



# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ: ТЕРМОДИНАМИКА

*по курсу «Модели и концепции физики»*

МОСКВА  
МФТИ  
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Кафедра общей физики

## **Лабораторный практикум: термодинамика**

*по курсу «Модели и концепции физики»*

МОСКВА  
МФТИ  
2012

УДК 530.1

С о с т а в и т е л и:

С. Д. Кузьмичев, Ю. Н. Извекова, П. В. Попов,  
Ю. Н. Филатов, А. В. Гуденко

Р е ц е н з е н т

Кандидат физико-математических наук, доцент *Г. А. Никитаева*

**Лабораторный практикум: термодинамика.** По курсу «Модели и концепции физики». — М. : МФТИ, 2012. — 48 с.

Представлены описания лабораторных работ по термодинамике для студентов, обучающихся в МФТИ по направлению «Прикладная математика и информатика» и другим компьютерным специальностям.

Для преподавателей и студентов младших курсов.

© федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2012

## Работа 2.1. Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

**Цель работы:** 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты по скорости звука с помощью уравнения состояния идеального газа.

**В работе используются:** звуковой генератор (ЗГ); электронный осциллограф (ЭО); микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

**Звуковые волны.** При распространении звука в газе атомы и молекулы колеблются вдоль направления распространения звуковой волны. Это приводит к локальным изменениям плотности  $\rho$  газа и его давления  $P$ , поэтому звуковые волны иногда называют волнами плотности или волнами давления.

В простых гармонических звуковых волнах, распространяющихся вдоль оси  $Ox$ , изменение давления  $\Delta P$  зависит от координаты  $x$  и времени  $t$  по закону

$$\Delta P(x,t) = P_0 \cos(\omega t \pm kx).$$

Два знака в аргументе косинуса соответствуют двум направлениям распространения волны. Между круговой частотой  $\omega$ , волновым числом  $k$ , длиной волны  $\lambda$  и скоростью звука  $v_{\text{зв}}$  выполняются соотношения

$$v_{\text{зв}} = \frac{\omega}{k} = \lambda f; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \omega = 2\pi f, \quad (1)$$

здесь  $f$  — частота волны.

Важной характеристикой звуковых волн является *скорость* их распространения. Она определяется инерционными и упругими свойствами среды. Скорость распространения продольных волн в безграничной однородной среде определяется выражением:

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}. \quad (2)$$

Давление  $P$  зависит не только от плотности  $\rho$ , но и от температуры  $T$ . Поэтому нужно уточнить, в каком смысле понимается производная  $dP/d\rho$ .

Колебания плотности и связанные с ними колебания температуры в звуковой волне происходят настолько быстро, а теплопроводности газов настолько малы, что для таких процессов теплообменом можно пренебречь, так что процесс распространения звука можно считать *адиабатическим*. Следовательно, производную  $dP/d\rho$  необходимо рассчитывать для адиабатического процесса.

**Первое начало термодинамики.** Из закона сохранения энергии следует, что тепло  $Q$ , полученное термодинамической системой, расходуется на изменение её внутренней энергии  $\Delta U$  и на совершение работы  $A$  над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A. \quad (3)$$

Данная формула является математической формулировкой первого начала термодинамики. Из неё следует термодинамическое определение внутренней энергии и принципиальный способ её измерения: изменение внутренней энергии равно работе, совершённой внешними силами при отсутствии подвода тепла, то есть при адиабатическом процессе. Эта энергия состоит из кинетической энергии теплового движения молекул и потенциальной энергии межмолекулярных и внутримолекулярных взаимодействий.

Для бесконечно малого процесса уравнение (3) принимает вид

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (4)$$

Поскольку внутренняя энергия является *функцией состояния* системы, для её элементарного приращения использован знак полного дифференциала  $dU$ , а для количества подведённого тепла  $\delta Q$  и для работы  $\delta A$  использован другой символ —  $\delta$  (дельта), чтобы подчеркнуть, что приращения и тепла, и работы не являются полными дифференциалами, а  $Q$  и  $A$  — не функции состояния.

Для интегрирования последних двух величин должен быть задан весь промежуточный процесс, поскольку результат будет зависеть от его вида, а не только от начального и конечного состояний. В то же время при интегрировании внутренней энергии результат зависит только от начального и конечного состояний термодинамической системы:

$$\int dU = U_2 - U_1.$$

**Работа газа.** Рассмотрим расширение газа в цилиндре, закрытом подвижным поршнем. На поршень действует сила  $F$ , равная произведению давления газа  $P$  на площадь поршня  $S$ . При смещении на малую величину  $dx$  газ совершает работу  $\delta A = F dx = PS dx = P dV$ , где  $dV = S dx$  — малое изменение объёма газа.

Чтобы давление оставалось примерно постоянным, смещение должно быть малым по сравнению с длиной цилиндра и, кроме того, медленным, чтобы около поршня не возникало местного изменения давления. Для этого скорость поршня должна быть много меньше скорости звука в газе. Такое расширение газа в цилиндре будет обратимым, то есть при возвращении поршня в начальное положение в окружающей среде не останется никаких изменений.

Таким образом, бесконечно малая работа газа при увеличении объёма системы на  $dV$  равна

$$\delta A = P dV. \quad (5)$$

Полная работа в некотором процессе:

$$A = \int P(V) dV.$$

Согласно уравнению состояния давление газа зависит не только от его объёма, но и от температуры. Для вычисления работы при интегрировании выражения должно быть известно, как изменяется температура при изменении объёма, то есть нужно знать весь процесс, при котором производится работа, а не только начальное и конечное состояния системы.

Первое начало термодинамики для газов после использования формулы (5) будет иметь вид

$$\delta Q = dU + P dV. \quad (6)$$

**Теплоёмкость.** Отношение количества тепла  $\delta Q$ , поглощённого  $\nu$  молями газа при некотором процессе, который обозначим индексом « $x$ », к повышению его температуры на  $dT$ , делённое на число молей  $\nu$ , называется молярной теплоёмкостью газа:

$$C = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_x / \nu. \quad (7)$$

Важно также отметить, что теплоёмкость существенно зависит от процесса, при котором происходит подвод тепла, так как часть

тепла может затрачиваться на совершение работы. Эта работа может оказаться столь велика, что теплоёмкость станет отрицательной, то есть температура тела будет падать, несмотря на то, что тепло подводится.

Считая внутреннюю энергию функцией температуры и объёма  $U = U(T, V)$ , подставим выражение для её дифференциала:

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

в первое начало термодинамики:

$$\begin{aligned} \delta Q = dU + \delta A &= \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + PdV = \\ &= \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[ P + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV. \end{aligned}$$

Разделив это соотношение на  $dT$ , найдём теплоёмкость  $C_x$  в процессе « $x$ »:

$$C_x = C_v + \left[ P + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_x. \quad (8)$$

Здесь производная  $(\partial V / \partial T)_x$  вычисляется с учётом процесса « $x$ », при котором происходит подвод тепла, например, при постоянном объёме ( $x = V$ ), при постоянном давлении ( $x = P$ ) или другом условии. Величина  $C_v = (\partial U / \partial T)_V$  в формуле (8) является теплоёмкостью при постоянном объёме.

Для решения конкретных задач и определения теплоёмкости по формуле (8) должно быть известно уравнение состояния конкретной термодинамической системы, то есть зависимость  $P = P(T, V)$ , а также зависимость внутренней энергии от температуры и объёма  $U = U(T, V)$ .

