

Лабораторная работа

Определение вязкости воздуха по скорости истечения через капилляр

Цель работы: Измерение вязкости воздуха η по измерению объёма газа, протекающего через капилляр (иглу шприца) при *переменном* перепаде давления. Проверка зависимости расхода газа Q от радиуса капилляра r : $Q \sim r^4$ (формула Пуазейля).

В работе используются (см. рис. 1): шприц на 20 мл без поршня (т.е. только цилиндр шприца), сменные капилляры (иглы) разных диаметров d и длин l (внешние диаметры указываются на упаковке шприцев: $d_{\text{внешн}} = 0,6; 0,7; 0,8$ мм), секундомер с возможностью фиксации промежуточных значений, прозрачный цилиндрический стакан с водой, линейка, небольшой кусочек ластика.



Рис. 1

При небольших скоростях газа или жидкости течение среды является ламинарным. Движение среды при этом происходит как бы слоями, обладающими разными скоростями. С увеличением скорости потока движение приобретает сложный, запутанный характер, слои перемешиваются, течение становится турбулентным. При этом скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только её средняя величина.

Характер движения газа или жидкости зависит от соотношения между кинетической энергией движущейся среды и работой сил вязкости. Если первая величина мала по сравнению со второй, то турбулентные пульсации не развиваются (их подавляет вязкость) и течение остаётся ламинарным. Отношение плотности кинетической энергии $\sim \rho v^2$ к плотности энергетических потерь из-за работы сил вязкости $\sim \eta v/a$ определяет безразмерное число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta},$$

где v – характерная скорость течения (например, при течении в трубе средняя по расходу скорость), η – вязкость жидкости или газа, ρ – плотность среды, $a = r$ – некоторый характерный размер задачи (в нашем случае в качестве a мы взяли радиус трубы r). В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при значениях $Re \sim 1000$.

Важно также отметить, что ламинарное движение при переходе его из широкого сосуда в капилляр радиуса r устанавливается не сразу, а на некотором характерном расстоянии $l_{\text{пер}} \approx 0,2 r \cdot Re$.

При ламинарном течении газа (жидкости) объём Q ежесекундно протекающий через поперечное сечение трубы (объёмный расход), определяется *формулой Пуазейля*:

$$Q = \frac{\pi(P_1 - P_2)r^4}{8\eta l},$$

где $P_1 - P_2$ – перепад давления между торцами трубы длиной l .

Если цилиндр шприца с капилляром (иглой) погрузить в сосуд с водой, так, как показано на рисунке 2, то скорость заполнения цилиндра определяется, очевидно, пропускной способностью капилляра, оказывающего наибольшее сопротивление потоку воздуха. По мере заполнения цилиндра перепад давления на длине капилляра изменяется и в момент времени t , показанный на рисунке 2, равен, очевидно, $P_1 - P_2 = \rho_B gh$, где ρ_B – плотность воды.

Тогда, в соответствии с формулой Пуазейля, для мгновенного расхода воздуха в момент времени t можно записать:

$$Q = -\frac{S_{\text{ц}} dh}{dt} = \frac{\pi \rho_B g h r^4}{8 \eta l},$$

где $S_{\text{ц}}$ – площадь внутреннего поперечного сечения цилиндра шприца.

После интегрирования в пределах от начального значения $h_0 = h(t=0)$ уровня воды в цилиндре до значения h в момент времени t , получим закон изменения уровня воды в цилиндре с течением времени:

$$\ln \frac{h_0}{h} = \frac{\pi \rho_B g r^4}{8 \eta l S_{\text{ц}}} t$$

Перепишем эту зависимость в виде:

$$t = \frac{8 \eta l S_{\text{ц}}}{\pi \rho_B g r^4} \ln \frac{h_0}{h} = \beta \ln \frac{h_0}{h}, \quad (1)$$

где $\beta = \frac{8 \eta l S_{\text{ц}}}{\pi \rho_B g r^4}$.

