

УДК 621.391.832.4

А. Е. Поляков<sup>1,2</sup>, Л. В. Стрыгин<sup>2</sup><sup>1</sup>ООО «Авантех»<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

## Методика измерения $IP_2$ и $IP_3$ двухтонового сигнала

Статья содержит определение и методику измерений характеристик нелинейности тракта — точек пересечения интермодуляции второго и третьего порядков  $IP_2$  и  $IP_3$  для двухтонового сигнала, в том числе с неравными уровнями тонов. Также представлен ряд рекомендаций, связанных с параметрами и режимами работы оборудования, участвующего в измерении. Приведенная методика ориентирована прежде всего на использование доступной и широко распространенной измерительной техники.

Для разработчиков аналоговой техники и широкого круга исследователей, работающих с измерительной техникой в данной области.

**Ключевые слова:** интермодуляция, нелинейные искажения, двухтоновый сигнал.

### Введение

Широко распространенными, особенно в зарубежной практике, параметрами, характеризующими нелинейность тракта, являются точки пересечения интермодуляции второго и третьего порядков двухтонового сигнала [1]. Данные параметры сравнительно просто измерить, они приводят к несложным инженерным расчетам и дают наглядную оценку уровня продуктов нелинейных искажений тракта.

Несмотря на прочно занятую позицию в системе параметров иностранной элементной базы [2, 3], данные характеристики в отечественной литературе освещены, по мнению автора, недостаточно. У разработчиков часто возникают вопросы, связанные с их точным определением. Кроме того, часто возникают трудности с методикой измерения в конкретных случаях, в результате чего измеряются искажения не самого образца, а измерительной или формирующей сигнал аппаратуры. Исследователям, ставящим физический или другой эксперимент и использующим аналоговую технику, также полезно иметь представление о рассматриваемой системе параметров для учета нелинейных искажений и количественной оценки связанной с ними погрешности.

Перечисленное выше определяет содержание статьи, в которой подробно рассмотрены математическая модель, взаимосвязь различных параметров, область применения, даны рекомендации по проведению измерений, использованию элементной базы и т.д.

## 1. Нелинейные искажения тракта

### 1.1. Математическая модель

Математическая модель нелинейной передаточной характеристики в общем случае описана в специальной литературе довольно подробно. Однако в инженерных расчетах она используется крайне редко ввиду сложности вычислений. Поэтому на практике ее заменяют более простой статической моделью, представляющей собой степенной ряд.<sup>1</sup> Как правило, ограничиваются третьей степенью, поскольку продукты остальных членов существенно меньше. Следует отметить, что подобная аппроксимация возможна только для малых сигналов. О конкретной границе будет сказано ниже.

Итак, представим статическую передаточную характеристику в следующем виде (рис. 1):

$$Y(X) = G_1X + G_2X^2 + G_3X^3, \quad (1)$$

где  $X$  — сигнал на входе системы,  $Y$  — на выходе.

<sup>1</sup>Данную модель можно немного расширить, приняв коэффициенты ряда зависящими от частоты.

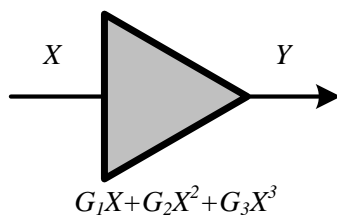


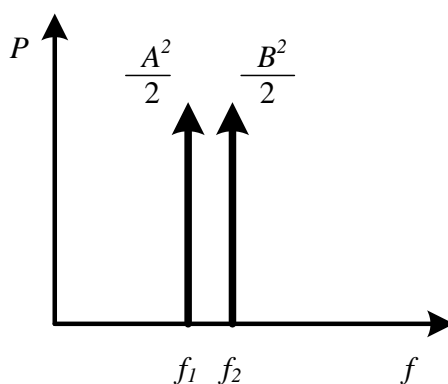
Рис. 1. Математическая модель тракта усиления

## 1.2. Интермодуляция двухтонового сигнала

Пусть  $X$  – двухтоновый сигнал с амплитудами  $A$  и  $B$ :

$$X = A \sin \alpha + B \sin \beta, \quad (2)$$

где  $\alpha = 2\pi f_1 t$ ,  $\beta = 2\pi f_2 t$ ,  $f_1$  и  $f_2$  – частоты гармонических сигналов (рис. 2).