**Теплоёмкость идеального газа.** В модели идеального газа внутренняя энергия определяется только кинетической энергией движения молекул и не зависит от расстояния между ними (потенциальная энергия взаимодействия не учитывается), следовательно, внутренняя энергия идеального газа не зависит от объёма:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0.$$

Для такого газа формула (8) становится более простой:

$$C_x = C_v + P \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_x. \quad (9)$$

Отсюда можно получить, что для газа, подчиняющегося уравнению Менделеева—Клапейрона ( $PV = \nu RT$ ), связь молярных теплоёмкостей при постоянном объёме  $C_v$  и постоянном давлении  $C_p$  имеет вид (формула Майера):

$$C_p - C_v = R. \quad (10)$$

Отметим, что отношение этих теплоёмкостей часто используется в различных приложениях и называется показателем адиабаты:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (11)$$

В общем случае величина  $C_v$  зависит от температуры, однако в не слишком широком диапазоне температур её можно считать постоянной, что соответствует пропорциональности внутренней энергии газа его температуре:

$$U = \nu \int C_v dT = \nu C_v T. \quad (12)$$

Энергия, переданная молекуле, распределяется между различными формами её движения: поступательным, вращательным и колебательным. В статистической физике доказывается теорема о равномерном распределении энергии между степенями свободы молекулы<sup>1</sup>, согласно которой на каждую степень свободы приходится в среднем энергия, равная  $kT/2$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Этот закон справедлив при использовании классической (не квантовой) механики.

При  $i$  степенях свободы энергия одной частицы равна  $ikT/2$ , а внутренняя энергия  $U$  одного моля такого газа и величина  $C_v$  равны соответственно

$$U = \frac{i}{2} k N_A T = \frac{i}{2} RT; \quad C_v = \frac{i}{2} R,$$

---

<sup>1</sup>Число степеней свободы — количество независимых координат, определяющих положение тела в пространстве.



где  $R = 8,31$  Дж/(моль · К) — универсальная газовая постоянная,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> — количество молекул в моле вещества (число Авогадро).

В рассматриваемом приближении для показателя адиабаты в соответствии с (10) и (11) получим

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}.$$

Для одноатомных газов, имеющих три поступательные степени свободы (соответствующие трём координатам частицы  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ),  $i = 3$ , и величина  $\gamma = 5/3 = 1,666$ . Экспериментальные значения для гелия  $\gamma = 1,66$  и для неона  $\gamma = 1,64$  близки к теоретическим.

Для двухатомных газов, у которых к трём поступательным степеням свободы обычно при комнатной температуре добавляются ещё две вращательные степени (соответствующие двум углам поворота линейной молекулы), величина  $i = 5$  и соответственно  $\gamma = 1,40$ . Опытные данные для водорода  $\gamma = 1,41$ , для азота  $\gamma = 1,404$ , для кислорода  $\gamma = 1,401$  также близки к теоретической величине  $\gamma = 7/5 = 1,40$ .

Хорошее соответствие получается и для многоатомных газов, у которых имеется три поступательные и три вращательные степени свободы вокруг трёх осей, поэтому  $i = 6$  (колебательные степени свободы при комнатной температуре обычно ещё не возбуждены). При комнатной температуре у паров воды  $\text{H}_2\text{O}$   $\gamma = 1,330$ , у метана  $\text{CH}_4$   $\gamma = 1,320$ . В этих случаях теоретическое значение  $\gamma = 4/3 = 1,333$ .

Отметим, что классическая теория теплоёмкости не всегда подтверждается экспериментом. Теплоёмкость зависит от температуры при рассмотрении большого диапазона её изменения, к этому приводят квантовые закономерности. Энергия, согласно квантовой механике, может передаваться только некоторыми порциями (квантами). Следовательно, при значительном снижении температуры энергии теплового движения может не хватать для возбуждения некоторых видов движения. Например, у водорода при температуре ниже примерно 100 К теплоёмкость соответствует всего трём степеням свободы, поскольку не возбуждаются вращательные степени свободы.

Кроме поступательных и вращательных степеней свободы, у молекул существуют ещё и колебательные, но в газах они обычно возбуждаются при температурах значительно выше комнатной. Начинаясь при высоких температурах распад молекул на атомы (диссоциация) приводит к тому, что у многих газов колебательные степени свободы не успевают возбудиться настолько, чтобы к ним можно было бы применить закон равнораспределения энергии по степеням свободы.<sup>1</sup>

Типичным исключением из этого правила является углекислый газ  $\text{CO}_2$ .  $\text{CO}_2$  — линейная молекула и согласно изложенной теории должна вести себя как двухатомная. Однако у этой молекулы легко возбуждаются изгибные колебания, и при комнатной температуре экспериментальное значение  $\gamma \approx 1,30$ , а при  $100^\circ\text{C}$  —  $\gamma \approx 1,28$ .

**Адиабатический процесс.** *Квазистатический* процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, называется **адиабатическим**. Получим уравнение такого процесса для идеального газа, внутренняя энергия которого  $U$  не зависит от объёма.

Из первого начала термодинамики (6) при  $\delta Q = 0$  для  $\nu$  молей идеального газа, у которого  $dU = \nu C_v dT$ , получим

$$\nu C_v dT + PdV = 0.$$

Исключим отсюда давление  $P$  с помощью уравнения состояния  $PV = \nu RT$ :

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0.$$

При постоянной величине  $C_v$ , что соответствует классической теории теплоёмкости, уравнение легко интегрируется:

$$TV^{R/C_v} = TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (13)$$

Это уравнение адиабатического процесса в переменных  $T, V$ . Преобразуем его к переменным  $P, V$ . Снова используя  $PV = \nu RT$ , а

---

<sup>1</sup>Полностью возбуждённая колебательная степень свободы давала бы вклад в энергию  $kT$ , то есть в два раза больше, чем обычная степень свободы, поскольку при гармонических колебаниях помимо кинетической энергии имеется также потенциальная, равная в среднем кинетической.

также соотношение Майера (10), получим уравнение, которое называется также адиабатой Пуассона:

$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (14)$$

Здесь  $\gamma = C_p/C_v$  — показатель адиабаты (11), играющий важную роль при описании адиабатических процессов. Примером такого процесса может служить распространение звука. Показатель адиабаты входит в уравнение Бернулли для сжимаемого газа и влияет, в частности, на то, каким (дозвуковым или сверхзвуковым) будет движение газа.

**Скорость звука.** Распространение звуковой волны в газе происходит адиабатически. Сжатия и разрежения в газе сменяют друг друга настолько быстро, что теплообмен между слоями газа, имеющими разные температуры, не успевает произойти. Используя полученное уравнение адиабаты идеального газа, найдём скорость звука по общей формуле (2).

Заменим в уравнении Пуассона  $PV^\gamma = \text{const}$  объём на плотность  $\rho = m/V$ , после чего получим  $P = \text{const} \cdot \rho^\gamma$ . Тогда после логарифмирования и дифференцирования этого выражения имеем

$$\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}, \quad \text{или} \quad \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} = \gamma \frac{P}{\rho},$$

откуда для скорости звука получаем

$$v_{\text{зв}}^2 = \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} = \gamma \frac{P}{\rho} = \gamma \frac{RT}{\mu},$$

или

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (15)$$

где  $\mu$  — молярная масса газа. Преобразуя эту формулу, найдём

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} v_{\text{зв}}^2. \quad (16)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

**Идея эксперимента.** Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отражённых волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полувольт, то есть когда выполняется условие

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (17)$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число. Если условие выполнено, то волна, отражённая от торца трубы, вернувшись к её началу и вновь отражённая, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны, бегущие в противоположных направлениях, складываясь, усиливают друг друга, и образуется стоячая звуковая волна:

$$\Delta P(x,t) = 2P_0 \cos(\omega t) \sin(kx).$$

Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает — наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения (*узел смещения*). Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через  $\lambda/2$ . Между узлами находятся максимумы смещения (*пучности*). Скорость звука  $v_{зв}$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением (1).

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно проводить двояко:

1. При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ . Скорость звука находится по формуле (1).