Таким образом, если мы будем измерять времена t заполнения цилиндра до различных уровней h , то по угловому коэффициенту β прямо

пропорциональной зависимости $t = \beta \ln \frac{h_0}{h}$ мы сможем определить вязкость воздуха по формуле:

$$\eta = \frac{\pi \rho_B g r^4 \beta}{8 l S_{\text{ц}}} \quad (2)$$

Обратите внимание на то, что времена заполнения цилиндра между фиксированными уровнями h_0 и h обратно пропорционально четвёртой (!) степени r :

$t \sim 1/r^4$. Это означает, что если радиусы одинаковых по длине капилляров отличаются всего на $\sim 20\%$, то времена заполнения будут отличаться более чем в 2 раза. Эта зависимость также будет проверена экспериментально в нашей работе.

Рекомендации по приобретению оборудования в домашних (общезищских) условиях:

1. Шприцы, сменные капилляры (иглы)

- **Шприц**

Шприцы приобретаются в аптеке (без рецепта).

Прежде всего, необходимо приобрести основной 20-ти мл шприц и извлечь из него поршень. На упаковке указан объём шприца и параметры иглы: номер калибра (например, G 22) длина и внешний диаметр. Информация по внутренним диаметрам и длинам игл смотрите в Приложении 1 или по ссылке [6]. Длину рекомендуется измерить также самому с учётом того, что часть капилляра ($\sim 4-5$ мм) находится в области пластикового основания и не видна.

- **Набор сменных капилляров (игл)**

Кроме основного шприца, следует приобрести дополнительные шприцы – на 2,5; 3; 5; ...мл. От этих шприцов используются только иглы. Они взаимно заменяемы и все подходят для нашего основного 20-ти мл шприца. Не забудьте записать характеристики игл, прежде чем выбрасывать упаковку.

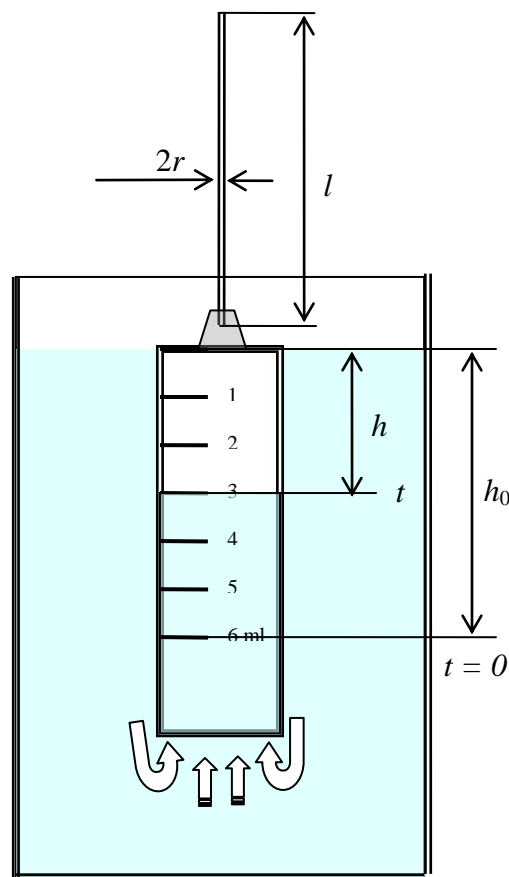


Рис. 2

2. Сосуд с водой

Сосуд (стакан) с водой должен быть достаточно глубокий и широкий, чтобы в нём мог полностью погрузиться цилиндр и уровень воды по мере его заполнения изменялся не сильно. В качестве такого сосуда вполне можно использовать обычную банку емкостью 0,7 – 0,8 л.

3. Секундомер

Секундомер с возможностью фиксации промежуточных значений надо установить на телефоне (смартфоне, айфоне, ноутбуке и т.п.)