Рис. 2. Спектр входного сигнала  $X$ 

Найдем гармонические составляющие, появляющиеся в результате возведения сигнала во вторую и третью степени:

$$\begin{aligned} (A \sin \alpha + B \sin \beta)^2 &= \frac{A^2 + B^2}{2} - \\ &- AB \cos(\alpha + \beta) + AB \cos(\alpha - \beta) - \\ &- \frac{A^2}{2} \cos 2\alpha - \frac{B^2}{2} \cos 2\beta, \end{aligned} \quad (3)$$

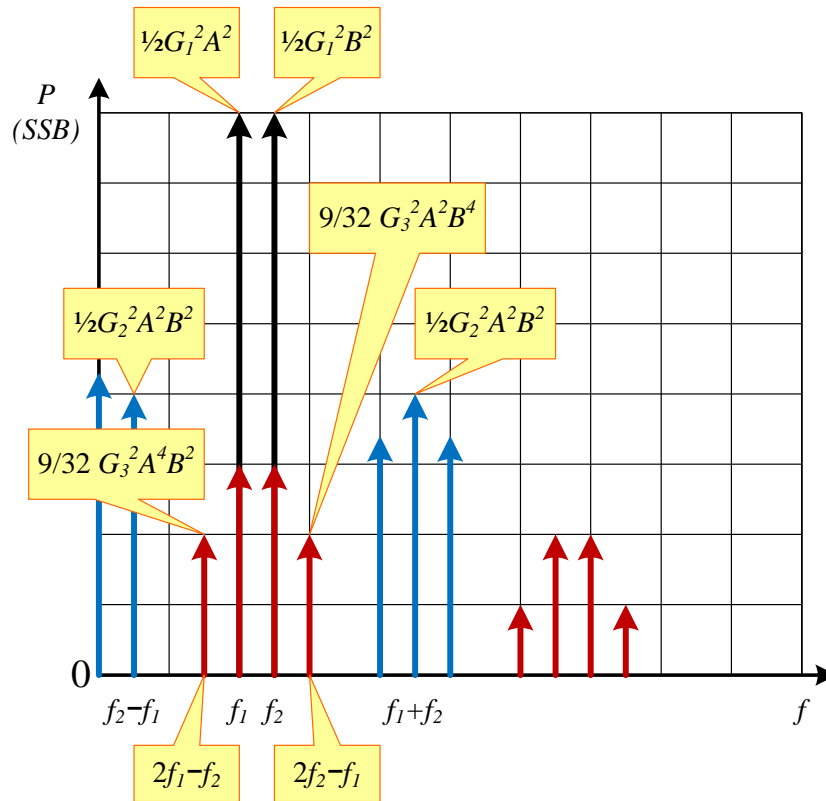
$$\begin{aligned} (A \sin \alpha + B \sin \beta)^3 &= \left(\frac{3}{4}A^3 + \frac{3}{2}B^2A\right) \sin \alpha + \left(\frac{3}{4}B^3 + \frac{3}{2}A^2B\right) \sin \beta + \\ &+ \frac{3}{4}A^2B \sin(2\alpha - \beta) + \frac{3}{4}B^2A \sin(2\beta - \alpha) - \\ &- \frac{A^3}{4} \sin 3\alpha - \frac{B^3}{4} \sin 3\beta - \\ &- \frac{3}{4}A^2B \sin(2\alpha + \beta) - \frac{3}{4}B^2A \sin(2\beta + \alpha). \end{aligned} \quad (4)$$

На рис. 3 в частотной области отображены мощности найденных составляющих.

Пусть  $P_A$  и  $P_B$  – мощности тонов входного сигнала, т.е.

$$P_A = \frac{A^2}{2}, \quad P_B = \frac{B^2}{2}. \quad (5)$$

Пользуясь результатами выражений (3, 4), характеристикой (1) и соотношениями (5), найдем мощности интересующих нас гармонических составляющих на выходе (табл. 1).