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k). \quad (18)$$

Из (1) и (18) имеем

$$f_1 = \frac{v_{зв}}{\lambda_1} = \frac{v_{зв}}{2L}n, \quad f_2 = \frac{v_{зв}}{\lambda_2} = \frac{v_{зв}}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{v_{зв}}{2L}, \dots, \\ f_{k+1} = \frac{v_{зв}}{\lambda_{k+1}} = \frac{v_{зв}}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{v_{зв}}{2L}k. \quad (19)$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки. В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ЗГ (генератор электрических колебаний звуковой и ультразвуковой частоты). Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчётах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубков (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и

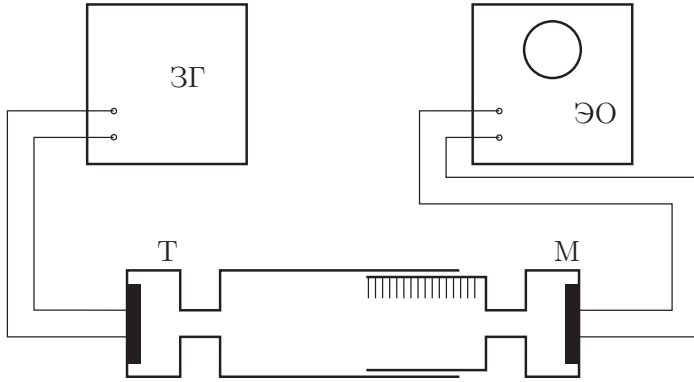


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

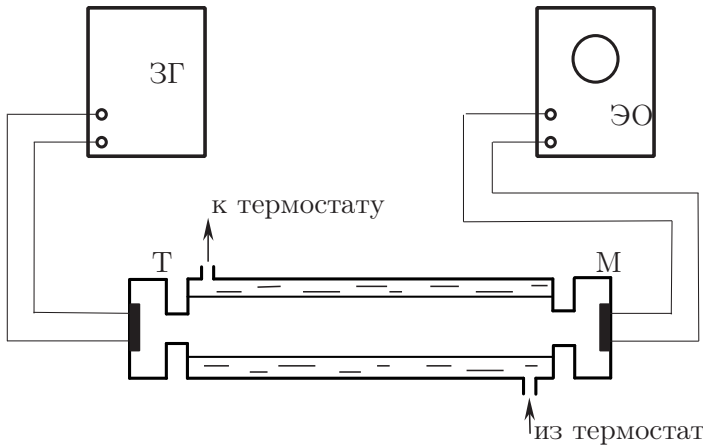


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

для  $\text{CO}_2$ . Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре воды, омывающей трубу. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите в сеть электронный осциллограф ЭО и звуковой генератор ЗГ. Добейтесь того, чтобы на экране была видна линия, прочерченная электронным лучом.

Переключите генератор в режим синусоидальных колебаний. Установите переключатель диапазона частот ЗГ на 1 кГц (при необходимости в процессе работы диапазон можно изменить).

2. Подберите напряжение на выходе генератора так, чтобы при резонансе на осциллографе наблюдались колебания достаточной амплитуды. Остановите картину на осциллографе. Убедитесь в том, что колебания имеют неискажённую синусоидальную форму. Если форма колебаний искажена, уменьшайте амплитуду сигнала, поступающего с генератора, пока искажения не исчезнут.

3. **Измерения на первой установке (рис. 1).**

а) Исходя из примерного значения скорости звука (330 м/с), рассчитайте, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 2–5 резонансов.

б) Используя многоходовый или кнопочный кран, продуйте трубу воздухом (в ней мог остаться углекислый газ). Плавно изменяя длину трубы, последовательно пройдите через все доступные для наблюдения точки резонанса. Повторите измерения при других частотах (всего 4–6 различных значений частоты). Для каждого резонанса измерьте соответствующее удлинение трубы. Проведите измерения, сначала увеличивая длину трубы, а затем уменьшая её.

в) Изобразите полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $L_{n+k} - L_n$ . Через точки, полученные при одном и том же значении частоты, проведите наилучшую прямую. Угловым коэффициентом прямой определяет длину полуволны.

По графику оцените ошибку измерения  $\lambda/2$ . Вычислите значение скорости звука и оцените точность полученного результата. (Ошибка в градуировке шкалы частот генератора не превосходит половины минимального деления шкалы.) Сопоставьте значения скорости звука, измеренные на разных частотах. Находятся ли эти значения в согласии друг с другом? Найдите наилучшее значение скорости звука, используя все результаты измерений.

г) Измерьте скорость звука в углекислом газе. Перед началом измерений продуйте трубу углекислым газом. Для этого при открытом кране подвижную часть трубы следует несколько раз медленно выдвинуть и затем резко вдвинуть в трубу. Температура газа равна комнатной. Измерять резонансные максимумы нужно при открытом кране  $\text{CO}_2$  и при медленных перемещениях подвижной части трубы как внутрь, так и наружу.

По окончании этих измерений подвижную часть трубы оставьте во вставленном состоянии и проведите измерения резонансных максимумов при увеличении и затем при уменьшении частоты. Обработайте полученные данные и сравните результаты с полученными при изменении длины трубы.

### **Измерения на второй установке (рис. 2).**

а) Измерьте скорость звука в трубе постоянной длины. Плавно увеличивая частоту генератора, получите ряд последовательных резонансных значений частоты, отмечая момент резонанса по увеличению амплитуды колебаний на экране осциллографа. Убедитесь в повторяемости результатов, производя измерения при уменьшении частоты.

б) Полученные результаты изобразите на графике, откладывая по оси абсцисс номер резонанса  $k$ , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса:  $f_{k+1} - f_1$ . Через полученные точки проведите наилучшую прямую. Угловым коэффициентом прямой определяет величину  $v_{\text{зв}}/2L$  (см. формулу (19)). Вычислите значение скорости звука. Оцените ошибку измерений.

в) Включите термостат. Повторите измерения пп. а) и б) ещё при трёх значениях температуры в интервале от комнатной до  $80^\circ\text{C}$ . Найдите скорость звука при каждом выбранном значении температуры.



Вычислите значение  $\gamma = C_p/C_v$  по формуле (16). Оцените ошибку измерений.

### Контрольные вопросы

1. Что такое звук? Выведите формулу (15) для скорости звука в газе.
2. Что такое адиабатический процесс? Выведите уравнение адиабаты Пуассона (14).
3. Что такое стоячая волна? Как её представить в виде комбинации бегущих бволн?
4. Выведите условие (17) для стоячей волны в трубе.
5. Рассчитайте скорость звука в воздухе при нормальных, а также комнатных условиях.
6. Получите формулу и рассчитайте величину скорости звука для изотермической звуковой волны при нормальных и комнатных условиях.
7. Как теплоёмкость  $C_v$  газов зависит от температуры? Нарисуйте характерный график  $C_v(T)$  для  $H_2$ .
8. Зависит ли  $\gamma$  от температуры в выбранном интервале температур?
9. Будет ли наблюдаться такая зависимость при изменении температуры от очень малых значений до  $1000\text{ }^\circ\text{C}$ ? Будет ли  $\gamma$  расти или убывать с ростом температуры?
10. Считая, что изменение давления воздуха в звуковой волне составляет  $0,1\%$ , оценить изменение температуры воздуха в звуковой волне.
11. Как изменится скорость звука, если азот в воздухе заменить гелием? Повлияет ли такая замена на тембр нашего голоса?
12. Как убедиться в том, что звуковые волны в воздухе являются адиабатическими, а не изотермическими?
- 13.\*Существует ли диапазон частот с изотермическими волнами в газе? Понижать или повышать следует частоту для улучшения условий адиабатичности колебаний?
- 14.\*Опишите процесс формирования звука при игре на гитаре. Какую роль играет отверстие в верхней деке?