Задание

1. Определите и запишите параметры (внутренний диаметр d и длину l) всех имеющихся в наборе сменных капилляров.
2. Измерьте расстояние между метками шкалы на цилиндре 20-ти мл шприца. Рассчитайте площадь $S_{\text{ц}}$ внутреннего поперечного сечения цилиндра.
3. Установите на цилиндр 20-ти мл шприца самый тонкий капилляр из набора ($d = 0,4$ мм). Закупорьте капилляр с помощью кусочка ластика, наколов его на конец иглы. Погрузите цилиндр в сосуд с водой так, чтобы его верхнее основание сравнялось с уровнем воды в сосуде (см. рис.2). Подготовьте секундомер к работе.
4. Снимите зависимость $t(h)$ времени заполнения цилиндра от нижней метки h_0 (20 мл) до уровня h . Для этого необходимо удалить кусочек ластика, и, включив секундомер в момент прохождения уровнем воды нижней метки h_0 , фиксировать времена прохождения водой каждой очередной метки шкалы вплоть до значения $h \sim 15 - 20$ мм (см. рис. 2).
5. Снимите зависимость $t(d)$ времени заполнения цилиндра между двумя фиксированными уровнями от диаметра капилляра d . Для этого измерьте время заполнения цилиндра от нижней метки шкалы 20 мл (h_0) до метки на уровне 10 мл (h) для каждого имеющегося в наборе капилляра.
6. Постройте график зависимости $t(\ln \frac{h_0}{h})$, полученной в п. 4. В соответствии с (1) этот график должен иметь вид прямой $t = \beta \ln \frac{h_0}{h}$. По углу наклона β наилучшей прямой, проходящей через начало координат, используя формулу (2), определите вязкость воздуха.
7. По результатам измерений в п. 5 постройте график зависимости $t(1/d^4)$. Этот график также должен иметь вид прямой $t = \alpha \cdot (1/d^4)$, проходящей через начало координат. Определите вязкость воздуха по наклону α наилучшей экспериментальной прямой.
8. Рассчитав число Рейнольдса Re , убедитесь в том, что во всех опытах течение газа можно считать ламинарным. Оцените также переходную область установления ламинарного течения в проведённых опытах.
9. **Дополнительное задание.**
Придумайте и проведите (с имеющимся оборудованием) опыт по измерению вязкости углекислого газа (CO_2). Углекислый газ легко получить, соединив обычный столовый уксус с пищевой содой.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение вязкости. Какова размерность вязкости.
2. Как выглядит профиль скорости при ламинарном течении по трубе круглого сечения? Получите формулу для зависимости скорости $v(r)$ от расстояния r до оси трубы.
3. Как связаны средняя по сечению и максимальная скорость при ламинарном течении жидкости в круглой трубе?
4. Получите формулу Пуазейля.
5. Как будет выглядеть формула Пуазейля для расхода массы при стационарном изотермическом ламинарном течении газа, если перепад давлений на длине трубы

большой, так, что газ уже нельзя считать несжимаемым?
(Ответ: $Q = \frac{\pi\mu(P_1^2 - P_2^2)r^4}{16\eta R T l}$; при $P_1 \approx P_2$ последняя формула, как несложно показать, переходит в «обычную» формулу Пуазейля).

