

Исследование примаковского процесса
 $\pi^- \text{Pb} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \text{Pb}$ при массе $M_{3\pi} < 0.72$ ГэВ в
эксперименте ВЕС.

Выпускная квалификационная работа.

Антон Шумаков

Институт Физики Высоких Энергий
Лаборатория адронной спектроскопии

2017

Содержание

- Введение.
- Экспериментальная установка.
- Отбор событий.
- Формализм ПВА.
- Программное исполнение.
- Результаты ПВА данных сеанса №44.
- Результаты ПВА данных сеанса №50.
- Заключение.

Введение

В данной работе будет исследоваться процесс $\pi\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-$ с помощью рассеяния пионов на тяжёлом ядре. Для этого процесса существует теоретическое предсказание и один экспериментальный результат, полученный в COMPASS.

Целью данной работы является предварительный анализ данных на свинцовой мишени набранных на ВЕС впервые в конце 2016 года (сеанс 50). Результаты данной работы предназначены в основном для точного количественного прогнозирования дальнейшей работы ВЕС в этой области. Будет дан ответ на вопрос, сколько пучкового времени требуется в зависимости от толщины мишени, чтобы получить результат, конкурентоспособный с COMPASS, и тем самым обеспечить второе независимое измерение процесса. Также будет дан ответ на вопрос о том, можно ли надёжно отделить интересующий нас процесс от возможных паразитных фонов.

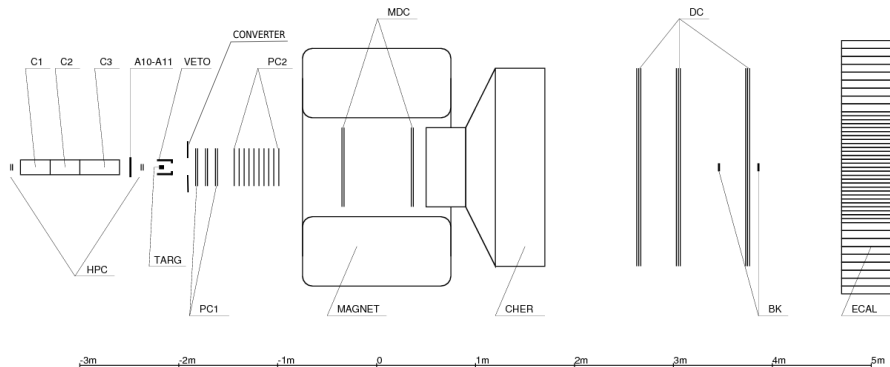
Метод эквивалентных фотонов

Сечение взаимодействия пиона с ядром связано с сечением взаимодействия пиона с фотоном известным приближением эквивалентных фотонов.

$$\frac{d\sigma_{Pb}}{dsdt'd\Phi} = \frac{Z^2\alpha}{\pi(s - m_\pi^2)} \cdot F_{\text{eff}}(t') \cdot \frac{t'}{(t' + |t|_{\min})^2} \cdot \frac{d\sigma_\gamma}{d\Phi} \quad (1)$$

Здесь $d\Phi$ - элемент 3-частичного фазового объёма конечной системы трёх пионов, Z - заряд ядра, $F_{\text{eff}}(t')$ - форм-фактор ядра, $s = (M_{3\pi})^2$, $t = (p_{\text{beam}} - p_{\pi^+\pi^-\pi^-})^2$, $t' = |t| - |t|_{\min}$, где $|t|_{\min} = (s - m_\pi^2)^2 / (4E_{\text{beam}}^2)$. Благодаря указанной t' -зависимости основной вклад от данной реакции приходится на диапазон малых передач импульса, ибо у указанного распределения пик при $t' \approx |t|_{\min}$.

Установка ВЕС



Установка ВЕС

Пучок, направляемый в установку, состоит из π^- (97.4%), K^- (2.3%), \bar{p} (0.2%), e^- (0.1%). Энергия пучка 29 ГэВ, разброс $\sigma \approx 0.2$ ГэВ.

Интенсивность пучка $\sim 1.5 \cdot 10^6$ частиц/с.

Мишень представляет собой либо круглую пластину свинца толщиной 1.1 мм (0.2 рад. длины) и диаметром 4.5 см, либо бериллиевый цилиндр толщиной 4 см (0.11 рад. длин) и диаметром 4.5 см.

Отбор событий

- Один трек, соответствующий положительно заряженной частице.
- Два трека, соответствующие отрицательно заряженным частицам.
- Не более одного гамма-кванта.
- Энергия гамма кванта, если он есть, меньше 0.5 ГэВ.
- Все треки (в том числе и пучковый) формируют одну или две вершины.
- Координаты x и y вершины, в которую входит пучок, находятся в пределах мишени.
- Координата z вершины, в которую входит пучок, находится внутри мишени или в пределах 4 см от торцов мишени.
- Треки не проходят через beam-killer'ы.
- Треки не проходят через конвертер.
- Пучковая частица идентифицирована как пион.
- Значение реконструированного импульса пучка лежит между 27 и 31 ГэВ.
- Отношение энергии кластера в калориметре, ассоциированного с треком, к импульсу этого трека превышает 0.87 не более чем для одного трека.

