

УДК 372.851:51

Н. Х. Агаханов, А. А. Воронов, П. А. Кожевников, ОК. Подлипский,  
Ю.А. Самарский, В. П. Слободянин, Д. А. Терешин  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## О работе МФТИ с учащимися и учителями профильных физико-математических учреждений общего образования и центров дополнительного образования для одаренных детей

Проблема отбора талантливой молодежи, способной к обучению в ведущих университетах страны и к исследовательской работе в современном мире высоких технологий, может решаться путем поддержки всех форм работы со способными и одаренными в области физики и математики учащимися, а также переподготовки педагогов основного и дополнительного образования, ведущих углубленную и факультативную работу со школьниками. В статье рассказывается об опыте МФТИ по работе с одаренными и мотивированными учащимися и проведению курсов повышения квалификации учителей физики и математики.

**Ключевые слова:** профильное образование, физическое и математическое образование, повышение квалификации учителей, олимпиады

УДК 519.8, 517.982.252

М. В. Балашов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Условие Липшица для наиболее удаленной точки в гильбертовом пространстве

В работе охарактеризованы выпуклые замкнутые множества в вещественном гильбертовом пространстве, для каждого из которых оператор метрического антипроектирования на множество (ставящий в соответствие точке пространства точки множества, наиболее удаленные от данной точки пространства) одноточечный и удовлетворяет условию Липшица на дополнении к некоторой окрестности данного множества. Получены точные оценки геометрических характеристик такого множества в зависимости от размера окрестности множества и константы Липшица оператора антипроектирования.

**Ключевые слова:** гильбертово пространство, сильно выпуклое множество с радиусом  $R$ , функция расстояния и антирасстояния, слабая выпуклость.

УДК 519.7 + 512.624

А. А. Бурцев<sup>1</sup>, С. Б. Гашков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

## О схемах для арифметики в конечных полях

В работе доказывается, что для любого  $\varepsilon > 0$  при любом  $m$ ,  $n = m_s$  и  $s > s_\varepsilon$  можно выбрать в поле  $GF(2^n)$  базис, для которого схемная сложность умножения меньше  $n_{1+\varepsilon/2}$ , а сложность инвертирования меньше  $n_{1+\varepsilon}$ . При  $n = 2 \cdot 3_k$  в некотором базисе получены оценки сложности умножения  $n(\log_3 n)(\log_2 \log_3 n)/2 + O(1)$ , и по порядку такие же оценки получены для инвертирования.

**Ключевые слова:** булевы схемы, сложность схем, арифметика, конечные поля.

УДК 512.6; 519.2; 530.145

О. В. Висков

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Упорядоченная форма квадратичного экспоненциала в алгебре Гейзенберга–Вейля

Предлагается новый подход к факторизации квадратичного экспоненциала в алгебре Гейзенберга–Вейля.

**Ключевые слова:** канонические коммутационные соотношения, факторизация, процесс Орнштейна–Уленбека, сжимающий оператор.

УДК 517.518.23

А.Ю. Головки  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Мультипликативные неравенства типа Гальярдо–Ниренберга для областей с нерегулярной границей

Установлены мультипликативные неравенства типа Гальярдо–Ниренберга нерегулярных для областей с нерегулярной границей  $G \in R_n$  с условием гибкого  $\sigma$ -конуса.

**Ключевые слова:** мультипликативное неравенство, обобщенные производные, область с нерегулярной границей.

УДК 519.174.7

В. Б. Гольдштейн  
Московский физико-технический институт (государственный университет)  
ООО Яндекс

## О проблеме Грюнбаума для $(0,1)$ - и $(-1,0,1)$ -многогранников в пространствах малой размерности

Рассматривается проблема Грюнбаума в малых размерностях. С помощью нетривиального алгоритма получены верхние оценки для  $(0, 1)$ - и  $(-1, 0, 1)$ -многогранников.

**Ключевые слова:** проблема Грюнбаума, покрытие шарами,  $(0, 1)$ -многогранник, алгоритм, малая размерность.

УДК 517.977.8

П. Е. Двуреченский, Г. Е. Иванов  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Алгоритм построения оптимальной стратегии в нелинейной дифференциальной игре с нефиксированным временем окончания

Разработан метод вычисления квазиоптимальных стратегий в нелинейной дифференциальной игре на нефиксированном отрезке времени с целевым множеством. В двумерном случае игровые множества достижимости вычисляются с помощью алгоритма, близкого к алгоритму построения конволюты суммы Минковского двух многоугольников. Проведены детальные оценки погрешностей алгоритма.