Рис. 3. Спектр выходного сигнала  $Y$ 

Т а б л и ц а 1

Уровни гармонических составляющих на выходе для двухтонального сигнала с уровнями  $P_A$  и  $P_B$

Поз.	Обозначение	Частота	Значение ( $A, B$ )	Значение ( $P_A, P_B$ )
1	$P_{f_1}$	$f_1$	$1/2 G_1^2 A^2$	$G_1^2 P_A$
2	$P_{f_2}$	$f_2$	$1/2 G_1^2 B^2$	$G_1^2 P_B$
3	$P_{f_2 \pm f_1}$	$f_2 \pm f_1$	$1/2 G_2^2 A^2 B^2$	$2 G_2^2 P_A P_B$
4	$P_{2f_1 - f_2}$	$2f_1 - f_2$	$9/32 G_3^2 A^4 B^2$	$9/4 G_3^2 P_A^2 P_B$
5	$P_{2f_2 - f_1}$	$2f_2 - f_1$	$9/32 G_3^2 A^2 B^4$	$9/4 G_3^2 P_A P_B^2$

### 1.3. Точки пересечения $IP_2$ и $IP_3$

Пусть уровни тонов входного сигнала одинаковы:

$$A = B = C, P_C = \frac{C^2}{2},$$

где  $P_C$  — мощность каждого из тонов на входе. Тогда аналогично таблице 1 выпишем уровни составляющих на выходе (табл. 2).

На рис. 4 в логарифмическом масштабе отображена зависимость уровней составляющих на выходе с частотами  $f_1$  и  $f_2$  (усиленный сигнал),  $f_2 \pm f_1$  (продукты второго порядка),  $2f_2 - f_1$  и  $2f_1 - f_2$  (третьего порядка) от мощности тона  $P_C$ . Как и следовало ожидать, наклон зависимости усиленного сигнала равен 1 : 1, продуктов нелинейности второго порядка — 2 : 1, третьего — 3 : 1. Это означает, что при каждом уменьшении мощности входного сигнала на 1 dB отношение мощности выходного сигнала и искажений второго порядка увеличивается на 1 dB, а для третьего порядка — на 2 dB. Следует учесть, что указанные зависимости справедливы лишь для малых сигналов (как правило, ниже точки децибельной компрессии на 6–10 dB).

Т а б л и ц а 2

Уровни гармонических составляющих на выходе для двухтонового сигнала с одинаковыми уровнями  $P_C$

Поз.	Обозначение	Частота	Значение ( $C$ )	Значение ( $P_C$ )
1	$P_{f_{1,2}}$	$f_1, f_2$	$1/2G_1^2C^2$	$G_1^2P_C$
2	$IM_2$	$f_2 \pm f_1$	$1/2G_2^2C^4$	$2G_2^2P_C^2$
3	$IM_3$	$2f_1 - f_2, 2f_2 - f_1$	$9/32G_3^2C^6$	$9/4G_3^2P_C^3$

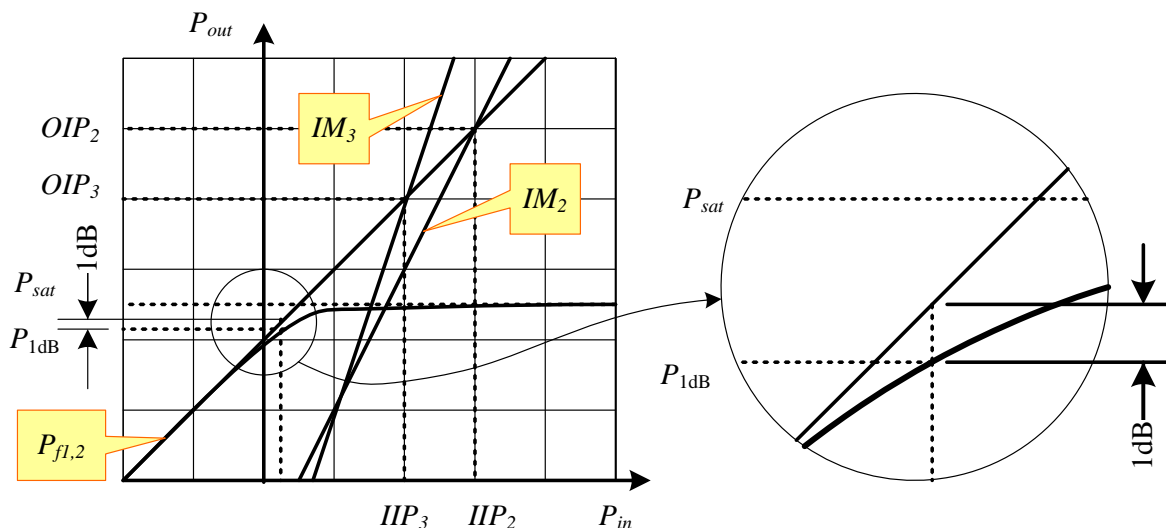


Рис. 4. Зависимость уровня продуктов нелинейных искажений от мощности тона входного двухтонового сигнала