Фон от $e^-Pb \rightarrow e^-\gamma Pb, \gamma \rightarrow e^-e^+$

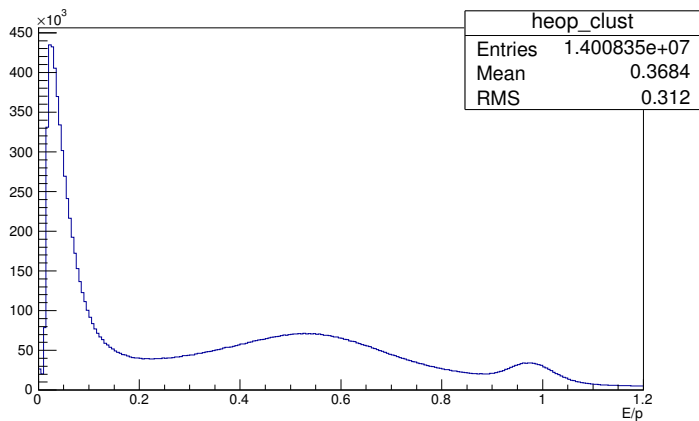
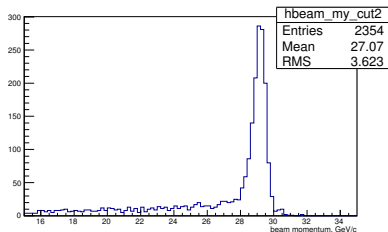
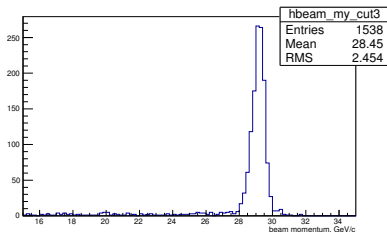


Рис.: Отношение энергии кластера к энергии трека, ассоциированного с ним.

Фон от $e^-Pb \rightarrow e^- \gamma Pb, \gamma \rightarrow e^- e^+$



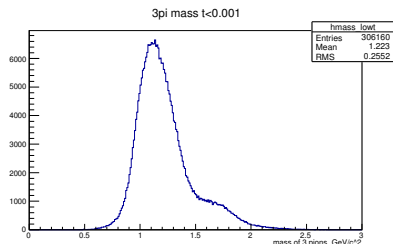
(a)



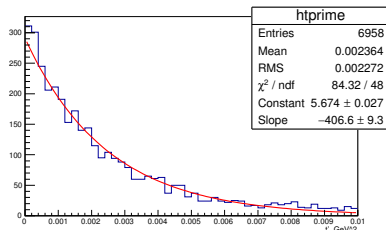
(b)

Рис.: Реконструированный импульс пучка для событий, расположенных в интересующей нас области масс $m < 0.72$ ГэВ и $t' < 0.001$ ГэВ² и прошедших все отборы. (a) без обрезания по калориметру, (b) с обрезанием по калориметру.

Отобранные события



(a)



(b)

Рис.: (a) Инвариантная масса системы трёх пионов для $t' < 0.001$ ГэВ². (b) t' для событий с инвариантной массой $m < 0.72$ ГэВ

Амплитуда

$$\mathcal{M}_a = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} \langle l0j\lambda | J\lambda \rangle c_{\Lambda} d_{\lambda 0}^j(\chi) \cdot BW^{jn}(m, M_n) \cdot (D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) + \eta P(-1)^{J+1+\Lambda} D_{-\Lambda\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi))$$

В этом выражении мы вводим индекс a описывающий в себе комбинацию индексов $J^P l \eta \Lambda$ и изобару.

Плотность распределения мы будем описывать следующим образом

$$\rho(\tau) = \sum \rho_{aa'} \mathcal{M}_a(\tau) \mathcal{M}_{a'}^*(\tau)$$

Изобары

Изобара	Форма резонансной кривой	Параметры
σ	Формула Ау-Моргана-Пеннингтона	
$\rho(770)$	Формула Брейта-Вигнера	$m_0 = 770.0$ МэВ $\Gamma_0 = 150.7$ МэВ
$f_0(980)$	Формула Флатте	$m_0 = 965.0$ МэВ $g_{\pi\pi} = 0.165$ ГэВ ² $g_{K\bar{K}}/g_{\pi\pi} = 4.21$
$f_2(1270)$	Формула Брейта-Вигнера	$m_0 = 1275.4$ МэВ $\Gamma_0 = 185.2$ МэВ
$f_0(1500)$	Формула Брейта-Вигнера	$m_0 = 1507.0$ МэВ $\Gamma_0 = 109.0$ МэВ
$\rho_3(1690)$	Формула Брейта-Вигнера	$m_0 = 1688.8$ МэВ $\Gamma_0 = 161.0$ МэВ

Функция правдоподобия

$$\ln L_{ext} = \sum_{k=1}^N \ln \left(\sum \bar{\rho}'_{ij} \mathcal{M}_i(\tau_k) \mathcal{M}_j^*(\tau_k) \right) - N \int \sum \bar{\rho}'_{ij} \mathcal{M}_i(\tau) \mathcal{M}_j^*(\tau) A(\tau) d\tau + const$$