**Ключевые слова:** дифференциальная игра, оптимальная стратегия.

УДК 517.997

А. И. Егоров, Л. Н. Знаменская  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Об управляемости упругих колебаний системы последовательно соединенных объектов с распределенными параметрами со свободными границами

Решается задача гашения колебаний системы, состоящей из  $m$  последовательно соединенных объектов с распределенными параметрами, границы системы свободны. В одной из точек соединения объектов с распределенными параметрами к системе присоединен объект с сосредоточенными параметрами, с помощью которого и осуществляется гашение колебаний системы.

**Ключевые слова:** волновое уравнение, краевая задача, упругие колебания, управляемость, гашение колебаний.

## Гомотопические снопы расслоений

Целью данной работы является определение скручивающих коциклов для высшей скрученной  $K$ -теории. Для этого мы обобщаем подход к определению скрученной  $K$ -теории, основанный на понятии снопа расслоений (bundle gerbe). В работе определяется понятие гомотопического снопа расслоений, связанного с гомотопическим коциклом со значениями в моноиде эндоморфизмов прямого предела матричных алгебр. На множестве таких объектов над фиксированной базой  $X$  определяется отношение стабильной эквивалентности, классы которого находятся во взаимно однозначном соответствии с гомотопическими классами отображений  $X \rightarrow \text{BVU}_\otimes[11]$  в локализацию распетливания  $\text{BU}_\otimes$ .

**Ключевые слова:** скрученная  $K$ -теория, векторное расслоение, матричная алгебра, классифицирующее пространство, сноп расслоений, топологический моноид.

УДК 517.987.5

Л. С. Ефремова, А. С. Фильченков

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

## Топологическая транзитивность косых произведений в плоскости с отрицательным шварцианом семейства отображений в слоях

Выделен класс косых произведений отображений интервала с отрицательным шварцианом семейства отображений в слоях. Доказан критерий различения топологически транзитивных отображений из выделенного класса, основанный на использовании свойства равномерной аппроксимируемости фазового пространства периодическими орбитами. Построен новый пример косого произведения-эндоморфизма в замкнутом прямоугольнике, имеющего аттрактор с непустой внутренностью.

**Ключевые слова:** косое произведение, топологическая транзитивность, аттрактор.

УДК 517.982.252

Г. Е. Иванов, М. С. Лопушански

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Аппроксимативные свойства слабо выпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой

Рассматриваются опорные условия сильной и слабой выпуклости относительно несимметричной полунормы. Получены теорема о диаметре эpsilon-проекции на множество, удовлетворяющее опорному условию слабой выпуклости, теорема о существовании и единственности проекции точки из чебышевского слоя такого множества, а также теорема о том, что для пары, состоящей из множеств, удовлетворяющих опорным условиям сильной и слабой выпуклости соответственно и находящихся достаточно близко друг к другу, существует и единственна пара ближайших (в смысле несимметричной полунормы) точек.

**Ключевые слова:** сильная и слабая выпуклость, метрическая проекция.

УДК 517.982.252

Г. М. Иванов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Уклонение выпуклой оболочки ограниченных множеств

Исследуется наибольшее уклонение выпуклой оболочки множества (УВО) от самого множества при условии, что множество содержится в единичном шаре. Для конечномерного пространства получена точная оценка сверху УВО в зависимости от размерности пространства. Приведена оценка сверху УВО через константу Липшица оператора метрического проектирования на гиперплоскость. Эта константа Липшица в свою очередь оценена сверху через модули гладкости и выпуклости пространства.

**Ключевые слова:** уклонение выпуклой оболочки, модуль опорной выпуклости.

УДК 517.972

А. Йаакбариех, В.Ж. Сакбаев  
Российский университет дружбы народов  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Представление формулами Фейнмана полугрупп, порожденных параболическими дифференциально-разностными операторами

Установлено, что оператор Лапласа, возмущенный симметричной линейной комбинацией операторов сдвига аргумента, является генератором сжимающей полугруппы в гильбертовом пространстве квадратично-интегрируемых функций. Определено представление полугруппы решений задачи Коши для функционально-дифференциального уравнения посредством формулы Фейнмана.

**Ключевые слова:** Дифференциально-разностное уравнение, полугруппа, формула Фейнмана, теорема Чернова.

УДК 519.85

Д. А. Марковцев  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Условия сходимости итерационного процесса решения задач параметрического программирования методом гладких штрафных функций

Рассматривается итерационный процесс решения задач параметрического программирования с использованием метода гладких штрафных функций. Приводятся условия сходимости этого процесса.

**Ключевые слова:** параметрическое программирование, условия сходимости, метод гладких штрафных функций, итерационный процесс.

УДК 515.168.5

Л. Л. Нгуен  
Российский университет дружбы народов

## Задачи Соболева для действий конечных групп

Рассматриваются нелокальные задачи Соболева, отвечающие действиям конечных групп на гладких многообразиях. С помощью теории эллиптических трансляторов и  $G$ -трансляторов получены условия эллиптичности, установлены теорема конечности и формула индекса для рассматриваемых задач.

