

# Домашняя лабораторная работа: Измерение температурной зависимости вязкости жидкости

Кафедра общей физики МФТИ

## Теоретическое введение

В реальных жидкостях, помимо сил нормального давления возникают ещё *касательные силы вязкости*. Касательное напряжение, вызванное силами вязкости выражается следующим образом [1]

$$\tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (1)$$

Величину  $\eta$  в формуле (1) называют коэффициентом вязкости, динамической вязкостью или просто вязкостью жидкости или газа. В наличии вязкости можно убедиться благодаря следующим рассуждениям: если идеальная жидкость течёт сквозь трубу, то для поддержания стационарного течения внешние усилия не потребуются, однако в реальности для поддержания стационарного течения в трубе необходимо прикладывать постоянную разность давлений для преодоления вязкого трения (для чего и существуют насосные станции на трубопроводах). Основная задача данной работы — измерение коэффициента  $\eta$  и его зависимости от температуры жидкости.

Объёмным расходом (или просто расходом)  $Q$  называют объём жидкости, протекающий через сечение трубы в единицу времени. Величина  $Q$  зависит от перепада давления  $\Delta P$ , а также от свойств жидкости (плотности  $\rho$  и вязкости  $\eta$ ) и от геометрических размеров (радиуса трубы  $r$  и её длины  $l$ ). Характер течения в трубе может быть ламинарным либо турбулентным. При ламинарном течении поле скоростей  $\mathbf{u}(r)$  образует набор непрерывных линий тока, а слои жидкости не перемешиваются между собой. Турбулентное течение характеризуется образованием вихрей и активным перемешиванием слоев.

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho v d_\Gamma}{\eta} \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность среды,  $v$  — характерная скорость потока,  $\eta$  — коэффициент вязкости среды,  $d_\Gamma$  — гидродинамический диаметр задачи (размер, на котором существенно меняется скорость течения).

Это число имеет смысл отношения кинетической энергии движения элемента объёма жидкости к потерям энергии из-за трения в нём. При достаточно малых  $\text{Re}$  в потоке доминируют вязкие силы трения и течение, как правило, является ламинарным. С ростом числа Рейнольдса может быть достигнуто его критическое значение  $\text{Re}_{\text{кр}}$ , при котором характер течения сменяется с ламинарного на турбулентный. Известно, что переход к турбулентному течению по трубкам круглого сечения наблюдается при  $\text{Re}_{\text{кр}} \approx 10^3$ .

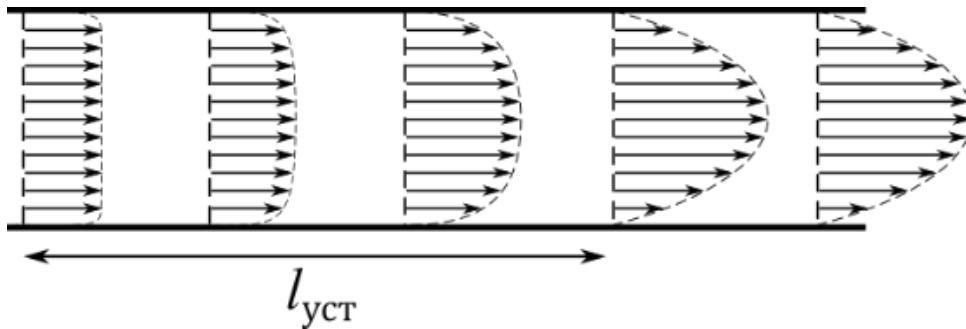
## Течение Пуазейля

Из опыта известно, что при достаточно малых числах Рейнольдса течение в прямой трубе с гладкими стенками имеет ламинарный характер. В таком случае задача о течении жидкости имеет простое аналитическое решение, которое известно как формула Пуазейля [1].

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta P \quad (3)$$

### Длина установления

Пусть на вход трубы поступает течение, распределение скоростей которого не является пуазейлевским. Ясно, что профиль течения не может установиться сразу, а реализуется лишь на некотором расстоянии  $l_{\text{уст.}}$  от начала трубы. Оценим эту длину по порядку величины.