## Работа 2.2. Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости

**Цель работы:** 1) измерение коэффициента поверхностного натяжения исследуемой жидкости при разной температуре с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения другой жидкости; 2) определение полной поверхностной энергии, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

**В работе используются:** прибор Ребиндера с термостатом; исследуемые жидкости; стаканы.

**Термодинамика поверхностного натяжения.** Молекулы жидкости притягиваются друг к другу силами электрического происхождения, возникающими даже в неполярных молекулах из-за их взаимной поляризации. Те молекулы, которые находятся близко к границе с газом, в поверхностном слое, притягиваются в сторону жидкости гораздо сильнее, чем в направлении газа из-за большой разницы плотностей, то есть разницы концентраций молекул. Поэтому молекулы поверхностного слоя обладают добавочной потенциальной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости.

Работа, необходимая для обратимого *изотермического* образования единицы площади поверхности жидкости, называется коэффициентом поверхностного натяжения и обозначается  $\sigma$ .

Отметим, что поверхностные явления проявляются в очень тонком слое жидкости порядка  $10^{-7}$  см. Это связано с тем, что межмолекулярные силы быстро убывают с расстоянием из-за их дипольного происхождения. Поэтому для рассмотрения поверхностных явлений можно использовать тонкие слои жидкости, в том числе жидкие плёнки.

Из определения коэффициента поверхностного натяжения следует, что для увеличения поверхности жидкости на единицу площади при постоянной температуре нужно затратить работу, равную  $\sigma$ . Остановимся на этом более подробно.

Для исследования термодинамики поверхностного натяжения будем использовать первое и второе начала термодинамики. По первому началу:  $\delta Q = dU + \delta A$ . Работа по увеличению площади

поверхности жидкости на величину  $d\Pi$  внешними силами равна  $\sigma d\Pi$ , а работа поверхностного слоя жидкости, её плёнки, равна этой же величине с другим знаком:  $\delta A = -\sigma d\Pi$ . Следовательно, для плёнки первое начало имеет вид

$$\delta Q = dU_{\Pi} - \sigma d\Pi, \quad (1)$$

где  $U_{\Pi}$  — полная (внутренняя) поверхностная энергия.

По второму началу термодинамики для любого вещества можно ввести энтропию  $dS = \delta Q/T$ , являющуюся функцией состояния, и поэтому  $dS$  есть полный дифференциал. Используя первое начало термодинамики, получим соотношение в полных дифференциалах:

$$dU_{\Pi} = TdS + \sigma d\Pi. \quad (2)$$

Поскольку коэффициент поверхностного натяжения должен рассчитываться по работе в изотермическом процессе, удобно ввести в рассмотрение свободную энергию поверхности  $F_{\Pi}$ , равную по определению

$$F_{\Pi} = U_{\Pi} - TS. \quad (3)$$

Из (2) и (3) получим

$$dF_{\Pi} = -SdT + \sigma d\Pi. \quad (4)$$

Это соотношение между полными дифференциалами, поэтому

$$S = - \left( \frac{\partial F_{\Pi}}{\partial T} \right)_{\Pi}, \quad (5)$$

$$\sigma = \left( \frac{\partial F_{\Pi}}{\partial \Pi} \right)_T. \quad (6)$$

Интегрируем последнюю формулу при условии, что при отсутствии плёнки нет и свободной энергии:  $F_{\Pi} = 0$  при  $\Pi = 0$ . Следовательно:

$$\boxed{F_{\Pi} = \sigma \Pi}. \quad (7)$$

Таким образом, коэффициент поверхностного натяжения есть поверхностная свободная энергия единицы площади поверхности жидкости (формула (7)).

Подставив это выражение для  $F_{\text{п}}$  в (5), получим

$$S = -\Pi \frac{d\sigma}{dT}.$$

Используя эту формулу и формулу (7), находим из (3) полную поверхностную энергию:

$$U_{\text{п}} = \left( \sigma - T \frac{d\sigma}{dT} \right) \Pi. \quad (8)$$

При изотермическом процессе полная поверхностная энергия  $U_{\text{п}}$  увеличивается только из-за увеличения площади плёнки, и по первому началу термодинамики (1) при этом к ней нужно подвести тепло

$$Q = \Delta U_{\text{п}} - \sigma \Delta \Pi = -T \frac{d\sigma}{dT} \Delta \Pi.$$

Подведённое тепло в расчёте на единицу площади равно

$$q = -T \frac{d\sigma}{dT}. \quad (9)$$

Молекулы поверхностного слоя притягиваются внутренними частями жидкости, следовательно, для перемещения молекул из внутренних слоёв на поверхность нужно совершить некоторую работу. Таким образом, при увеличении поверхности жидкости без подвода тепла её температура будет падать, и для того чтобы процесс был изотермическим, нужно подводить тепло. Поэтому величина  $q$  положительна и согласно (9) производная  $d\sigma/dT$  отрицательна, то есть поверхностное натяжение уменьшается с увеличением температуры.

Отметим, что в отличие от коэффициента поверхностного натяжения полная поверхностная энергия  $U_{\text{п}}$  жидкостей в широком диапазоне слабо зависит от температуры. Более того, если в некотором диапазоне температур зависимость  $\sigma$  от  $T$  можно аппроксимировать прямой  $\sigma = a - bT$ , то, используя (8), получим  $U_{\text{п}} = a\Pi$ , то есть постоянную величину. Однако в более широком диапазоне температур зависимость  $\sigma$  от  $T$  существенна и при приближении к критической температуре различия между жидкостью и её паром исчезают: коэффициент поверхностного натяжения и поверхностная энергия приближаются к нулю.

**Механика поверхностного натяжения.** Наличие поверхностного слоя приводит к тому, что при наличии искривлённой границы раздела двух сред давление под кривой поверхностью в условиях механического равновесия должно быть больше, чем над ней. Разность давлений определяется формулой Лапласа:

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (10)$$

Здесь  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы кривизны двух кривых, получающихся при сечении поверхности взаимно перпендикулярными плоскостями. Например, для сферы  $r_1 = r_2 = r$ , а для цилиндра  $r_1 = r$ ,  $r_2 = \infty$ .

Формулу (10) нетрудно получить в частном случае сферической поверхности. Площадь сферы радиуса  $r$  равна  $\Pi = 4\pi r^2$ , её объём  $V = 4\pi r^3/3$ . При малом изменении радиуса  $dr$  работа, совершаемая силами, обеспечивающими перепад давлений  $\Delta P$  снаружи и внутри сферы, равна  $\delta A = \Delta P dV = \Delta P d(4\pi r^3/3)$ . В условиях механического равновесия она должна быть равна работе сил поверхностного натяжения  $\delta A = \sigma d\Pi = \sigma d(4\pi r^2)$ , откуда получаем

$$\Delta P dV = \sigma d\Pi \quad \Rightarrow \quad 4\pi \Delta P r^2 dr = 8\pi \sigma r dr \quad \Rightarrow \quad \Delta P = \frac{2\sigma}{r}.$$

Таким образом, для сферического пузырька внутри жидкости справедливо равенство

$$\Delta P = P_{\text{внутри}} - P_{\text{снаружи}} = \frac{2\sigma}{r}. \quad (11)$$

Эта формула лежит в основе предлагаемого метода определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости. Измеряется давление, необходимое для выталкивания в жидкость пузырька газа.