Точкой пересечения интермодуляции второго порядка по входу  $IIP_2$  (*Input IP<sub>2</sub>*) для двухтонового сигнала с частотами  $f_1$  и  $f_2$  и одинаковыми уровнями тонов называется такая мощность тона входного сигнала, при котором аппроксимированные выходные мощности усиленного тона и продуктов нелинейности второго порядка на частоте  $f_2 - f_1$  (или  $f_2 + f_1$ ) равны.

**Точкой пересечения интермодуляции второго порядка по выходу  $OIP_2$  (*Output IP<sub>2</sub>*) для двухтонового сигнала с частотами  $f_1$  и  $f_2$  и одинаковыми уровнями тонов называется такая аппроксимированная мощность тона выходного сигнала, при которой она равна мощности продукта нелинейности второго порядка на частоте  $f_2 - f_1$  (или  $f_2 + f_1$ ).**

Из данного определения и рассмотренных выше зависимостей (табл. 2) следует очевидное соотношение:

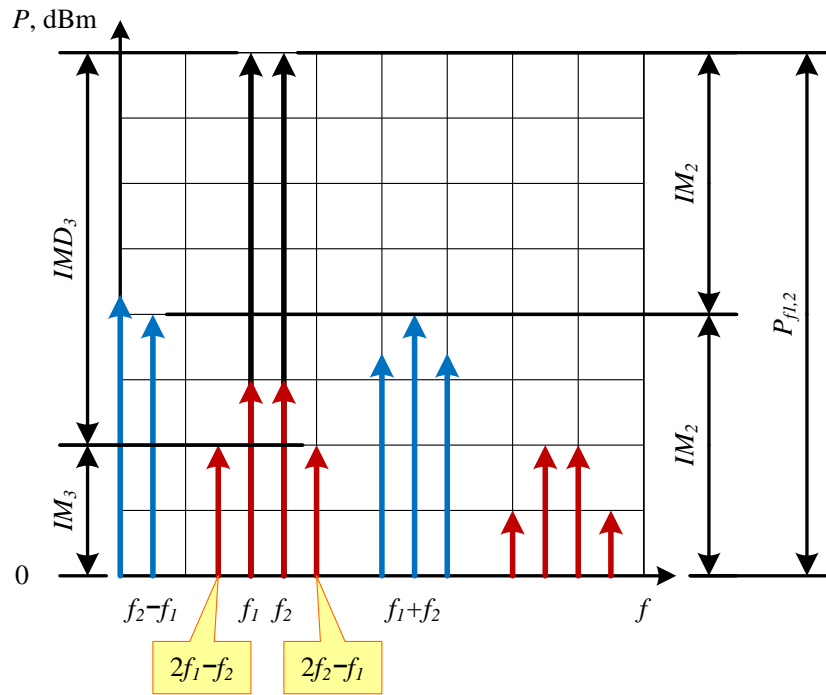
$$\begin{aligned} OIP_2 &= IMD_2 \cdot P_{f_{1,2}}, \\ IMD_2 &= \frac{P_{f_{1,2}}}{IM_2}, \quad (P_{f_{1,2}} \ll P_{1dB}), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $P_{f_{1,2}}$  — мощность тона выходного сигнала,  $IM_2$  — мощность продукта нелинейности второго порядка на частоте  $f_2 \pm f_1$  (рис. 5).

**Точкой пересечения интермодуляции второго порядка по входу  $IIP_2$  (*Input IP<sub>2</sub>*) называется мощность входного тона, соответствующая мощности  $OIP_2$  на выходе.**

Т.е.

$$OIP_2 = IIP_2 \cdot G_1^2. \quad (7)$$

Рис. 5. Значения  $IM_x$  и  $IMD_x$ 

**Точкой пересечения интермодуляции третьего порядка по выходу  $OIP_3$**  (*Output  $IP_3$* ) для двухтонового сигнала с частотами  $f_1$  и  $f_2$  и одинаковыми уровнями тонов называется такая аппроксимированная мощность тона выходного сигнала, при которой она равна мощности продукта нелинейности третьего порядка на частоте  $2f_2 - f_1$  (или  $2f_1 - f_2$ ).