Рассмотрим слой жидкости толщиной  $dx$  в поперечном сечении трубы. Кинетическая энергия, запасённая в нём, составляет

$$K \approx \frac{1}{2} \rho u^2 \pi r^2 dx$$

Работу, которую совершают вязкие силы трения по перемещению этого слоя на расстояние  $l$ , можно оценить как

$$A_{\text{тр.}} \approx \eta \frac{du}{dr} 2\pi r dx l$$

Для перепада скоростей воспользуемся оценкой  $\frac{du}{dr} \approx \frac{u}{r}$ . Наконец, примем, что работа сил трения, необходимая для перераспределения скоростей, по порядку величины равна кинетической энергии  $K \approx A_{\text{тр.}}$ . Тогда, отбрасывая численные коэффициенты порядка единицы и используя формулу (2), получаем грубую оценку для длины установления:

$$l_{\text{уст.}} \approx \frac{\rho u r^2}{\eta} = \text{Re} \cdot r$$

Точный численный коэффициент здесь аналитически установить затруднительно (к тому же, он зависит от вида начального распределения  $\mathbf{u}(r)$ ). Как показывает опыт, этот коэффициент можно с удовлетворительной точностью принять равным 0,2:

$$l_{\text{уст.}} = 0,2 \text{Re} \cdot r$$

Заметим, что если длина трубы мала по сравнению с  $l_{\text{уст.}}$ , то работой сил трения в ней можно пренебречь и течение в ней будет описываться не формулой Пуазейля (3), а уравнением Бернулли (при условии, что течение останется ламинарным).

## Зависимость вязкости от температуры

Экспериментальное изучение строения жидкостей показало что, в отличие от газов, жидкости обладают определенной структурой, называемой ближним порядком. Это означает, что число ближайших соседей отдельно выбранной молекулы, а также их взаимное расположение в среднем для всех молекул одинаковы [2]. Такой характер свойств жидкостей связан с особенностями теплового движения их молекул.

По теории Я. Френкеля [3], молекулы жидкости, подобно частицам твердого тела, колеблются около положения равновесия, однако эти положения не являются постоянными. По истечении некоторого времени, молекула скачком переходит в новое положение равновесия на расстояние, равное среднему расстоянию между соседними молекулами. Для того чтобы молекула жидкости «перескочила» из одного положения равновесия в другое, должны нарушиться связи с окружающими ее молекулами и образоваться связи с новыми соседями. Для разрыва межмолекулярных связей требуется энергия  $E_a$  (энергия активации), выделяемая при образовании новых связей. Такой переход молекулы из одного положения равновесия в другое является переходом через потенциальный барьер высотой  $E_a$ . Энергию для преодоления потенциального барьера молекула получает за счет энергии теплового движения соседних молекул.

Как известно из квантовой теории, среднее время нахождения молекулы в определенном состоянии  $\tau_{set}$  обратно пропорционально вероятности перехода в другое состояние за единицу времени

$$\tau_{set} \propto \frac{1}{w_{out}}$$

Вероятность перехода из связанного состояния, согласно теореме Больцмана, пропорциональна следующему выражению:

$$w_{out} \propto e^{-\frac{E_a}{kT}}$$

Тогда среднее время жизни молекулы в связанном состоянии пропорционально

$$\tau_{set} \propto e^{\frac{E_a}{kT}}$$

Чем чаще молекулы меняют свои положения равновесия, тем более текуча и менее вязка жидкость, т.е. вязкость в первом приближении прямо пропорциональна  $\tau_{set}$ . Исходя из этих предположений, получим выражения для температурной зависимости вязкости:

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{E_a}{kT}} \quad (4)$$

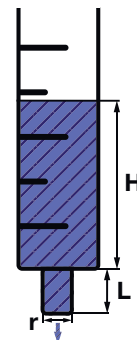
где  $\eta_0$  — константа имеющая размерность вязкости.

## Методика измерений

Вязкость жидкости можно определить пропуская жидкость через тонкую трубку. В качестве тонкой трубки можно использовать носик шприца. Шприц без поршня стоит закрепить вертикально. Вязкость можно восстановить с помощью изменения зависимости высоты жидкости от времени в вертикально расположенном шприце. Вода начнет вытекать под действием силы тяжести (см.рис).

Теоретическая зависимость может быть получена исходя из формулы Пуазейля (3):

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta P$$



Для оценки зависимости высоты запишем расход жидкости как  $Q = \frac{dV}{dt} = S \frac{dH}{dt}$  ( $S$  — площадь сечения толстой части шприца), а разность давлений же будет равна  $\Delta P = \rho g H$ . Подставляя в формулу Пуазейля получим

$$-S \frac{dH}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \rho g H$$

Разделяя переменные и интегрируя, получаем

$$\ln H = \frac{\pi r^4 \rho S}{8\eta l g} t + C$$

где  $C$  — произвольная константа. Вязкость же можно определить, построив зависимость  $\ln H$  от  $t$  и аппроксимировав прямой. Учтите, что при маленьких  $H$  изменение высоты будет отклоняться от экспоненциальной зависимости. Для измерения высоты от времени удобнее всего записать эксперимент на камеру и обработать видео в программе [Tracker](#) (название кликабельно, также на сайте есть обучающие видео в разделе [Tracker Video Tutorials](#)).