**Экспериментальная установка.** Исследуемая жидкость (анилин) наливается в сосуд В. Дистиллированная вода наливается в сосуд Е. Сосуды закрыты пробками. Через пробку сосуда, в котором проводятся измерения, проходит полая металлическая игла С, нижний конец которой погружен в жидкость, а верхний открыт в атмосферу. Если другой сосуд герметично закрыт, то в сосуде с иглой создаётся разрежение, и пузырьки воздуха начинают пробулькивать через жидкость. Поверхностное натяжение можно

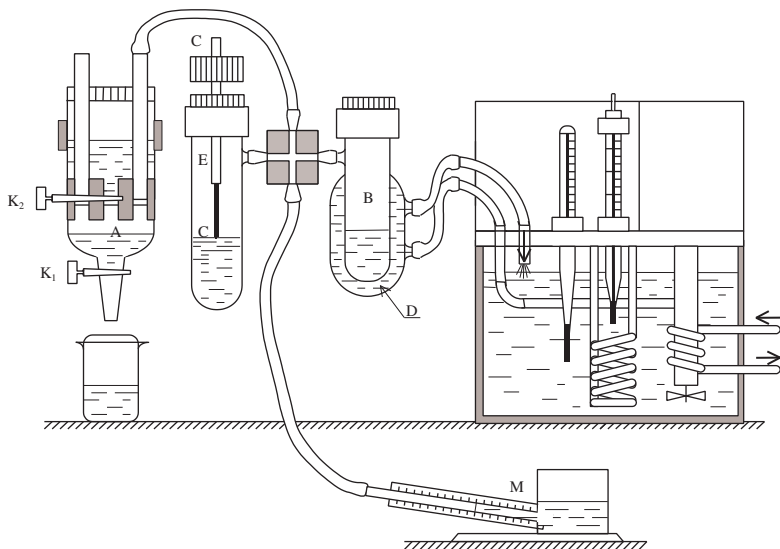


Рис. 1. Схема установки для измерения температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения

найти по величине разрежения, необходимого для прохождения пузырьков.

При приоткрытом кране  $K_1$  из аспиратора А по каплям вытекает вода, создавая разрежение, которое измеряется наклонным спиртовым манометром М. Показания манометра, умноженные на зависящий от наклона коэффициент (обычно 0,2), дают давление в миллиметрах водяного столба (или, что то же,  $\text{кгс/м}^2$ ). Чтобы пополнить запас воды, достаточно при помощи крана  $K_2$  соединить нижнюю часть аспиратора с атмосферой и предварительно заполненной водой верхней частью.

Для стабилизации температуры исследуемой жидкости через рубашку D непрерывно прогоняется вода из термостата.

Обычно кончик иглы лишь касается поверхности жидкости, чтобы исключить влияние гидростатического давления столба жидкости. Однако при измерении температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения возникает ряд сложностей. Во-первых, большая теплопроводность металлической трубки приводит к тому, что температура на конце трубки заметно ниже, чем в глубине жидкости. Во-вторых, тепловое расширение поднимает уровень жидкости при увеличении температуры. Это гид-

ростатическое давление вычитается из падения лапласова давления вследствие уменьшения  $\sigma$ , и в опыте с анилином, например, наблюдаемый эффект меняет знак при высоте столба жидкости порядка пяти сантиметров.

Обе погрешности можно устранить, погрузив кончик трубки до самого дна. Полное давление, измеренное при этом микроманометром,  $P = \Delta P + \rho gh$ . Заметим, что  $\rho gh$  от температуры практически не зависит, так как подъём уровня жидкости компенсируется уменьшением её плотности (произведение  $\rho h$  определяется массой всей жидкости и поэтому постоянно). Величину  $\rho gh$  следует измерить экспериментально двумя методами. Во-первых, измерить величину  $P_1 = \Delta P'$ , когда кончик трубки только касается поверхности жидкости. Затем при этой же температуре опустить иглу до дна и измерить  $P_2 = \rho gh + \Delta P''$ . Из-за несжимаемости жидкости можно положить  $\Delta P' = \Delta P''$  и тогда  $\rho gh = P_2 - P_1$ . Во-вторых, при измерениях  $P_1$  и  $P_2$  измерить линейкой глубину погружения иглы  $h_1$  и  $h_2$ . Это легко сделать, измеряя расстояние между верхним концом иглы и любой неподвижной частью прибора.

**Замечание.** Чувствительность микроманометров высока, поэтому правильность их работы существенно зависит от правильности их эксплуатации. Все изменения в установке необходимо проводить, предварительно поставив переключатель микроманометра на атмосферу.

В частности, подобную же операцию необходимо сделать и при заполнении водой аспиратора А. В противном случае при заполнении аспиратора водой давление воздуха в системе повышается, спирт из трубки микроманометра выдавливается, в узлах соединений микроманометра образуются воздушные пузыри. Наличие этих пузырей приводит к полному нарушению калибровки манометра и невозможности измерений.

## ЗАДАНИЕ

1. Убедитесь, что игла не испачкана анилином (в противном случае промойте её сначала ацетоном, а затем дистиллированной водой) и измерьте ее внутренний диаметр с помощью микроскопа.
2. Убедитесь в исправности установки. Для этого заполните аспиратор водой и установите иглу в сосуде с водой так, чтобы её

кончик лишь коснулся поверхности воды. Установив скорость падения каплей примерно 1 капля в 5 секунд, добейтесь пробулькивания пузырьков. Манометр должен показывать медленный рост давления до некоторого максимального значения и затем быстрое его падение при пробулькивании пузырька.

3. Подберите частоту падения капель так, чтобы максимальное давление не зависело от этой частоты. Для этого пузырьки не должны пробулькивать слишком часто (не чаще, чем 1 пузырёк в 5 секунд).
4. Измерьте максимальное давление при пробулькивании пузырька. По разбросу результатов оцените случайную погрешность. Пользуясь табличным значением коэффициента поверхностного натяжения воды, определите диаметр иглы. Сравните полученный результат с прямыми измерениями диаметра иглы.
5. Перенесите иглу в сосуд с анилином. Измерьте максимальное давление в пузырьках, когда игла лишь касается поверхности жидкости. Измерьте  $h_1$ .
6. Утопите иглу до предела (между концом иглы и дном необходимо оставить небольшой зазор, чтобы образующийся пузырёк не касался дна). Измерьте максимальное давление в пузырьках. По разности давлений в этом и предыдущем пункте определите глубину погружения. Измерьте  $h_2$ . Сравните измеренное  $\Delta h = h_1 - h_2$  с рассчитанным по  $\Delta P$ .

**Примечание:**  $\sigma$  имеет слабую зависимость от  $T$ . Поэтому ещё при комнатной температуре следует заполнить аспиратор (учтя замечание) почти доверху, отрегулировать скорость поднятия уровня в измерительном канале микроманометра и сохранять эту скорость в течение всех измерений. Это позволит уменьшить величину ошибок, вносимых в само измерение.

7. Предыдущие измерения проводились при комнатной температуре. Теперь снимите зависимость  $\sigma(T)$  при нагревании анилина. Для этого включите термостат и подождите, пока нужная вам температура стабилизируется. Не меняя положение иглы (она остается утопленной до предела), измерьте максимальное значение давления с помощью манометра. Измерения следует проводить через 3–5 градусов, так как нагревать выше  $60^\circ\text{C}$  не следует, а получиться должно 6–8 точек. Кнопку «Pump» не выключать!



## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

8. Оцените погрешности измерения давления и температуры.
9. Постройте график  $\sigma$  от  $T$  и с его помощью определите  $d\sigma/dT$ . Оцените точность результата.
10. На том же графике изобразите зависимость от температуры теплоты образования единицы площади поверхности  $q$  (формула (9)) и поверхностной энергии единицы площади поверхности  $U_{\text{п}}/\Pi$  (формула (8)).

