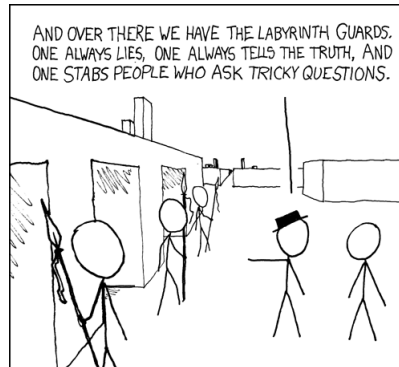


Московский физико-технический институт (ГУ)
Факультет инноваций и высоких технологий
Математическая логика и теория алгоритмов, осень 2012
Программа первого семинара, 3 сентября 2012

1. Краткий рассказ о содержании курса и отчётности по нему (см. программу).
2. **Логические парадоксы.** В каждом из случаев объясните, как возникает парадокс, т.е. как логическими утверждениями из представленных посылок можно вывести некоторое утверждение и его отрицание.
 - (a) **Парадокс лжеца:** Верно ли утверждение: «Это утверждение ложно»? Какие из двух утверждений верны: «Следующее утверждение ложно. Предыдущее утверждение истинно»?
 - (b) **Парадокс Протагора:** философ Протагор заключил с учеником Эватлом соглашение: Эватл заплатит за обучение, если выиграет свой первый судебный процесс. Однако, закончив обучение, Эватл вообще не стал участвовать в процессах. В результате Протагор сам подал на Эватла в суд по поводу неуплаты. Чем закончится суд? Заплатит ли Эватл за обучение?
 - (c) **Парадокс брадоброя:** Брадобрей бреет всех, кто не бреется сам. Должен ли брадобрей брить сам себя?
 - (d) **Парадокс Греллинга:** все прилагательные делятся на автотрофные, которые себя описывают («русский», «трёхсложный», «трудновыговариваемый») и гетеротрофные, которые не описывают («красный», «английский», «длинный»). Каким является прилагательное «гетеротрофный»?
 - (e) **Парадокс Берри:** рассмотрим фразу «Наименьшее натуральное число, которое нельзя описать фразой из не более чем четырнадцати русских слов». Какое число описывает эта фраза?
 - (f) **Парадокс интересных чисел.** Будет ли интересным наименьшее неинтересное число?
 - (g) **Парадокс Карри:** «Если это утверждение верно, то Дед Мороз существует».
3. **Задачи про рыцарей и лжецов.** На некотором острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Ответьте на следующие вопросы:
 - (a) Человек говорит: «Я лжец». Является ли он жителем острова?
 - (b) Имеются двое жителей острова: A и B . A говорит: «По крайней мере один из нас лжец». Кем являются A и B ?
 - (c) A говорит: «Или я лжец, или B рыцарь». Кем являются A и B ? Зависит ли это от понимания «или» как исключительного или неисключительного?
 - (d) Имеются три островитянина: A , B и C . A говорит: «Мы все лжецы». B говорит: «Ровно один из нас рыцарь». Кто есть кто?
 - (e) Имеются три островитянина: A , B и C . A говорит: « B и C однотипны». Некто спрашивает у C : « A и B однотипны?» Что ответит C ?

- (f) Островитянин заявляет: «Если я рыцарь, то я съем свою шляпу». Съест ли он свою шляпу?
- (g) Какой вопрос нужно задать островитянину, чтобы узнать, живёт ли у него дома ручной крокодил?
- (h) На острове есть две двери. За одной из них дикий лев, съедающий всех входящих, за второй — сундук с кладом. Перед каждой из дверей стоит стражник, причём известно, что один из них рыцарь, а другой лжец. Разрешается задать один вопрос одному из стражников. Как понять, за какой дверью клад?



4. **Самая сложная логическая задача** (Дж. Булос, 1992) Имеются три бога *A*, *B* и *C*, один из которых всегда говорит правду (бог Истины), один всегда лжёт (бог Лжи), а один отвечает полностью случайным образом (бог Случая). Боги понимают язык задающего вопрос, но отвечают на своём языке, состоящем из двух слов: «da» и «ja», одно из которых означает «да», а другое — «нет». Как за три вопроса выяснить, кто есть кто?

(Решение: <http://www.hcs.harvard.edu/~hrp/issues/1996/Boolos.pdf>)