Для измерения температурной зависимости с целью уменьшения потерь на нагрев установки приготовьте воду необходимой вам температуры в термосе и нагрейте шприц. Также, при измерении воды температуры заметно отличающейся от комнатной стоит быть достаточно расторопными.

**Рекомендуемое оборудование:** шприц без поршня и иглы, вода, лед, линейка или штангенциркуль, секундомер, термометр, чайник, термос, камера мобильного телефона, компьютер.

Получение температуры  $0^\circ\text{C}$  возможно с помощью льда и холодной воды. В нормальных условиях температура  $0^\circ\text{C}$  достигается в точке плавления льда. Насыпав достаточно большое количество льда в холодную воду дождитесь установления теплового равновесия. В системе лёд-вода установится температура, равная температуре плавления льда. Хорошим маркером установления температуры  $0^\circ\text{C}$  являются не тающие долгое время кусочки льда. Получение воды, температурой  $100^\circ\text{C}$  возможно с помощью чайника. Получить воду промежуточной температуры удобно, смешивая холодную и горячую воду в термосе с опущенным туда градусником (не забудьте, что градуснику для нагрева требуется некоторое время).

## Задание

1. Измерьте диаметр и длину носика шприца с помощью линейки или штангенциркуля.
2. Оцените максимальную высоту, начиная с которой поток из носика шприца будет являться установившимся.
3. Закрепите шприц вертикально (можете использовать отвес из нити и гайки или «уровень» в смартфоне) и соберите установку. Не забудьте сделать фотографии.
4. Измерьте зависимость высоты столба жидкости от времени.
5. Постройте график зависимости  $H(t)$  в соответствующих осях и оцените погрешности измерений.
6. Определите значение вязкости, исходя из графика, и ее погрешность.
7. Проведите измерения для 10-25 разных температур воды начиная от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ .

8. Оцените погрешности измерения температуры и постройте зависимость  $\eta(T)$ .

9. Определите энергию активации  $E_a$  для воды и оцените её погрешность.

*Не забудьте о зависимости плотности воды от температуры (см. таблицу 1).*

### Дополнительное задание\*

*Дополнительное задание выполняется по указанию преподавателя.*

Подобным же методом можно измерить зависимость вязкости от концентрации раствора.

*Дополнительное оборудование: весы, крахмал, сахар.*

1. Измерьте зависимость вязкости раствора сахара в воде от концентрации сахара.
2. Измерьте зависимость вязкости раствора крахмала в воде от концентрации крахмала.
3. Постройте полученные результаты на одном графике. Выполняется ли линейная зависимость вязкости растворов от концентрации — закон Штаудингера [4]?

### Контрольные вопросы

1. Что такое коэффициент вязкости? Сформулируйте закон Ньютона для вязкого течения.
2. Что такое число Рейнольдса? Покажите, что число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к работе сил трения в единице объёма.
3. Опишите основные характеристики течения Пуазейля. Как меняется давление вдоль трубы? Как меняется скорость течения в сечении трубы? Каково отношение средней и максимальной скоростей течения?
4. Как происходит установление потока в ламинарном случае? Как происходит развитие турбулентности?
5. Какова природа вязкости жидкости? Что такое ближний порядок? Какое характерное время перескока молекулы?
6. Какие эффект приводят к отклонению зависимости высоты столба жидкости от времени от экспоненциальной?
7. Какой основной вклад в погрешность измерений?

### Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. Механика // Общий курс физики // Физматлит. — 2006. — Т. 1.
- [2] Сивухин Д. В. Термодинамика и молекулярная физика // Общий курс физики // Физматлит. — 2006. — Т. 2.
- [3] Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей // Рипол Классик. — 1975. — Т. 2.
- [4] Хюккель В. Теоретические основы органической химии // Гос. изд. ин. лит. — 1955. — Т.2

Температура, °С	Плотность, г/мл	Температура, °С	Плотность, г/мл
0	0.99987	52	0.9872
2	0.99997	54	0.9862
4	1.00000	56	0.9853
6	0.99997	58	0.9843
8	0.99988	60	0.9832
10	0.99973	62	0.9822
12	0.99953	64	0.9811
14	0.99927	66	0.9801
16	0.99897	68	0.9789
18	0.99862	70	0.9778
20	0.99823	72	0.9767
22	0.99780	74	0.9755
24	0.99733	76	0.9743
26	0.99681	78	0.9731
28	0.99626	80	0.9718
30	0.99568	82	0.9706
32	0.99506	84	0.9693
34	0.99440	86	0.9680
36	0.99372	88	0.9667
38	0.99300	90	0.9653
40	0.99225	92	0.9640
42	0.99147	94	0.9626
44	0.9907	96	0.9612
46	0.9898	98	0.9598
48	0.9890	100	0.9584
50	0.9881		

Tab. 1: Зависимость плотности воды от температуры.