### Контрольные вопросы

1. Если пропускать несколько пузырьков в секунду, манометр показывает практически постоянное давление. Почему бы не измерять его?
2. Почему следует измерять именно максимальное давление?
3. Почему погружение иглы уменьшает влияние теплового расширения?
4. Почему пузырьки не должны касаться дна?
5. Почему  $\sigma$  уменьшается с ростом температуры?
6. По измеренным данным определите теплоту образования  $1 \text{ см}^2$  поверхности воды и анилина.
7. По коэффициенту поверхностного натяжения воды оцените энергию взаимодействия молекул воды друг с другом (энергию связи). Ответ выразите в электрон-вольтах.
8. Может ли коэффициент поверхностного натяжения быть отрицательным?
9. Оцените величину избыточного давления в мыльном пузыре диаметром  $d = 3 \text{ см}$ . Оцените, какую работу надо совершить, чтобы его выдуть.
10. В высоких деревьях вода поднимается по древесным волокнам на высоту  $\sim 20$  метров. Оцените, предполагая что подъём воды обеспечивается капиллярным эффектом, диаметр капилляров в древесине.
- 11.\*Капля воды объёмом  $0,05 \text{ мл}$  “расплющена” между двумя приборными стёклами так, что диаметр пятна равен  $1 \text{ см}$ . Найдите силу, которую надо приложить по нормали к поверхности, чтобы оторвать стёкла друг от друга.
- 12.\*С помощью трубки диаметром  $d = 0,5 \text{ см}$  вы выдуваете а) мыльный пузырь; б) резиновый воздушный шарик. Как изменяется (качественно) по мере увеличения пузыря (шарика) необходимое для этого избыточное давление? Какое максимальное избыточное давление вы создаёте при выдувании мыльного пузыря?
- 13.\*Влияет ли поверхностное натяжение на динамику волн, бегущих по поверхности жидкости (поверхностные волны)?

## Работа 2.3. Определение теплоты испарения жидкости

**Цель работы:** 1) измерение давления насыщенного пара жидкости при разной температуре; 2) вычисление по полученным данным теплоты испарения с помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса.

**В работе используются:** термостат; герметический сосуд, заполненный исследуемой жидкостью; отсчётный микроскоп.

**Теоретическое введение.** Фазой называют физически однородную часть системы, отличающуюся по своим свойствам от других частей и отделённую от них четко выраженной границей раздела. Фазы могут контактировать друг с другом, находясь в равновесии. Например, система, в которой одно вещество представлено одновременно в двух агрегатных состояниях («вода+пар», «лёд+пар» или «лёд+вода»), является двухфазной.

Различные фазы могут существовать и в пределах одного и того же агрегатного состояния: например, различные кристаллические модификации в твёрдом теле или сверхпроводящая и обыкновенная фаза в сверхпроводниках. Граница раздела не обязана быть непрерывной — водяной пар с каплями воды (туман) является системой с двумя фазами. А вот, к примеру, раствор соли в воде — система однофазная, поскольку она физически однородна.

Рассмотрим условия равновесия в двухфазной системе. Отметим физические параметры соответствующей фазы индексами 1 и 2. Для равновесия в системе необходимо: 1) механическое равновесие — равенство давлений в пределах всей системы:  $P_1 = P_2$ , 2) тепловое равновесие — равенство температур:  $T_1 = T_2$ , 3) равновесие по отношению к переходу частиц между различными фазами.

Найдём количественное выражение для последнего условия. Объём фазы, её энтропию и внутреннюю энергию для наших целей удобно нормировать на количество вещества: пусть  $v_1$  и  $v_2$  — молярные объёмы фазы,  $s_1$  и  $s_2$  — молярные энтропии,  $u_1$  и  $u_2$  — молярные внутренние энергии. Рассмотрим процесс перехода одного моля вещества полностью из фазы 1 в фазу 2 и проведём этот процесс равновесно при постоянных температуре и давлении.

Тогда, согласно определению энтропии (в равновесном процессе  $\delta Q = TdS$ ), системе необходимо передать количество теплоты

$$Q = \int T dS = T(s_2 - s_1), \quad (1)$$

и при этом система изменит свой объём от  $v_1$  до  $v_2$ , и значит, совершит работу

$$A = \int P dV = P(v_2 - v_1).$$

Искомое 3-е условие на фазовое равновесие получим из закона сохранения энергии:

$$\Delta u = Q - A,$$

или

$$u_2 - u_1 = T(s_2 - s_1) - P(v_2 - v_1). \quad (2)$$

Введём величину

$$\mu = u - Ts + Pv,$$

которую принято называть **химическим потенциалом**. Заметим, что  $\mu$  является функцией состояния, не зависящей от количества вещества, и может быть выражена как функция от  $P$  и  $T$ . Следовательно, условие равновесия (2) можно переписать как

$$\boxed{\mu_1(P, T) = \mu_2(P, T)}. \quad (3)$$

Уточним физический смысл величины  $\mu$ . Запишем полную внутреннюю энергию некоторой системы как  $U = \nu u = \nu\mu + TS - PV$  и возьмём от неё производную по количеству вещества  $\nu$  при постоянных энтропии  $S$  (теплоизолированность) и объёме  $V$  (система не совершает работу). Получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \nu}\right)_{S, V} = \mu.$$

Следовательно, химический потенциал есть *энергия добавления вещества в систему (в расчёте на 1 моль) без подвода тепла и совершения работы*.

Таким образом, в состоянии равновесия во всей системе выполняются следующие условия постоянства параметров по всей системе (справедливые и для общего случая многокомпонентных и многофазных систем):

$$P = \text{const}, \quad T = \text{const}, \quad \mu(P, T) = \text{const}. \quad (4)$$

Из (4) следует (ввиду наличия дополнительной связи на  $\mu$ ), что *давление двухфазной системы является функцией только температуры*:

$$\boxed{P = P(T)}. \quad (5)$$

Эксперимент подтверждает этот вывод: хорошо известно, что при постоянном (атмосферном) внешнем давлении каждое вещество плавится или закипает при некоторой фиксированной температуре.

Уравнение (3) является уравнением для определения зависимости  $P(T)$  в неявной форме. Чтобы выразить эту зависимость явно, возьмем дифференциал от (3). Для этого выразим сначала  $d\mu$ : по закону сохранения энергии

$$du = T ds - P dv,$$

откуда

$$d\mu = T ds - P dv - d(Ts) + d(Pv) = -s dT + v dP.$$

Тогда вместо (3) можно записать

$$-s_1 dT + v_1 dP = -s_2 dT + v_2 dP, \quad (6)$$

или

$$\frac{dP}{dT} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1}. \quad (7)$$

Это соотношение называется **уравнением Клапейрона—Клаузиуса**.

Введём молярную теплоту  $q_{12}$  фазового перехода из состояния 1 в состояние 2 согласно определению энтропии (1):

$$q_{12} = T(s_2 - s_1),$$

и перепишем уравнение Клапейрона—Клаузиуса в другом стандартном виде:

$$\boxed{\frac{dP}{dT} = \frac{q_{12}}{T(v_2 - v_1)}}. \quad (8)$$

Таким образом, мы получили дифференциальное уравнение для определения функции  $P(T)$ . Рассмотрим особенности кривых  $P(T)$  при различных переходах между агрегатными состояниями.

*Переход «твердое тело–жидкость».* В этом случае в силу слабой сжимаемости жидкой и твердой фазы обычно можно считать, что  $v_1 = \text{const}$  и  $v_2 = \text{const}$ . Тогда из (8) получим

$$\frac{dP}{dT} \approx \frac{\lambda}{T\Delta v}, \quad \Rightarrow \quad P(T) \approx \frac{\lambda}{\Delta v} \frac{T - T_0}{T_0},$$

где  $\lambda$  — молярная теплота плавления,  $\lambda > 0$ . Кривая  $P(T)$  идёт почти вертикально (по сравнению с кривыми равновесия «жидкость–пар», «твёрдое тело–пар»), а знак её наклона определяется знаком  $\Delta v = v_2 - v_1$ . Известно, что плотность льда меньше плотности воды, поэтому для воды  $\Delta v < 0$  и кривая равновесия «лёд–вода» имеет отрицательный наклон (лёд, как известно, плавится при увеличении давления и неизменной температуре). Для большинства других веществ этот наклон положителен.

