

Список экзаменационных вопросов по дисциплине «Квантовая информация и квантовая статистика»

1. Квантовый бит на примере поляризации фотона. Случайный характер исходов измерений. Измерение параметров Стокса. Чистое состояние квантового бита. Сфера Блоха.
2. Тензорное произведение и пространство состояний составной системы. Принцип суперпозиции для поляризационных состояний двух фотонов. Чистые перепутанные состояния.
3. Является ли состояние $\frac{1}{2}(|H\rangle \otimes |H\rangle - |H\rangle \otimes |V\rangle - |V\rangle \otimes |H\rangle + |V\rangle \otimes |V\rangle)$ перепутанным, и почему?
4. Является ли состояние $\frac{1}{2}(|H\rangle \otimes |H\rangle + |H\rangle \otimes |V\rangle + |V\rangle \otimes |H\rangle - |V\rangle \otimes |V\rangle)$ перепутанным, и почему?
5. Объясните запись $(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})$. Чему равны собственные значения этого оператора?
6. Чему равны собственные значения оператора $(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \otimes (\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma})$?
7. Неравенство Белла для локальных теорий.
8. Эксперименты Аспе и нарушение неравенства Белла.
9. Разрешение парадокса Эйнштейна–Подольского–Розена о мгновенных корреляциях в результатах измерений, проводимых в лабораториях, удаленных друг от друга на сколь угодно большое расстояние.
10. Граница Цирельсона для максимального нарушения неравенства Белла в квантовой теории.
11. Разложение Шмидта для чистого состояния составной системы. Ранг Шмидта.
12. Запишите разложение Шмидта для состояния $\frac{1}{2}(|H\rangle \otimes |H\rangle + |H\rangle \otimes |V\rangle + |V\rangle \otimes |H\rangle - |V\rangle \otimes |V\rangle)$.
Чему равен ранг Шмидта?
13. Стандартный базис в пространстве n -кубитных состояний. Измерение в стандартном базисе. Общий принцип работы квантового компьютера и квантовый параллелизм.
14. Обратимость квантовых вычислений. Вызов функции в квантовых вычислениях.
15. Решение задачи Дойча на квантовом компьютере.
16. Состояния Белла. Приготовление состояний Белла.
17. Измерение в базисе состояний Белла.
18. Покажите, что наблюдаемые $\sigma_x \otimes \sigma_x$, $\sigma_y \otimes \sigma_y$, $\sigma_z \otimes \sigma_z$ одновременно измеримы. Как реализовать одновременное измерение этих наблюдаемых на квантовом компьютере?
19. Однокубитные квантовые вентили (вентили Паули, сдвига фазы, Адамара).
20. Общий вид однокубитного квантового вентиля. Связь с квантовым оператором поворота.
21. Операторы поворота на произвольный угол вокруг осей x, y, z сферы Блоха.

22. Разложение произвольного однокубитного вентиля вида $U = e^{i\alpha} R_z(\beta) R_y(\gamma) R_z(\delta)$.
23. Двухкубитные квантовые вентили (CNOT, CPHASE, SWAP).
24. Реализация операции CNOT с изменением порядка контролирующего/контролируемого кубита.
25. Реализация SWAP с помощью вентиля CNOT.
26. Общий вид операции «контролируемое U ». Реализация с помощью двух операций CNOT и однокубитных вентиляей.
27. Вентиль Тоффоли.
28. Реализация операции « n -раз контролируемое U » с помощью вентиляей Тоффоли и операции «контролируемое U ».
29. Универсальность набора из однокубитных вентиляей и вентиля CNOT.
30. Упростите выражение $U_f\left(|\psi\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$, где $U_f|x\rangle \otimes |q\rangle = |x\rangle \otimes |q \oplus f(x)\rangle$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x \neq x_0, \\ 1, & x = x_0. \end{cases}$ Поясните физический смысл этого выражения.
31. Упростите выражение $(-1)^{|\psi\rangle\langle\psi|}$ и поясните его физический смысл.
32. Квантовый алгоритм поиска Гровера.
33. Подсистема составной системы и операция частичного следа.
34. Для чистого состояния двух кубитов $|\psi^{AB}\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|01\rangle - \frac{1}{2}|10\rangle$ найдите редуцированную матрицу плотности подсистемы A .
35. Для чистого состояния двух кубитов $|\psi^{AB}\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|01\rangle - \frac{1}{2}|10\rangle$ найдите редуцированную матрицу плотности подсистемы B .
36. Оператор плотности и его свойства. Матрица плотности кубита и вектор Блоха.
37. Чистые и смешанные состояния. «Очищение» смешанного состояния.
38. Параметр чистоты состояния. Энтропия фон-Неймана. Максимально смешанное состояние.
39. Энтропия перепутанности как мера перепутанности чистых состояний. Максимально перепутанные состояния.
40. Расхождение Кульбака–Лейблера и квантовая относительная энтропия. Свойства квантовой относительной энтропии.
41. Неравенство Араки–Либя для энтропии составной системы.
42. Положительная операторозначная мера.
43. Максимальная вероятность успешного различения двух состояний с матрицами плотности ρ_1 и ρ_2 .
44. Чему равна максимальная вероятность успешного различения чистых состояний кубита $|0\rangle$ и $|1\rangle$? Чему равна максимальная вероятность успешного различения чистых состояний кубита $|0\rangle$ и $\frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)$?