В результате оптимизации предложенной функции независимо в каждом бине по m и t' мы получаем параметры матрицы плотности. Предсказанные интенсивности волн с учётом аксептанса, а также интенсивность интерференции между волнами можно найти по формулам

$$I_a = \bar{\rho}'_{aa} N$$

$$I_{aa'} = 2 \operatorname{Re} \left(\bar{\rho}'_{aa'} N \left| \int \mathcal{M}_a(\tau) (\mathcal{M}_{a'}(\tau))^* d\tau \right| \right)$$

Особенности программного исполнения

- Волны нормируются “на лету” посредством заранее вычисленных интегралов.
- Амплитуда явно симметризована относительно перестановки двух π^-
- Матрица плотности параметризуется как матрица с двумя блоками ранга 1 для каждой из натуральностей.
- Используется минимизатор UOBYQC. Осуществляется 10 попыток фита с произвольными начальными параметрами.

Численный эксперимент

Таблица: Набор волн для численного эксперимента

$J^P \Lambda^\eta$	I	Изобара
$0^- 0^+$	S	σ
$1^+ 0^+$	S	$\rho(770)$
$2^- 0^+$	D	σ
$2^- 1^+$	D	σ
$2^+ 1^+$	D	$\rho(770)$
$1^+ 1^-$	S	$\rho(770)$
$2^+ 1^-$	D	$\rho(770)$

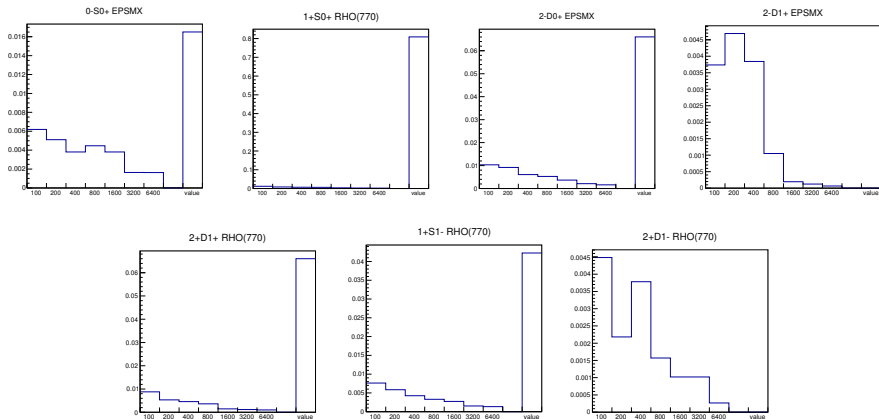


Рис.: Среднеквадратичные отклонения от исходных значений диагональных элементов матрицы плотности в зависимости от числа входных событий для численного эксперимента с идеальным акцептансом. По горизонтальной оси отложено число входных событий, а по вертикально – среднеквадратичное отклонение. В столбце “value” указывается исходное значение соответствующей величины.