*Переходы «жидкость–пар», «твёрдое тело–пар».* В достаточно большом диапазоне давлений и температур пар можно с хорошей точностью считать идеальным газом. Его молярный объём при этом значительно больше, чем у жидкости или твёрдого тела  $v_{\text{п}} \gg v_{\text{ж}}, v_{\text{тв}}$  (а плотность — значительно меньше). Из уравнения идеального газа имеем

$$v_{\text{п}} = \frac{RT}{P}. \quad (9)$$

Тогда, например, для кривой равновесия жидкость–пар пренебрегая  $v_{\text{ж}}$  получим из (8):

$$\frac{dP}{dT} \approx \frac{\Lambda}{Tv_{\text{п}}} = \frac{\Lambda P}{RT^2}, \quad (10)$$

где  $\Lambda$  — молярная теплота парообразования. Пренебрегая зависимостью  $\Lambda$  от  $T$ , проинтегрируем (10) и получим

$$P(T) = P_0 \exp\left(-\frac{\Lambda}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right). \quad (11)$$

При определённых условиях возможно равенство  $v_{\text{п}} = v_{\text{ж}}$  (пар становится столь же плотным, сколь и жидкость). В этом случае уравнение (8) имеет особенность, которая на графике  $P(T)$  отражается в том, что кривая равновесия жидкость–пар просто заканчивается в некоторой точке, называемой критической. В критической точке каждое вещество имеет определённые температуру  $T_{\text{кр}}$ , давление  $P_{\text{кр}}$  и молярный объём  $v_{\text{кр}}$  (заметим, что в этой точке не работает формула (9) и критические параметры должны

определяться экспериментально). Отметим также, что из наличия критической точки, в частности, следует, что для сжижения газа недостаточно его сильно сжать, нужно ещё охладить его ниже критической температуры. Отметим, что для применимости формулы (10) необходимо, чтобы выполнялось  $v_{\text{н}} \gg v_{\text{кр}}$ .

На рис. 1 отмечены характерные точки и кривые на фазовой диаграмме в координатах  $P$ – $T$ . Все три линии пересекаются в единственной точке  $A$ , в которой три фазы сосуществуют одновременно (тройная точка). Кипение в жидкости — активное испарение, сопровождающееся образованием пузырьков пара по всему объёму жидкости, — наступает при равенстве давления её насыщенных паров внешнему (обычно — атмосферному) давлению.

**Описание эксперимента.** Испарением называется переход вещества из жидкого в газообразное состояние. Оно происходит на свободной поверхности жидкости при любой температуре и продолжается до тех пор пока не будет достигнуто равновесие между фазами.

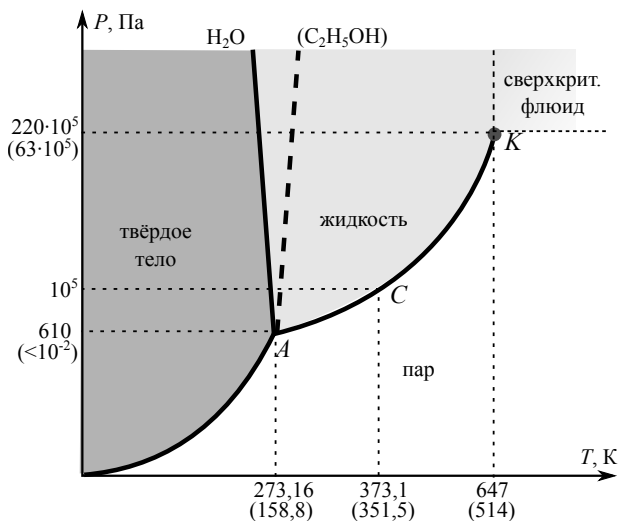


Рис. 1. Типичная фазовая диаграмма чистого вещества (схематично):  $A$  — тройная точка,  $K$  — критическая точка,  $C$  — точка кипения при атмосферном давлении. По осям подписаны значения давления и температуры в характерных точках для воды (значения для спирта подписаны в скобках)

С молекулярной точки зрения равновесие между фазами означает, что поток частиц, попадающих из пара в жидкость, равен потоку частиц, вылетающих с поверхности жидкости. В процессе испарения растёт концентрация, а значит, и давление паров, и при определённом значении давления достигается указанный баланс потоков — устанавливается равновесие.

Равновесное значение давления паров над поверхностью жидкости (или твёрдого тела) называют **давлением насыщенных паров**. Зависимость давления насыщенных паров от температуры  $P_n(T)$  находится из уравнения Клапейрона—Клаузиуса (8), а в случае разреженного пара — из его частного случая (10).

Количество теплоты  $\Lambda$ , необходимое для изотермического испарения одного моля жидкости при внешнем давлении, равном давлению её насыщенных паров, называется **молярной теплотой испарения (парообразования)**. В общем случае  $\Lambda$  зависит от температуры, однако в пределах значений  $T$  данного эксперимента она изменяется незначительно (в отличие от  $P_n(T)$ , которая является резкой функцией температуры).

Теплоту парообразования жидкостей можно измерить непосредственно при помощи калориметра. Такой метод, однако, не позволяет получить точных результатов из-за неконтролируемых потерь тепла, которые трудно сделать малыми. В настоящей работе для определения теплоты испарения применен косвенный метод, основанный на формуле Клапейрона—Клаузиуса.

В нашем эксперименте проводятся измерения теплоты парообразования спирта ( $T_{кр} = 243,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $P_{кр} = 63 \text{ атм}$ ,  $v_{кр} = 167 \text{ см}^3$ ) и воды ( $T_{кр} = 374 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $P_{кр} = 218 \text{ атм}$ ,  $v_{кр} = 56 \text{ см}^3$ ) при давлениях ниже атмосферного и температурах  $20\text{--}60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Эти параметры весьма далеки от критических, поэтому формула (10) применима с хорошей точностью. Приведём её к виду, удобному для расчётов:

$$\Lambda = \frac{RT^2}{P} \frac{dP}{dT} = -R \frac{d(\ln P)}{d(1/T)}. \quad (12)$$

Эта формула является окончательной.

В нашем опыте температура жидкости измеряется термометром, давление пара определяется при помощи манометра, а производные  $dP/dT$  или  $d(\ln P)/d(1/T)$  находятся графически как

угловой коэффициент касательной к кривой  $P(T)$  или соответственно к кривой, у которой по оси абсцисс отложено  $1/T$ , а по оси ординат  $\ln P$ .

**Экспериментальная установка.** Схема установки (I) изображена на рис. 2. Наполненный водой резервуар 1 играет роль термостата. Нагревание термостата производится спиралью 2, подогреваемой электрическим током. Для охлаждения воды в термостате через змеевик 3 пропускается водопроводная вода. Вода в термостате перемешивается воздухом, поступающим через трубку 4. Температура воды измеряется термометром 5. В термостат погружён запаянный прибор 6 с исследуемой жидкостью. На рис. 3 этот прибор изображён отдельно. Над жидкостью находится насыщенный пар (перед заполнением прибора воздух из него был откачан). Давление насыщенного пара определяется по ртутному манометру, соединённому с исследуемым объёмом (в правом колене манометра вакуум, в левом — пары исследуемого вещества). Отсчёт показаний манометра производится при помощи микроскопа.

На рис. 4 приведена более полная схема такой же установки, но с использованием современного термостата. Установка (II) включает термостат А, экспериментальный прибор В и отсчётный микроскоп С.