45. Определение сепарабельных и перепутанных матриц плотности.
46. Связь частичного транспонирования и свойства сепарабельности.
47. Критерий Переса–Городецких для двухкубитных состояний.
48. Является ли состояние двух кубитов с матрицей плотности $\rho_{AB} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ перепутанным?
49. Открытые квантовые системы. Квантовое динамическое отображение и его свойства.
50. Разница определений положительного и вполне положительного отображений. Является ли всякое положительное отображение вполне положительным? Является ли всякое вполне положительное отображение положительным?
51. Квантовый канал. Матрица Чоя квантового канала.
52. Изоморфизм Чоя–Ямиолковского.
53. Представление Крауса для квантовых каналов. Ранг Крауса.
54. Свойства представления Крауса.
55. Дуальное отображение. Унитарность отображения, дуального к квантовому каналу.
56. Изометрия. Представление Стайнспринга для квантового канала.
57. Комплементарный квантовый канал.
58. Матричное представление кубитного канала.
59. Деполяризующий кубитный канал: матричное представление, геометрическая интерпретация на шаре Блоха, операторы Крауса.
60. Канал, комплементарный к деполяризующему кубитному каналу.
61. Дефазирующий кубитный канал: матричное представление, геометрическая интерпретация на шаре Блоха, операторы Крауса.
62. Канал, комплементарный к дефазирующему кубитному каналу.
63. Канал затухания амплитуды для кубита: матричное представление, геометрическая интерпретация на шаре Блоха, операторы Крауса.
64. Канал, комплементарный к кубитному каналу затухания амплитуды.
65. Квантовый стирающий канал.
66. Канал, комплементарный к кубитному стирающему каналу.
67. Деградируемые и антидеградируемые каналы.
68. Определение канала, разрушающий перепутанность. Критерий разрушения перепутанности в терминах матрицы Чоя.
69. При каком условии деполяризующий кубитный канал разрушает перепутанность?

70. Энтропия Шеннона как информационное содержание классического источника. Типичные слова и их количество. Сжатие классической информации.
71. Чему равно информационное содержание источника (в битах), производящего буквы A, B, C с вероятностями $1/2, 1/4, 1/4$ соответственно? Придумайте оптимальное кодирование букв из предыдущего пункта в битах, чтобы сжимать информацию.
72. Классический канал с шумом.
73. Достижимая скорость передачи данных через классический канал с шумом. Шенноновская пропускная способность классического канала с шумом.
74. Шенноновская пропускная способность классического двоичного симметричного канала.
75. Чему равна скорость передачи данных при использовании источника, производящего буквы A, B, C с вероятностями $1/2, 1/4, 1/4$ соответственно, если шум в линии связи описывается стохастической матрицей с условными вероятностями $p(X|X) = 1/2$ для любой буквы $X \in \{A, B, C\}$ и $p(B|A) = p(C|B) = p(A|C) = 1/2$?
76. Чему равна пропускная способность классического канала связи, использующего алфавит из пяти букв A, B, C , а шум в линии описывается стохастической матрицей с условными вероятностями $p(X|X) = 1/2$ для любой буквы $X \in \{A, B, C\}$ и $p(B|A) = p(C|B) = p(A|C) = 1/2$?
77. Сценарий передачи классической информации при использовании однобуквенного кодирования в квантовые состояния отдельных частиц и измерения каждой отдельной частицы.
78. Сценарий передачи классической информации при использовании кодирования в коррелированные квантовые состояния n частиц и измерения каждой отдельной частицы.
79. Сценарий передачи классической информации при использовании однобуквенного кодирования в квантовые состояния отдельных частиц и коллективного измерения над ними.
80. Сценарий передачи классической информации при использовании кодирования в коррелированные квантовые состояния n частиц и коллективного измерения над ними.
81. Чему равны пропускные способности $C_{1,1}, C_{\infty,1}, C_{1,\infty}$ и $C_{\infty,\infty}$ для кубитного квантового канала $\Phi[\rho] = \langle 0|\rho|0\rangle |0\rangle\langle 0| + \langle 1|\rho|1\rangle \frac{(|0\rangle+|1\rangle)(\langle 0|+\langle 1|)}{2}$?
82. Классическая пропускная способность квантового канала общего вида. Проблема аддитивности.
83. Классическая пропускная способность квантового кубитного стирающего канала.
84. Дополнительный выигрыш в передаче классической информации благодаря ресурсу перепутанности между источником и приемником. Схема сверхплотного кодирования.
85. Формула для классической пропускной способности с использованием перепутанного состояния.
86. Классическая пропускная способность кубитного стирающего канала при использовании ресурса перепутанности между источником и приемником.

87. Общие представления об исправлении квантовых ошибок и квантовой пропускной способности квантовых каналов.
88. Теорема о запрете клонирования: покажите, что не существует унитарного оператора U , такого что $U|\psi\rangle|0\rangle = |\psi\rangle|\psi\rangle$ для всех $|\psi\rangle$.
89. Формула для квантовой пропускной способности деградируемых квантовых каналов.
90. Формула для квантовой пропускной способности антидеградируемых квантовых каналов.
91. Квантовая пропускная способность кубитного стирающего канала.
92. Преимущество тензорных диаграмм для описания многочастичных квантовых состояний.
93. Состояния матричного произведения. Ранг MPS. Связь с энтропией перепутанности.
94. Состояния матричного произведения. Открытые и периодические граничные условия.
95. GHZ-состояние в виде состояния матричного произведения.
96. W-состояние в виде состояния матричного произведения.
97. Операторы в виде матричного произведения. Ранг MPO.
98. Представление гамильтониана Гейзенберга для одномерной спиновой цепочки в виде MPO.
99. Действие MPO на MPS.
100. Понижение ранга MPS.