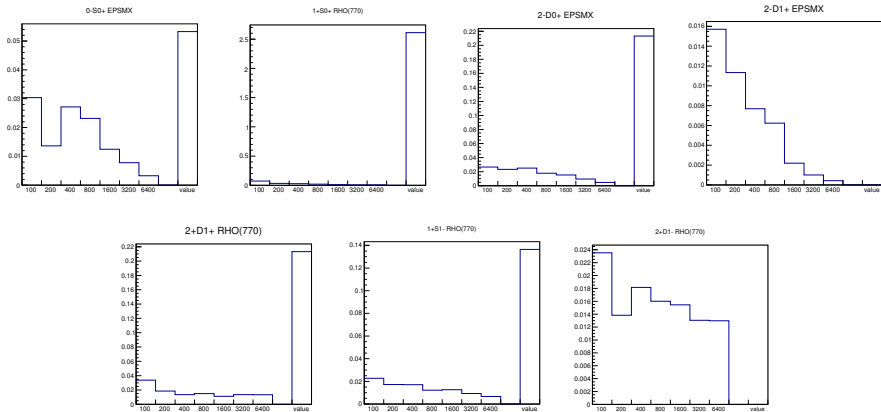
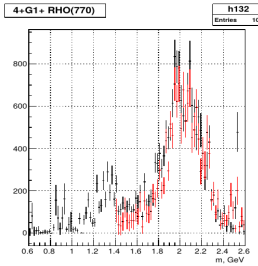
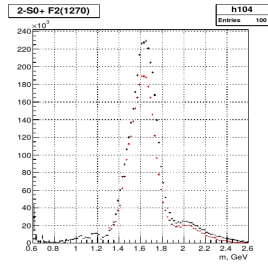
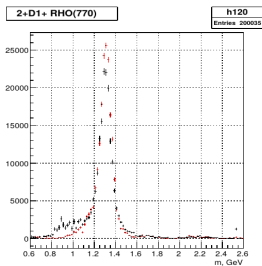
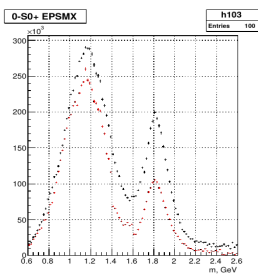
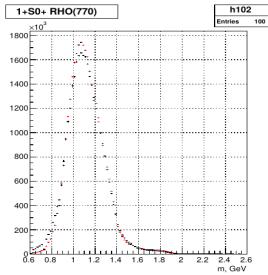
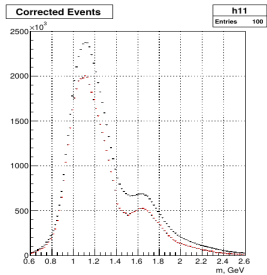
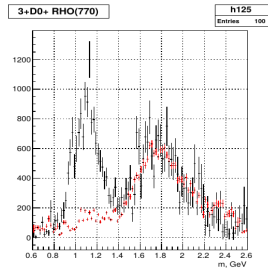
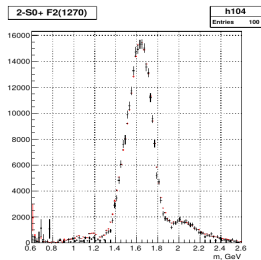
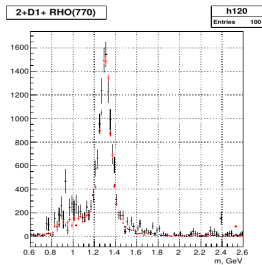
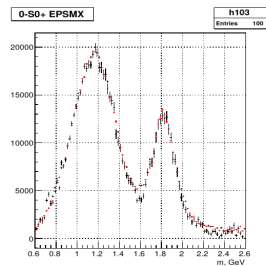
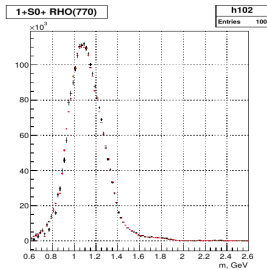
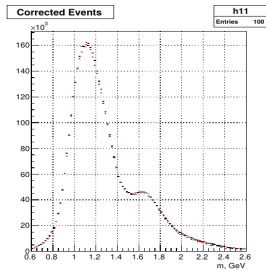


Рис.: Среднеквадратичные отклонения от исходных значений диагональных элементов матрицы плотности в зависимости от числа входных событий для численного эксперимента с использованием Geant-модели установки ВЕС. По горизонтальной оси отложено число входных событий, а по вертикально – среднеквадратичное отклонение. В столбце “value” указывается исходное значение соответствующей величины.

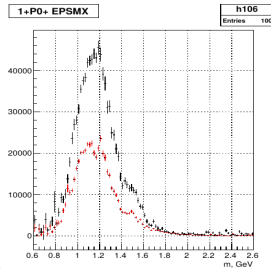
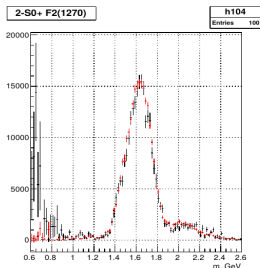
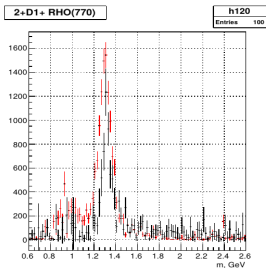
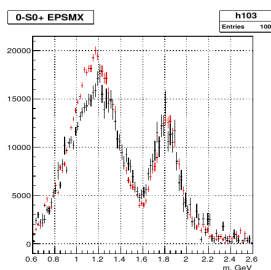
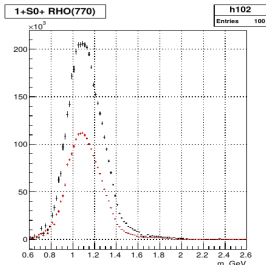
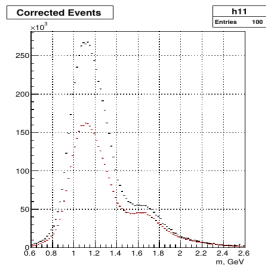
Сеанс №44



Сеанс №50. Бериллиевая мишень.



Сеанс №50. Свинцовая мишень.



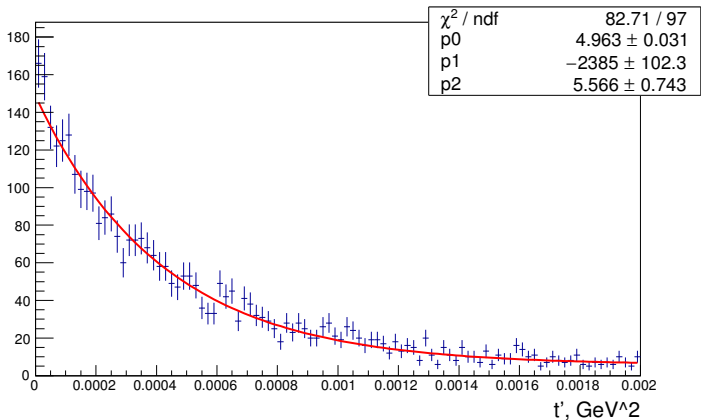


Рис.: Распределение по t' для событий с массой $m = m_K \pm 20$ МэВ, положением вершины по оси z в 10-50 см от центра мишени вверх по пучку и условием идентификации пучковой частицы как каона. Фит произведен экспонентой с константной подложкой.