**Ключевые слова:** эллиптические операторы, краевые задачи для эллиптических уравнений, стратифицированные многообразия,  $G$ -трансляторы, задачи Соболева.

УДК 519.242.33

Ю.Н. Орлов, А. Д. Босов  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Кинетико-гидродинамический подход к прогнозированию нестационарных временных рядов на основе уравнения Фоккера–Планка

Выводится цепочка кинетических уравнений эволюции многомерных выборочных функций распределения нестационарного временного ряда. Строится система уравнений гидродинамики, замыкание которой на каком-либо моменте распределения приводит к модели временного ряда в виде порождающей его нелинейной динамической системы.

**Ключевые слова:** выборочная плотность функции распределения, уравнение Лиувилля, уравнение Фоккера—Планка, нестационарный временной ряд.

УДК 517.9

Е. С. Половинкин  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## О некоторых свойствах производных многозначных отображений

В работе исследованы новые классы производных от многозначных отображений, получены формулы их вычисления, установлены взаимосвязи с другими производными. Изучены свойства различных эпипроизводных и гипопроизводных и субдифференциалов от произвольных функций. Получены субдифференциальные свойства функции, представимой в виде разности двух выпуклых функций.

**Ключевые слова:** касательный конус, производная Абена многозначного отображения, производная Кларка, производная Пено, эпипроизводные функций, гипопроизводные функций, субдифференциал.

УДК 519.834, 519.865

С. А. Скиндерев  
Вычислительный центр РАН

## Блокирующие стратегии в лабораторных кооперативных играх с наведенными заявками

Кооперативная теория игр рассматривает экономические ситуации с помощью построения характеристических функций. Обычно теория дает множества справедливых в определенном смысле дележей, а также предлагает конкретные селекторы указанных множеств. В данной работе исследуется обратная задача, т.е. по заданной характеристической функции строится динамическая игра. В качестве механизма предлагается непрерывный двойной аукцион с наведенными заявками. Описываются основные свойства аукциона, и обсуждаются результаты проведенных лабораторных экспериментов.

**Ключевые слова:** теория игр, кооперативные игры, ядро, строго сбалансированные игры, наведенные заявки, блокирующие стратегии, экспериментальная экономика, лабораторные эксперименты, информированность игроков.

УДК 534-18+ 519.688

Д. Е. Сыресин<sup>1,2</sup>, Т. В. Жарников<sup>2</sup>, И. Б. Петров<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)  
<sup>2</sup>Московский научно-исследовательский центр «Шлюмберже»

## Метод расчета дисперсионных кривых, волновых полей и упругих параметров среды в скважинах с радиально-неоднородной зоной нарушения

Радиальная неоднородность упругих свойств горной породы вблизи стенки скважины, возникающая вследствие бурения, тектонических напряжений или других факторов, значительно влияет на дисперсионные свойства собственных мод. Данная работа посвящена изучению такого влияния на дисперсионную кривую изгибной моды и соответствующие этой моде радиальные профили компонент тензоров смещений и напряжений. Кроме того, предлагается метод расчета упругих свойств зоны нарушения на основании анализа дисперсионных кривых мод волновода. Возможности предложенных методов проиллюстрированы на примере расчета дисперсионных кривых изгибной дипольной моды и профиля медленности поперечной волны для модели скважины с различными радиально-неоднородными зонами нарушения.

**Ключевые слова:** расчет дисперсионных кривых, радиально-неоднородные среды, матричное уравнение Риккати, радиальное профилирование скважин.

УДК 373.6

Д. А. Терешин  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Профильное обучение стереометрии как основа подготовки учащихся старших классов к профессиональной математической деятельности

В статье раскрываются особенности школьного курса стереометрии для классов физико-математического профиля в контексте обучения математической деятельности.

**Ключевые слова:** профильное обучение, стереометрия, математическая деятельность.

УДК 517.518.23

Б. В. Трушин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Вложение весовых пространств Соболева в весовые пространства Орлича и в пространство непрерывных функций на анизотропно нерегулярных областях

В работе рассматривается построенная ранее автором классификация областей с условием гибкого  $\sigma$ -конуса по параметру анизотропности  $\lambda$ . На этих классах областей изучается вложение весовых пространств Соболева (в «предельном» случае) в весовое пространство Орлича и в пространство непрерывных функций.

**Ключевые слова:** теорема вложения, пространство Соболева, пространство Орлича, нерегулярная область.

УДК 571.9

В. Б. Трушин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Один способ получения оценок скорости сходимости для некоторых аппроксимаций с монотонными операторами

В работе доказываются оценки скорости сходимости некоторых аппроксимационных схем с монотонными операторами.

**Ключевые слова:** монотонность, вариационное неравенство, оценки скорости сходимости.