Из данного определения и рассмотренных выше зависимостей (табл. 2) следует очевидное соотношение:

$$\begin{aligned} OIP_3 &= \sqrt{IMD_3} \cdot P_{f_{1,2}}, \\ IMD_3 &= \frac{P_{f_{1,2}}}{IM_3}, \quad (P_{f_{1,2}} \ll P_{1dB}), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $P_{f_{1,2}}$  — мощность тона выходного сигнала,  $IM_3$  — мощность продукта нелинейности третьего порядка на частоте  $2f_2 - f_1$  (или  $2f_1 - f_2$ ) (рис. 5).

**Точкой пересечения интермодуляции третьего порядка по входу  $IIP_3$**  (*Input  $IP_3$* ) называется мощность входного тона, соответствующая мощности  $OIP_3$  на выходе.

То есть

$$OIP_3 = IIP_3 \cdot G_1^2. \quad (9)$$

Следует отметить, что параметры  $IP_2$  и  $IP_3$  имеют размерность мощности. Для логарифмических величин, выраженных в децибелах, соотношения (6 – 9) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} IMD_2 &= OIP_2 - P_{f_{1,2}}, \text{ [dB]} \\ OIP_2 &= IIP_2 + G_1, \text{ [dB]} \\ IMD_3 &= 2(OIP_2 - P_{f_{1,2}}), \text{ [dB]} \\ OIP_3 &= IIP_3 + G_1, \text{ [dB]} \end{aligned}$$

## 1.4. Случай разных уровней тонов

Приведенные выражения, по сути, определяют методику измерений для двухтонового сигнала с одинаковыми уровнями. Однако не всегда удается получить равные уровни тонов, поэтому желательно получить формулы и для общего случая. Для этого из полученных соотношений выразим коэффициенты  $G_2$  и  $G_3$  через  $IP_2$  и  $IP_3$ , затем с помощью табл. 1 свяжем их с мощностями  $P_{f_1}$  и  $P_{f_2}$ .

Подставив в (6) выражения поз. 1, 2 таблицы 2, получим

$$OIP_2 = \frac{G_1^4}{2G_2^2}. \quad (10)$$

С помощью таблицы 1 выразим  $G_2$  через  $P_{f_1}$ ,  $P_{f_2}$  и  $P_{f_2 \pm f_1}$ , получим

$$2G_2^2 = \frac{G_1^4 P_{f_2 \pm f_1}}{P_{f_1} P_{f_2}}.$$

Подставив это выражение в (10), получим

$$OIP_2 = \frac{P_{f_1} P_{f_2}}{P_{f_2 \pm f_1}}. \quad (11)$$

Аналогично подставив в (8) выражения поз. 1, 3 таблицы 2, получим

$$OIP_3 = \frac{2G_1^3}{3G_3}. \quad (12)$$

С помощью таблицы 1 выразим  $G_3$  через  $P_{f_1}$ ,  $P_{f_2}$  и  $P_{2f_2-f_1}$  и  $P_{2f_1-f_2}$ , получим

$$\frac{3}{2}G_3 = \frac{G_1^3 \sqrt{P_{2f_2-f_1}}}{P_{f_2} \sqrt{P_{f_1}}} = \frac{G_1^3 \sqrt{P_{2f_1-f_2}}}{P_{f_1} \sqrt{P_{f_2}}}.$$

Подставив это выражение в (12), получим

$$OIP_3 = \frac{P_{f_2} \sqrt{P_{f_1}}}{\sqrt{P_{2f_2-f_1}}} = \frac{P_{f_1} \sqrt{P_{f_2}}}{\sqrt{P_{2f_1-f_2}}}. \quad (13)$$

Для логарифмических величин, выраженных в децибелах, соотношения (11), (13) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} OIP_2 &= P_{f_1} + P_{f_2} - P_{f_2 \pm f_1}, \text{ [dB]} \\ OIP_3 &= P_{f_2} + \frac{P_{f_1} - P_{2f_2-f_1}}{2}, \text{ [dB]} \\ OIP_3 &= P_{f_1} + \frac{P_{f_2} - P_{2f_1-f_2}}{2}. \text{ [dB]} \end{aligned}$$

## 2. Методика измерения

### 2.1. Схема

Для описания методики измерения и выявления часто встречающихся «подводных камней» разного рода рассмотрим две модели, отличающиеся способом формирования двухтонового сигнала.