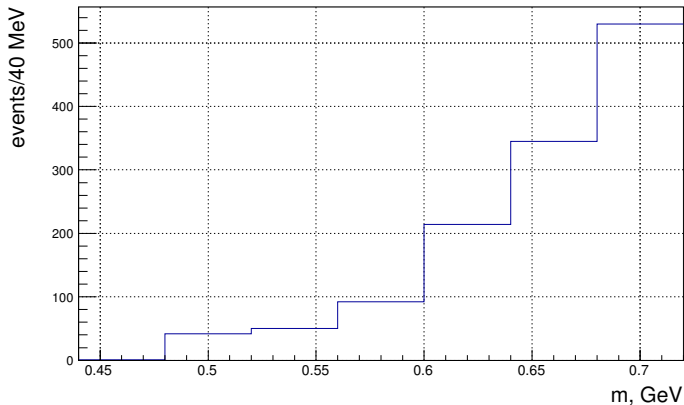
Малые t' и малые массы

Рис.: Распределение по массе событий, которые пойдут в анализ в бинах с $t' < 0.001 \text{ ГэВ}^2$

Набор волн для диапазона малых масс и малых t'

$J^P \Lambda^\eta$	I	Изобара
$0^- 0^+$	S	σ
$0^- 0^+$	P	$\rho(770)$
$1^+ 0^+$	S	$\rho(770)$
$1^+ 0^+$	S	σ
$2^- 0^+$	D	σ
$1^+ 1^+$	S	$\rho(770)$
$1^+ 1^+$	P	σ
$1^- 1^+$	P	$\rho(770)$
$2^- 1^+$	P	$\rho(770)$
$2^- 1^+$	D	σ
$2^+ 1^+$	D	ρ
$1^+ 1^-$	S	$\rho(770)$
$1^+ 1^-$	P	σ
$1^- 1^-$	P	$\rho(770)$
$2^- 1^-$	P	$\rho(770)$
$2^- 1^-$	D	σ
$2^+ 1^-$	D	ρ

Результаты

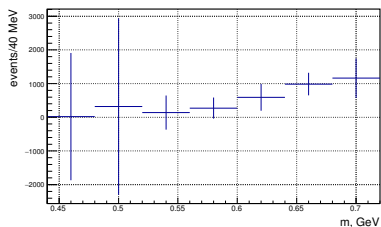
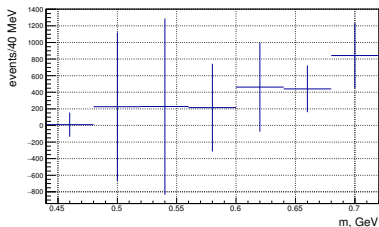
(a) $\Lambda = 0$ (b) $\Lambda = 1$

Рис.: Восстановленная интенсивность волн для $t' < 0.001$ ГэВ²

Результаты

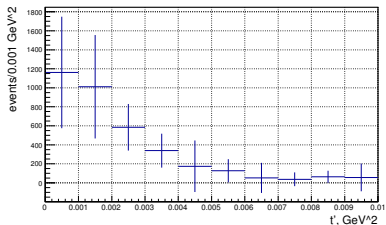
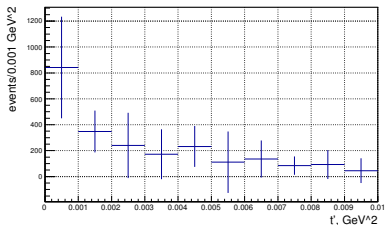
(a) $\Lambda = 0$ (b) $\Lambda = 1$

Рис.: Восстановленная интенсивность волн для $m = (0.7 \pm 0.02)$ ГэВ

Киральная амплитуда

$$\mathcal{A} = \frac{2e}{m_\pi^2} (\vec{\epsilon} \cdot \vec{q}_1 A_1 + \vec{\epsilon} \cdot \vec{q}_2 A_2)$$

, где q_1 и q_2 – трёхмерные импульсы исходящих π^- в системе Готфрида-Джексона. $\vec{\epsilon}$ – поляризация фотона. Для получения сечения из этой амплитуды перехода она возводится в квадрат и усредняется по поляризация фотона, что приводит нас к

$$\sigma \propto \left[(A_1 \vec{q}_1 + A_2 \vec{q}_2) \times \vec{k} \right]^2$$

, где \vec{k} – единичный вектор в направлении импульса фотона. Величины A_1 и A_2 берутся из [?] и выражены через мандельштамовские инварианты $s = (p_1 + k)^2$, $s_1 = (q_1 + q_3)^2$, $s_2 = (q_2 + q_3)^2$, $t_1 = (k - q_1)^2$, $t_2 = (k - q_2)^2$, где q_3 – импульс π^+ . Эти величины взяты для древесного приближения.

