [p], 2);
}
return 1.0 - sqrt ( (d1 / (d2+d3)) );
}
```

При завершении расчёта каждый процесс, отличный от нулевого, посылает нулевому процессу результаты своих расчётов, своё локальное лучшее решение.

Нулевой процесс в свою очередь принимает от остальных процессов решения и выбирает из них наилучшее, отображая его на экран.

Результаты расчётов для первого региона:

лучшее значение коэффициента близости:
 $F = 0,997008025646$;
 параметры: {0,767677; -0,939394; 1,000000; -0,175758; 0,089394};
 ВРП Y: {3652,800049; 3841,393311; 4056,659912; 4303,503906; 4587,449707; 4914,886230; 5293,271973; 5731,354980};
 удельный капитал k: {1,000000; 1,183982; 1,400469; 1,655696; 1,956731; 2,311776; 2,730428; 3,223964}.

Результаты расчётов для второго региона:

лучшее значение коэффициента близости:
 $F = 0,942227363586$;
 параметры: {0,939394; -1,000000; 1,000000; -0,200000; 1,803030};
 ВРП Y: {3652,800049; 3845,475098; 4071,422363; 4344,256348; 4677,159180; 5084,835938; 5584,666016; 6197,772461};
 удельный капитал k: {1,000000; 1,687916; 2,523975; 3,569652; 4,884473; 6,534826; 8,599195; 11,172968}.

Было сделано несколько запусков программы на разном количестве процессоров [4, 5]. На рис. 1 приведены графики зависимости времени расчёта от числа процессоров при общем числе итераций 100 млн, а на рис. 2 показано ускорение вычислительного процесса в зависимости от числа процессоров.

Таким образом, очевидна идеальная параллелизация данной задачи за счёт отсутствия межпроцессорных коммуникаций.

Получен работоспособный вариант параметров модели. Расчёты производились на суперкомпьютере Вятского государственного университета ИР ИРС Enigma X000 «Татьяна».

IV. Заключение

В работе использована технология идентификации внешних параметров модели, базирующаяся на высокоскоростных параллельных вычислениях на многопроцессорных системах, параметры экономики каждого региона рассчитывались параллельно.

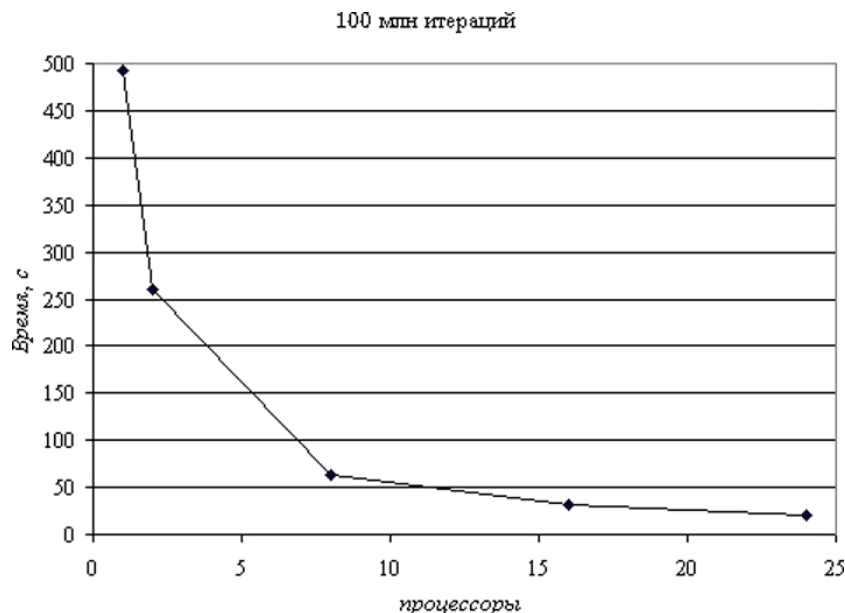


Рис. 1. Зависимость времени расчёта от числа процессоров

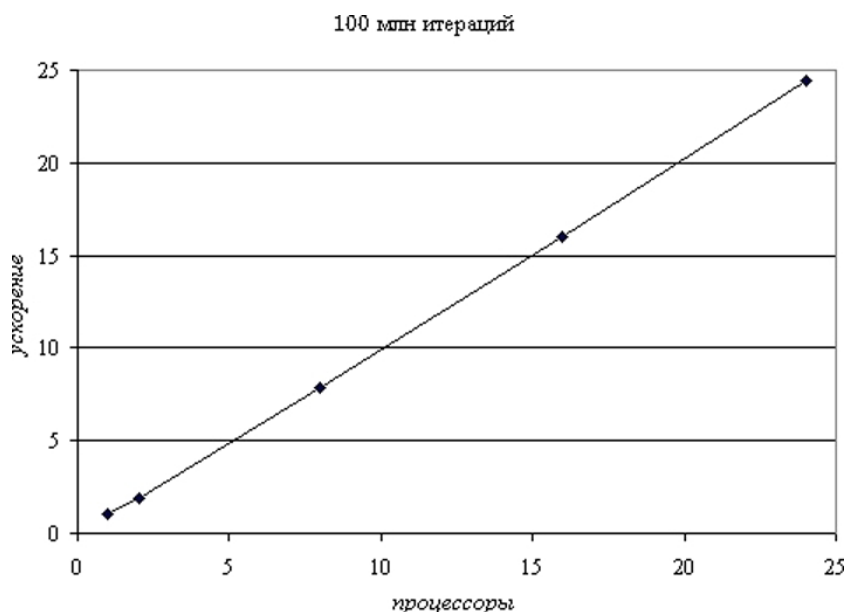


Рис. 2. Ускорение вычислительного процесса в зависимости от числа процессоров

Литература

1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. — М.: ВЦ РАН, 2007. — 120 с.

2. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Труды международной научной конференции. — Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2008. — С. 207–214.

3. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в MATLAB при моделировании экономики // II Всероссийская научная конференция с молодёжной научной школой «Математическое моделирование развивающейся экономики», посвященная

90-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева: сб. тр. — Киров: ВятГУ, 2007.

4. Оленев Н.Н., Кощеев А.В. Параллельные вычисления с моделью экономики взаимодействующих регионов // 8-я Международная конференция: «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (НРС-2008)»: труды конференции. — Казань: Изд. КГТУ. — С. 319.

5. Кощеев А.В., Оленев Н.Н. Параллельные вычисления с моделью экономики взаимодействующих регионов. II // Труды 51-й науч. конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — М., 2008. — С. 106–108.

Поступила в редакцию 25.06.2009.