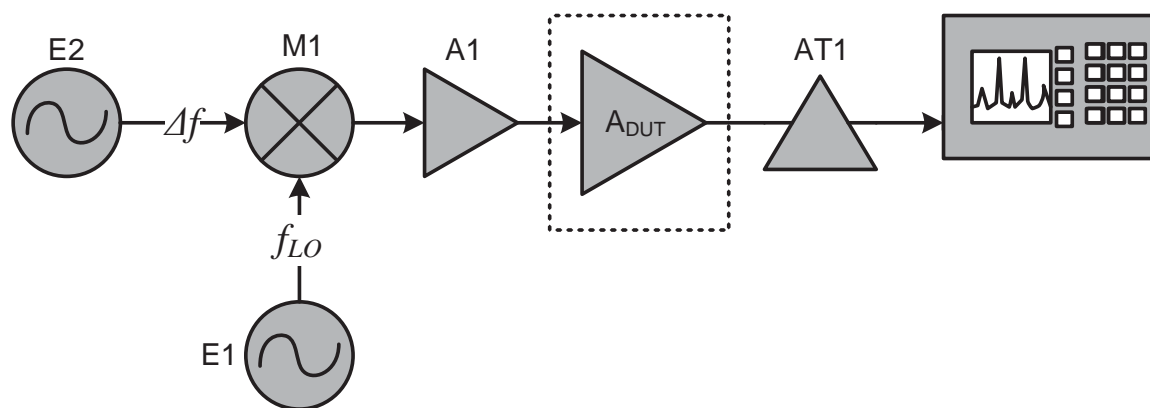


Рис. 6. Формирование двухтонового сигнала с помощью смесителя

### Вариант на основе переноса частот

Первый вариант схемы формирования сигнала основан на использовании переноса частот (рис. 6). К данной схеме можно, например, отнести генератор с внешним входом модуляции. Эта же модель соответствует и векторному генератору.

Несущая  $f_{LO}$  с генератора E1 подается на вход гетеродина смесителя M1. На вход IF смесителя подается низкая частота  $\Delta f$  с источника E2. Смеситель выполняет перенос частоты, формируя, таким образом, двухтоновый сигнал с частотами  $f_{LO} \pm \Delta f$ . Далее он подается на усилитель A1, представляющий выходной каскад прибора, и на вход измеряемого тракта  $A_{DUT}$ <sup>2</sup>. С выхода исследуемой системы сигнал подается на аттенюатор AT1 (для обеспечения линейного режима последующих входных каскадов), затем на анализатор спектра S1.

Поскольку компоненты, входящие в состав схемы, не идеальны, то следует учесть ряд их особенностей:

- собственную нелинейность выходного каскада прибора (т.е. усилителя A1);
- неподавленную несущую смесителя M1 и гармоники частоты  $f_{LO}$ ;
- гармоники частот  $\Delta f$  сигнала источника E2.

Рассмотрим перечисленные пункты более подробно и сформируем необходимые требования к параметрам входящих в состав схемы компонентов.

Поскольку выходной каскад (усилитель A1) сам вносит нелинейные искажения, то для точности измерений необходимо, чтобы  $OIP_2$  и  $OIP_3$  усилителя A1 были выше  $IIP_2$  и  $IIP_3$  измеряемого тракта  $A_{DUT}$ . Сложность, однако, заключается в том, что эти параметры как раз и требуется измерить. Поэтому следует ориентироваться на расчетные значения.

Рассмотрим смеситель. Как известно, он переносит сигнал со входа IF не только на частоту  $f_{LO}$ , но и на кратные ей частоты в силу принципиальной нелинейности входа гетеродина. Кроме того, есть неподавленная несущая. Таким образом, формируется составляющая на частоте  $2f_{LO} = f_1 + f_2$ , т.е. на частоте, соответствующей расположению продукта интермодуляции второго порядка  $IM_2$ . Ситуацию можно исправить, подключив фильтр к выходу усилителя A1.