$$A_1 = \frac{s + m_\pi^2 - s_1 - s_2}{3m_\pi^2 - s - t_1 - t_2} + \frac{s - s_1 - s_2 + t_2}{t_1 - m_\pi^2} - 1$$

$$A_2 = \frac{s + m_\pi^2 - s_1 - s_2}{3m_\pi^2 - s - t_1 - t_2} + \frac{s - s_1 - s_2 + t_1}{t_2 - m_\pi^2} - 1$$

$$\mathcal{M} = \left| (A_1 \vec{q}_1 + A_2 \vec{q}_2) \times \vec{k} \right| \quad (2)$$

Переменные τ , описывающие событие, можно представить следующим образом:

$$\tau = (\xi, \Phi, \phi, \nu)$$

где ξ – переменные, от которых зависит квадрат амплитуды физического процесса (за исключением Φ), Φ – азимутальный угол поворота системы 3π в системе Готтфрида-Джексона, ϕ – азимутальный угол поворота события в лабораторной системе относительно пучка, ν – вершина события. В общем случае, если задана интенсивность (квадрат амплитуды) событий на входе в экспериментальную установку $I_{prod}(\xi, \Phi)$, то наблюдаемая интенсивность есть:

$$I_{observed} = I_{prod}(\xi, \Phi)A(\xi, \Phi, \phi, \nu)$$

Проинтегрируем это выражение по Φ и ϕ . Для этого заметим, что при $t' = 0$ направление суммарного импульса 3π в лабораторной системе совпадает с направлением импульса пучка, из этого непосредственно следует, что аксептанс реально зависит только от суммы углов $\phi + \Phi$, поэтому

$$A(\xi, \Phi, \phi, \nu) = f(\xi, \phi + \Phi, \nu)$$

$$\int \left(\int I_{prod}(\xi, \Phi)A(\xi, \Phi, \phi, \nu)d\phi \right) d\Phi = \int I_{prod}(\xi, \Phi) \left(\int f(\xi, \Phi + \phi, \nu)d\phi \right) d\Phi$$

Сдвигом переменной $\psi = \Phi + \phi$ внутренний интеграл приводится к виду из которого явно видно, что он не зависит от Φ , можно его обратно выразить через A :

$$\int f(\xi, \psi, \nu)d\psi = \int A(\xi, 0, \phi, \nu)d\phi$$

Так что получается, что:

$$\int I_{observed}(\tau)d\phi d\Phi = \left(\int I_{prod}(\xi, \Phi)d\Phi \right) \left(\int A(\xi, 0, \phi, \nu)d\phi \right)$$

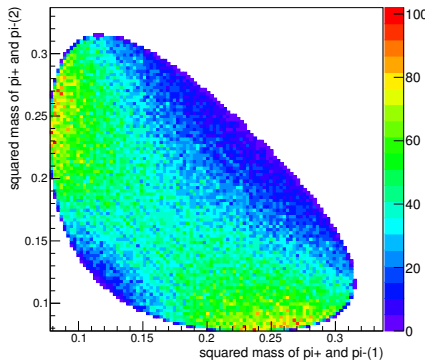
Адронная амплитуда \mathcal{M}_{had} с $\Lambda = 0$ от Φ не зависит, киральная амплитуда имеет вид $\mathcal{M}_{chpt} \cos \Phi$ и $\mathcal{M}_{chpt} \sin \Phi$ для положительной и отрицательной натуральностей, где \mathcal{M}_{chpt} не зависит от Φ , поэтому имеем (с точностью до константного множителя):

$$\int |\mathcal{M}_{had} + a\mathcal{M}_{chpt} \cos \Phi + b\mathcal{M}_{chpt} \sin \Phi|^2 d\Phi = |\mathcal{M}_{had}|^2 + \frac{a^2 + b^2}{2} |\mathcal{M}_{chpt}|^2$$

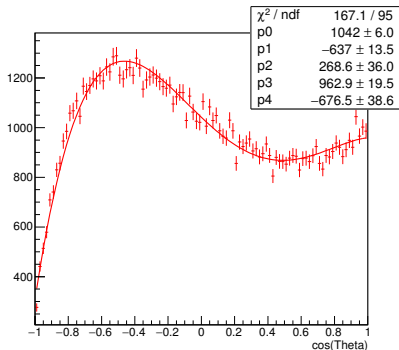
$|\mathcal{M}_{chpt}|^2$ с точностью до константного множителя есть усреднённое по поляризациям фотона дифференциальное сечение $\pi^- \gamma \rightarrow 3\pi$. Поэтому далее используется следующая параметризация для интенсивности для фита с киральной амплитудой:

$$I_{prod}(\xi) = \sum \bar{\rho}_{ij} \mathcal{M}_i(\xi) \mathcal{M}_j^*(\xi) + A_{chpt}^2 |\mathcal{M}_{chpt}(\xi)|^2 + A_{FLAT}^2$$

где ρ , A_{chpt} , A_{FLAT} параметры фита, A_{chpt} , A_{FLAT} – вещественные.



