

ФИО:	
e-mail:	
Курс, группа, факультет	

Продолжительность олимпиады – 4 часа.

1. (Будкер, Кимбелл, ДеМилль) Квантовый бит (атом, который в условиях данной задачи можно считать двухуровневым) находится в основном состоянии в оптической ловушке с размерами много меньше длины волны света, соответствующей энергии перехода между уровнями. Атом подсвечивают сверхкоротким (то есть время импульса – самый малый параметр) нерезонансным маломощным импульсом. Сбоку от атома (под углом 90° к направлению импульса) стоит детектор, регистрирующий фотоны от атома. Как изменится число срабатываний детектора, если атомов в ловушке окажется два, а не один?
2. (Автор неизвестен) Для изготовления квантовой проволоки некое вещество раскатали так, что оно приняло форму эллипсоида вращения, в котором продольная ось L много больше поперечной d . Найдите низколежащие уровни квантования энергии электрона, оказавшегося в такой трёхмерной потенциальной яме.
3. (М.Г. Иванов, кафедра теоретической физики МФТИ) Пусть система с энергией E локализована в ящике с характерным размером R . Покажите, что, какова бы ни была система, для энтропии можно написать оценку сверху вида

$$S \leq \text{const} \cdot ER.$$
4. (М.Г. Иванов, кафедра теоретической физики МФТИ) Квантовая частица массы m локализована на поверхности листа Мёбиуса. На краю листа волновая функция обнуляется (граничные условия Дирихле). Лист Мёбиуса считать прямоугольником $a \times b$ ($a \gg b$), у которого склеены короткие стороны.
 - a. Записать граничные условия на границах прямоугольника, соответствующие листу Мёбиуса.
 - b. Найти стационарные состояния (волновые функции и собственные значения энергии).

Не забудьте перевернуть листок!

5. (*V.Pestun, Harvard University*) Частица со спином $1/2$ находится в магнитном поле $(B_x, B_y, B_z) = (B, 0, 0)$ с гамильтонианом взаимодействия $H = \mu_B S$. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ была измерена компонента спина S_z , и было установлено, что $S_z(t = 0) = 1/2$. Пусть $T > 0$ - это минимальное время, такое что, если произвести повторное измерение спина S_z в момент времени $t = T$, то вероятность найти $S_z(t = T) = 1/2$ равна нулю.

Теперь ставится следующий эксперимент. После измерения спина в момент времени $t = 0$, производится N повторных измерений с интервалами T/N между последовательными измерениями. Найти вероятность того, что результат измерения в момент $t = T$ совпадет с результатом измерения при $t = 0$. Также найти предел этой вероятности при $N \rightarrow \infty$.

6. (*Будкер, Кимбелл, ДеМилль*) В параболической яме находятся два электрона, один – на нижнем уровне, второй – на первом возбужденном. Найдите среднеквадратичное расстояние между электронами в синглетном и триплетном спиновых состояниях. Кулоновским взаимодействием между электронами пренебречь.

7. (*М.Г. Иванов, кафедра теоретической физики МФТИ*) Проварьировать действие для частицы, взаимодействующей с вещественным скалярным полем $\phi(x)$ и получить уравнения движения частицы. Записать уравнения движения в 3-мерном и 4-мерном виде. Чему равен 4-импульс частицы?

$$S[X^i(l)] = -m \int \sqrt{\frac{dX^i}{dl} \frac{dX^j}{dt} g_{ij} (1 + \phi(X(l)))} dl.$$

Аналогичное взаимодействие ожидается между полем Хиггса и всеми фундаментальными массивными частицами.

- Метрика g_{ij} не зависит от координат (метрика Минковского).
- Метрика g_{ij} является функцией координат.
- Проверьте, что при $\phi \equiv const$ получается уравнение геодезической. Чему при этом равна масса частицы?