Рассмотрим сигнал на входе смесителя M1. Гармоники данного сигнала расположены после переноса на частотах  $f_{LO} \pm 2\Delta f$ ,  $f_{LO} \pm 3\Delta f$  и т.д. Отметим, что  $f_{LO} + 3\Delta f = 2f_2 - f_1$  и  $f_{LO} - 3\Delta f = 2f_1 - f_2$ , т.е. данные составляющие расположены на частотах, соответствующих продуктам интермодуляции третьего порядка  $IM_3$ . Поэтому источник E2 должен

<sup>2</sup>Индекс DUT означает Device Under Test.

обладать высоким подавлением гармоник, а вход ИФ-смесителя — достаточной линейностью для проведения измерений.

### Вариант на основе сумматора мощности

Второй вариант схемы формирования сигнала основан на использовании двух источников с близкими частотами и сумматора мощности (Power Splitter/ Combiner) (рис.7). Эта схема требует чуть больше оборудования (два высокочастотных генератора вместо одного), но, как будет показано далее, обладает рядом преимуществ перед первым вариантом.

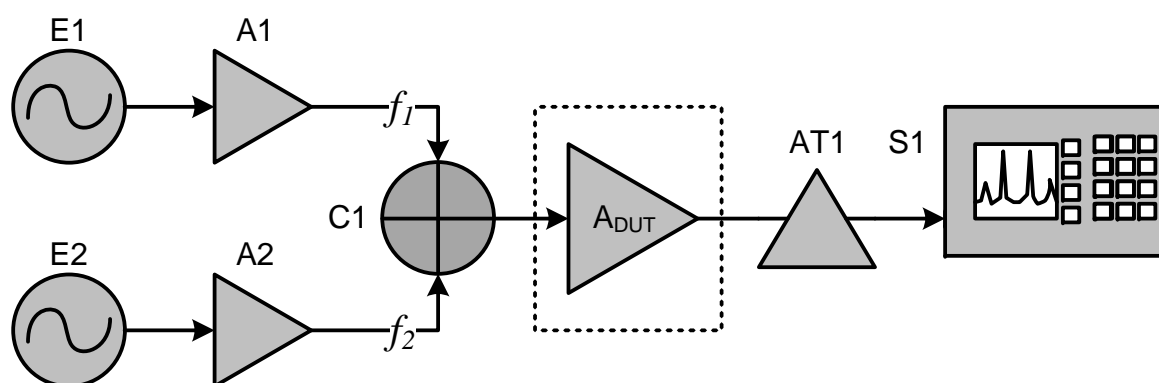


Рис. 7. Формирование двухтонового сигнала с помощью сумматора мощности

Два независимых источника  $E1$  и  $E2$  формируют сигналы с близкими частотами  $f_1$  и  $f_2$ , которые затем подаются на соответствующие усилители  $A1$  и  $A2$ , представляющие выходные каскады генераторов как отдельных приборов. Затем сигналы подаются на входы пассивного направленного<sup>3</sup> сумматора мощности, обеспечивающего развязку между его входами. С выхода сумматора сигнал подается на вход измеряемого тракта  $A_{ДУТ}$ , затем на аттенуатор  $АТ1$  и на анализатор спектра  $S1$ . Следует отметить, что между сумматором и входом исследуемого тракта отсутствуют какие-либо активные компоненты.

Рассмотрим следующие побочные эффекты компонентов данной схемы:

- гармоники на выходе источников  $E1$  и  $E2$ ;
- нелинейности усилителей  $A1$  и  $A2$ ;
- развязку входов сумматора (подавление прохождения сигнала от одного входа к другому обозначим  $S_{12}$ ).

Для начала, предположим развязку сумматора достаточно большой и рассмотрим прохождение сигналов с частотами  $f_1$  и  $f_2$  по отдельности. Поскольку источники  $E1$  и  $E2$  формируют сигналы каждый своей частоты, то явление интермодуляции на усилителях  $A1$  и  $A2$  при большой изоляции каналов сумматора практически отсутствует. По сути, эти усилители могут работать и в нелинейном режиме, что приведет лишь к увеличенным уровням составляющих на кратных частотах —  $2f_1$ ,  $2f_2$ ,  $3f_1$ ,  $3f_2$  и т.д. Отметим, что данные частоты не совпадают с частотами интересующих нас продуктов интермодуляции  $IM_2$  и  $IM_3$ . Это означает, что можно не предъявлять особых требований к генераторам, входящим в состав схемы измерений.