(a)



(b)

Рис.: Распределения (a) по диаграмме Далитца (b) по углу Θ для “киральной” амплитуды при трёхчастичной массе $m = 0.7$ ГэВ. Распределение по углу Θ фитировано полиномом четвёртой степени

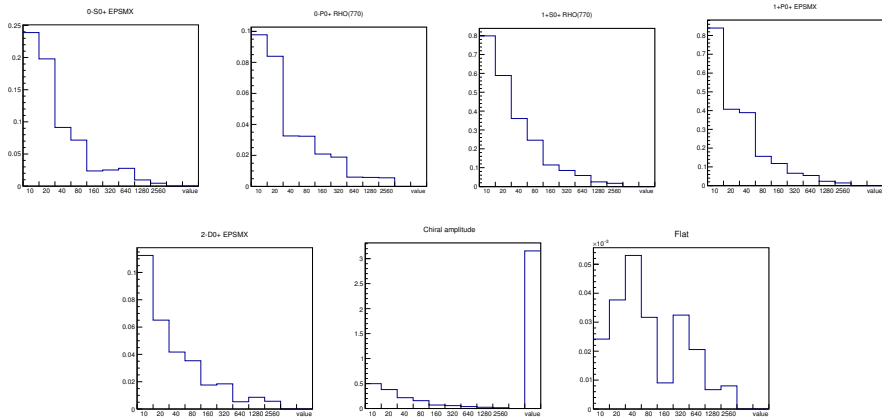
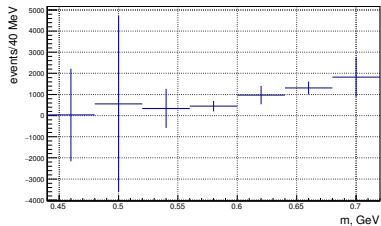
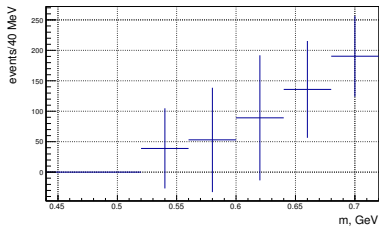
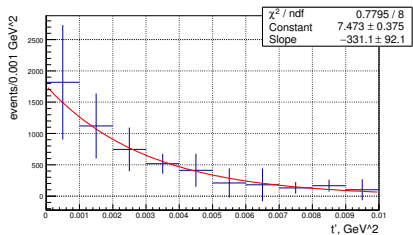
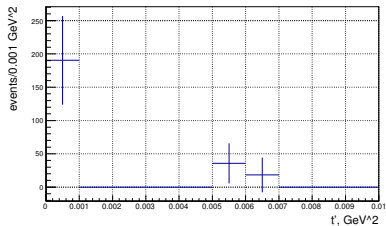


Рис.: Среднеквадратичные отклонения от исходных значений диагональных элементов матрицы плотности в зависимости от числа входных событий для численного эксперимента с использованием Geant-модели установки ВЕС. По горизонтальной оси отложено число входных событий, а по вертикально – среднеквадратичное отклонение. В столбце “value” указывается исходное значение соответствующей величины.

(a) $\Lambda = 0$ 

(b) "киральная" амплитуда

Рис.: Восстановленная интенсивность волн для $t' < 0.001$ ГэВ²

(a) $\Lambda = 0$ 

(b) "киральная" амплитуда

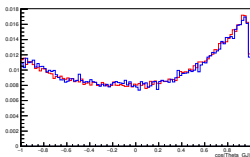
Рис.: Восстановленная интенсивность волн для $m = (0.7 \pm 0.02)$ ГэВ

Результатом анализа является факт наблюдения 190 ± 70 примаковских событий в бине $m = 0.7 \pm 0.02$ ГэВ $t' < 0.001$ ГэВ². В аналогичном бине COMPASS имеет $\approx 1500 \pm 150$ событий. Для достижения такого количества событий требуется увеличить статистику в 7.5 раз, а для достижения такой же относительной ошибки требуется увеличения статистики в 10 раз. Сейчас относительная ошибка 0.37. При увеличении статистики в 10 раз она станет $0.37/\sqrt{10} = 0.12$.

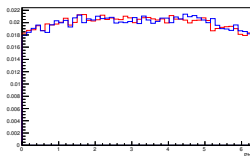
Увеличивать статистику предлагается посредством увеличения толщины мишени в 3 раза до 3.3 мм (0.6 рад. длин), чтобы сравняться в этом показателе с COMPASS. Однако энергия пучка у нас 29 ГэВ, а у COMPASS 190 ГэВ, что вызывает трехкратный проигрыш по потоку эквивалентных фотонов при массе $m = 0.7$ ГэВ. Также предлагается провести ещё сеансы со свинцовой мишенью общим временем 30 суток набора данных. Уже весной 2018 года планируется полноценный ускорительный сеанс с ожидаемым временем набора данных ~ 20 суток.

Спасибо за внимание.