6. Каков физический смысл числа Рейнольдса?
7. Оцените вязкость воздуха при нормальных условиях.
8. Как изменяется вязкость газа с повышением температуры. Температуру воздуха повысили от 0 до 100 °С. Как изменилась его вязкость?
9. При неизменной температуре давление воздуха уменьшили от атмосферного до 1 Торр. Как изменилась его вязкость?
10. В результате некоторого процесса вязкость идеального газа увеличилась в 2 раза, а коэффициент диффузии – в 4 раза. Как и во сколько раз изменилось давление газа?
(Ответ: $p/p_0 = 2$)
11. Что такое кинематическая вязкость?
12. Известно выражение: «подвижный, как ртуть». Качественно ясно, что «подвижность» (т. е. характерное время затухания возмущений) определяется вязкостью среды. Однако согласно справочным данным, вязкость ртути более, чем в полтора раза больше вязкости воды. Почему же ртуть более «подвижна», т. е. время затухания возмущений (например, вихря) в ртути оказывается существенно больше, чем в воде?
13. С какой силой давит медсестра на поршень шприца диаметром $D = 15$ мм, если $V = 5$ мл лекарства вводится пациенту в течение пяти секунд? Считайте, что игла шприца представляет собой трубку с внутренним диаметром $d = 2r = 0,5$ мм и длиной $\ell = 35$ мм. Коэффициент вязкости лекарства $\eta = 1$ мПа · с.

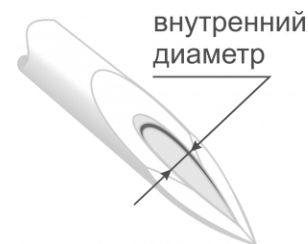
Список литературы

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. I. Механика. - М.: Наука, 1979. Гл. VII §§ 97, 98.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. - М.: Наука, 1990. § 89.
3. Ландау Л. Д., Ахиезер А. В., Лифшиц Е. М., Механика и молекулярная физика - М.: Наука, 1969. §§ 117 - 121.
4. Коротков П. Ф. Молекулярная физика и термодинамика. – М.: МФТИ, 2009. С. 74 – 83.
5. Лабораторный практикум по общей физике. Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика / под ред. А. Д. Гладуна. – М.: МФТИ. – 2007. С. 98 – 103; 140 – 148.
6. Внутренний диаметр игл шприца.
https://05ml.ru/spravochnik/Inner_diametr_of_needle/

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ИГЛЫ ШПРИЦА [6]

Таблица диаметров игл шприцев.

Содержит калибр G (gauge), длину иглы, внутренний и внешний диаметры. Внутренний диаметр - просвет иглы должен быть адаптирован к диаметру шприца. Размеры упорядочены по номеру калибра G (Gauge) системы ISO. Отклонения от параметров находятся в пределах: от 0,005 мм до 0,0076 мм.



Таблица

Калибр (Gauge)	Внешний диаметр (мм)	Внутренний диаметр просвет (мм)	Толщина стенки (мм)	Длина (мм)
G7	4.572	3.810	0.381	
G8	4.191	3.429	0.381	
G9	3.759	2.997	0.381	
G10	3.404	2.692	0.356	
G11	3.048	2.388	0.330	
G12	2.769	2.159	0.305	
G13	2.413	1.803	0.305	
G14	2.108	1.600	0.254	
G15	1.829	1.372	0.229	
G16	1.651	1.194	0.229	40
G17	1.473	1.067	0.203	
G18	1.270	0.838	0.216	50
G19	1.067	0.686	0.191	25/40/50
G20	0.9081	0.603	0.1524	25/40
G21	0.8192	0.514	0.1524	16/25/40
G22	0.7176	0.413	0.1524	25/30/40/50
G22s	0.7176	0.152	0.2826	
G23	0.6414	0.337	0.1524	25/30
G24	0.5652	0.311	0.1270	25
G25	0.5144	0.260	0.1270	16/25
ДИАМЕТР ИГЛЫ ИНСУЛИНОВЫХ ШПРИЦЕВ				
G26	0.4636	0.260	0.1016	10/13/16
G26s	0.4737	0.127	0.1734	
G27	0.4128	0.210	0.1016	13/19
G28	0.3620	0.184	0.0889	
G29	0.3366	0.184	0.0762	12
G30	0.3112	0.159	0.0762	13
G31	0.2604	0.133	0.0635	
G32	0.2350	0.108	0.0635	
G33	0.2096	0.108	0.0508	
G34	0.1842	0.0826	0.0508	