<sup>3</sup>Строго говоря, термина *направленный сумматор* не существует. Здесь и далее по тексту имеется в виду нерезистивный сумматор, например, на основе трансформатора или кольцевого моста. У двухвходового резистивного сумматора развязка всего лишь около 6 дБ, но, как правило, очень широкая полоса. У нерезистивных — может быть 20–30 дБ и выше (для узкой полосы).



## Сумматоры/делители мощности компании Mini-Circuits

Part No	Frequency Range	Isolation	Insertion Loss	Cost
ZFSC-2-2500+	10-2500 MHz	>16 dB	<0.6 dB	\$75
ZFSC-2-10G+	2-10 GHz	>15 dB	<1 dB	\$70

Рассмотрим влияние одного генератора на другой. Сигнал с выхода усилителя A1 проходит с первого входа сумматора на второй, т.е. на выход усилителя A2, с подавлением  $S_{12}$ . Если подавление мало (например, при использовании ненаправленного резистивного сумматора), то на выходном каскаде A2 возникает интермодуляция с неравными тонами. Оценку продуктов интермодуляции можно произвести с помощью выражений (11), (13). Наличие развязки существенно улучшает характеристики — значения  $IMD_2$  и  $IMD_3$  увеличиваются приблизительно на  $S_{12}$  (в логарифмическом масштабе) при том же уровне мощности сигнала на выходе!

В таблице 3 приведен пример сумматоров мощности компании Mini-Circuits, перекрывающих диапазон от 10 MHz до 10 GHz, внешний вид показан на рис. 8.



Рис. 8. Внешний вид сумматора/делителя мощности

## 2.2. Заключительные рекомендации

В заключение приведем несколько рекомендаций по порядку измерений.

- 1) Соберите одну из схем, показанных на рис. 6, 7. Вторым вариантом является предпочтительным. Атенюатор АТ1 пока поставьте по минимуму, чтобы входной сигнал был в диапазоне допустимых значений анализатора.
- 2) Подайте двухтоновый сигнал на вход исследуемого тракта  $A_{DUT}$  такой, чтобы мощность на его выходе была на 10 dB ниже точки  $P_{1dB}$ . Вероятнее всего, вы увидите сильно завышенные уровни продуктов  $IM_2$  и  $IM_3$ , не соответствующие расчетным. Не стоит преждевременно беспокоиться, скорее всего, это собственные нелинейности анализатора.
- 3) Добавьте аттенюацию АТ1 путем включения внутреннего аттенюатора анализатора или добавления внешнего. В случае собственной нелинейности анализатора при добавлении, скажем, 3 dB, значение  $IMD_2$  должно увеличиться на 3 dB, а значение  $IMD_3$  — на 6 dB. Увеличением аттенюации АТ1 добейтесь, чтобы  $IMD$  при увеличении АТ1 практически не менялись — это означает, что собственные искажения анализатора гораздо меньше искажений измеряемого тракта.

- 4) Измерьте значения  $IMD_2$  и  $IMD_3$ , а также мощность на выходе  $A_{ДУТ}$  (не забудьте учесть аттенюатор АТ1). Рассчитайте по приведенным выше формулам значения  $OIP_2$  и  $OIP_3$ .
- 5) Проверьте, что измеренные искажения обусловлены именно исследуемым трактом, а не схемой формирования сигнала. Для этого достаточно исключить из схемы измеряемый тракт  $A_{ДУТ}$ . Если  $IMD_2$  и  $IMD_3$  будут значительно больше ранее измеренных, то проведенные измерения выполнены верно. Если нет, то следует использовать более мощные генераторы в схеме формирования двухтонального сигнала.

## Литература

1. *Kenneth S. Kundert*. Accurate and Rapid Measurement of  $IP_2$  and  $IP_3$  // Designer's Guide Community, 22 May 2002. Also available from [www.designers-guide.com](http://www.designers-guide.com).
2. *Abidi A.A.* General relations between  $IP_2$ ,  $IP_3$ , and offsets in differential circuits and the effects of feedback // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. — May 2003. — V. 51, I. 5. — P. 1610–1612.
3. *Doug Stuetzle*. Understanding  $IP_2$  and  $IP_3$  Issues in Direct Conversion Receivers for WCDMA Wide Area Basestations // High Frequency Electronics. — June 2008. — V. 7, N. 6 and Linear Technology Magazine. — June 2008. — V. 18, N 2.

Поступила в редакцию 12.12.2010.