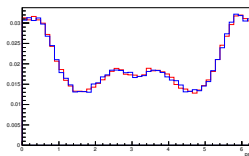
$J^P \Lambda^\eta$	I	Изобара	Порог, ГэВ	$J^P \Lambda^\eta$	I	Изобара	Порог, ГэВ
0^-0^+	S	σ	—	0^-0^+	S	$f_0(980)$	1.2
0^-0^+	S	$f_0(1500)$	1.7	0^-0^+	P	$\rho(770)$	—
1^+0^+	S	$\rho(770)$	—	1^+0^+	P	σ	—
1^+0^+	D	$\rho(770)$	—	1^+0^+	P	$f_0(980)$	1.18
1^+0^+	P	$f_2(1270)$	1.22	1^+1^+	S	$\rho(770)$	—
1^+1^+	P	σ	1.1				
1^-1^+	P	$\rho(770)$	—				
2^-0^+	S	$f_2(1270)$	—	2^-0^+	P	$\rho(770)$	—
2^-0^+	D	σ	—	2^-0^+	F	$\rho(770)$	—
2^-0^+	D	$f_0(980)$	1.16	2^-0^+	D	$f_2(1270)$	—
2^-1^+	S	$f_2(1270)$	1.1	2^-1^+	P	$\rho(770)$	—
2^-1^+	D	σ	—	2^-1^+	F	$\rho(770)$	—
2^-1^+	D	$f_2(1270)$	—				
2^+1^+	D	$\rho(770)$	—	2^+1^+	P	$f_2(1270)$	1.0
3^+0^+	S	$\rho_3(1690)$	1.38	3^+0^+	D	$\rho(770)$	—
3^+0^+	P	$f_2(1270)$	0.96				
4^+1^+	F	$f_2(1270)$	—	4^+1^+	G	$\rho(770)$	—
4^-0^+	F	$\rho(770)$	—				



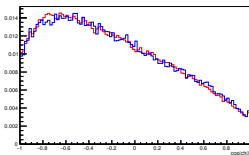
(a)



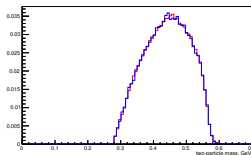
(b)



(c)

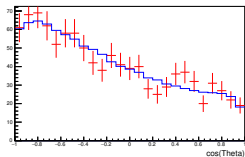


(d)

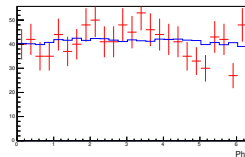


(e)

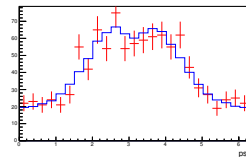
Рис.: Распределения по угловым переменным и двухчастичной массе для исходных данных (красный) и данных, сгенерированных согласно результатам минимизации (синий). Рассматриваются двухзаходные распределения для пар $\pi^+\pi^-$. (a) угол Θ , (b) угол Ψ , (c) угол ψ , (d) угол χ , (e) масса пары $\pi^+\pi^-$.



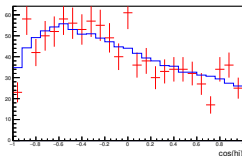
(a) Kolmo Prob = 0.991898,
Max Dist = 0.0190936



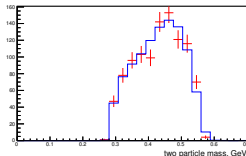
(b) Kolmo Prob = 0.887866,
Max Dist = 0.0256212



(c) Kolmo Prob = 0.997863,
Max Dist = 0.0173023



(d) Kolmo Prob = 0.939905,
Max Dist = 0.023434



(e) Kolmo Prob = 0.999999,
Max Dist = 0.0123252

Рис.: Распределения по угловым переменным и двухчастичной массе для исходных данных (красный) и данных, сгенерированных согласно результатам минимизации (синий). Рассматриваются двухзаходные распределения для пар $\pi^+\pi^-$. (a) угол Θ , (b) угол Ψ , (c) угол ψ , (d) угол χ , (e) масса пары $\pi^+\pi^-$.

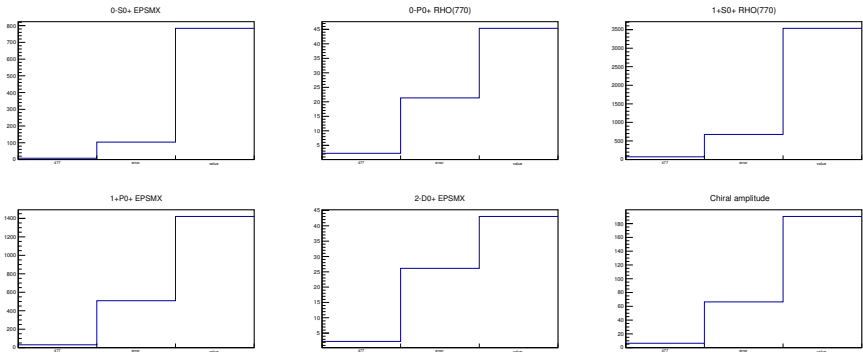


Рис.: Исследование ошибок в бине $m = 0.7 \pm 0.02$ ГэВ $t' < 0.001$ ГэВ²
 в первом столбце ошибка, посчитанная в численном эксперименте
 во втором столбце формальная ошибка фита
 в третьем столбце значение