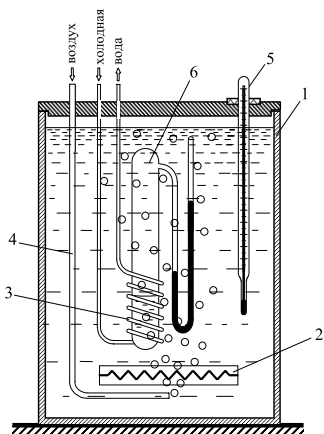


Рис. 2. Схема установки (I) для определения теплоты испарения

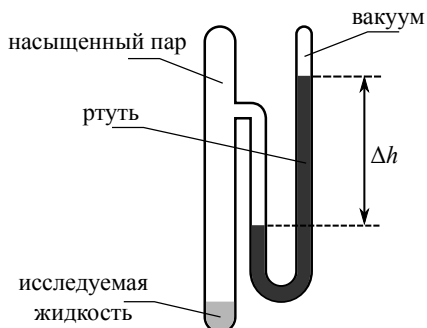


Рис. 3. Схема запаянного измерительного прибора



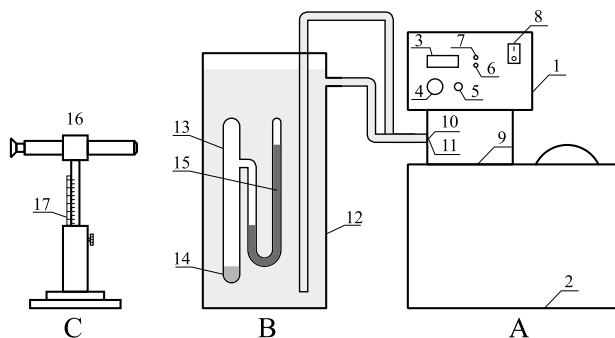


Рис. 4. Схема установки (II) для определения теплоты испарения

Экспериментальный прибор В представляет собой ёмкость 12, заполненную водой. В неё погружён запаянный прибор 13 с исследуемой жидкостью 14. Перед заполнением исследуемой жидкостью воздух из запаянного прибора был удалён, так что над жидкостью находится только её насыщенный пар. Давление пара определяется по ртутному манометру 15, соединённому с ёмкостью 13 (в правом колене манометра вакуум, в левом — пары исследуемого вещества). Численная величина давления измеряется по разности показаний отсчётного микроскопа 16, настраиваемого последовательно на нижний и верхний уровни столбика ртути манометра. Показания микроскопа снимаются по шкале 17.

Напомним, что давление столбика жидкости высотой  $h$  равно  $P = \rho gh$ , где  $\rho$  — плотность жидкости.

Описание прибора указывает на второе важное преимущество предложенного косвенного метода измерения А перед прямым. При непосредственном измерении теплоты испарения опыты нужно производить при неизменном давлении, и прибор не может быть запаян. При этом невозможно обеспечить такую чистоту и неизменность экспериментальных условий, как при нашей постановке опыта.

Описываемый прибор обладает важным недостатком: термометр определяет температуру термостата, а не исследуемой жидкости (или её пара). Эти температуры близки друг к другу лишь в том случае, если нагревание происходит достаточно медленно. Убедиться в том, что темп нагревания не является слишком быстрым, можно, сравнивая результаты, полученные при нагревании и при остывании прибора. Такое сравнение необходимо сделать. Для ориентировки укажем, что температуру воды в калориметре

следует менять не быстрее, чем на  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  в течение 1–3 минут.

## ЗАДАНИЕ

1. Измерьте разность уровней в ртутном U-образном манометре с помощью микроскопа и температуру по термометру или индикаторному табло термостата.
2. Включите термостат. Если вы работаете со схемой I (2), то подогревайте воду в калориметре, пропуская ток через нагреватель. Следите за тем, чтобы воздух всё время перемешивал воду.

При работе как со схемой I (2), так и со схемой II (4), через каждый градус измеряйте давление и температуру.

Продолжайте повышать температуру в течение половины имеющегося у вас времени, чтобы успеть произвести измерения при остывании прибора. Желательно нагреть жидкость до  $40\text{--}50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

3. Проведите те же измерения при охлаждении жидкости. Установите такой поток воды, чтобы охлаждение шло примерно тем же темпом, что и нагревание.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

4. Постройте графики в координатах  $T, P$  и в координатах  $1/T, \ln P$ . На графики нанесите точки, полученные при нагревании и охлаждении жидкости (разными цветами).

По формуле (12) вычислите  $\Lambda$ , пользуясь данными, полученными сначала из одного, а потом из другого графика. Находятся ли результаты в согласии друг с другом?

5. Оцените ошибку измерений. Какой из графиков позволяет найти  $\Lambda$  с лучшей точностью?
6. Найдите удельную теплоту парообразования  $\Lambda_{\text{уд}}$  и сравните полученный результат с табличными данными.

## Контрольные вопросы

1. Какова теплота испарения воды (спирта) в пересчёте на одну молекулу? Ответ выразите в электронвольтах. Сравните это значение с аналогичной величиной избыточной энергии приповерхностных молекул, полученной из величины коэффициента поверхностного натяжения.
2. Укажите, исходя из теоретических соображений, в какую сторону должна меняться теплота испарения с увеличением температуры.

3. В справочниках приводится теплота испарения измеренная при атмосферном давлении. Совпадает ли эта величина с измеренной вами на опыте? Какая из них больше? Оцените разницу между ними.
4. Почему при нормальном атмосферном давлении вода кипит при температуре  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?
5. Чем кипение отличается от испарения?
6. По полученным результатам измерений определите температуру кипения исследуемой жидкости.
7. При какой температуре следует ожидать закипания жидкости в вашем приборе?
8. Оцените температуру кипения воды а) в скороварке под давлением  $P = 2$  атм. б) в горах на высоте 5 км над уровнем моря.
9. Возможен ли процесс непрерывного (без фазового перехода) превращения жидкого состояния в газообразное и наоборот?
10. Можно ли хорошее скольжение коньков по льду в морозную погоду объяснить эффектом образования воды-смазки из-за понижения температуры плавления с ростом давления? Оцените, на сколько градусов понижается температура плавления льда под действием давления коньков на лёд.
11. Какая доля теплоты испарения воды расходуется на работу против внешнего давления, а какая — на изменение внутренней энергии?
- 12.\*По полученным результатам измерений оцените внутреннюю энергию 1 грамма исследуемой вами жидкости. Как объяснить, что полученное значение энергии отрицательно?
- 13.\*Измерительный прибор из данной работы (рис. 3) нагрели настолько, что ртуть в правом колене поднялась до упора. Будет ли исследуемая жидкость испаряться или конденсироваться при дальнейшем нагревании прибора?
- 14.\*Что такое “сухой лёд” и почему он “сухой”?
- 15.\*Существует ли критическая точка для кривой плавления? Чем заканчивается кривая плавления?

## Работа 2.4. Определение вязкости воздуха по скорости течения через тонкие трубки

**Цель работы:** экспериментально выявить участки ламинарного и турбулентного течения; определить число Рейнольдса; определить вязкость воздуха; экспериментально определить зависимость расхода воздуха в трубках от радиуса.

**В работе используются:** металлические трубки, укрепленные на горизонтальной подставке; газовый счетчик; микроманометр типа ММН; стеклянная U-образная трубка; секундомер.

**Теоретическое введение.** Если два соприкасающихся слоя жидкости или газа текут с разной скоростью, то между ними возникает сила вязкого трения. Та же сила может действовать на твёрдые тела (по касательной к поверхности), помещённые в поток жидкости или газа.

Причина возникновения этой силы заключается в следующем. Скорость частиц в текучей среде складывается из средней скорости потока и хаотической — тепловой — составляющей. Следовательно, частицы могут перескакивать случайным образом из слоя в слой, перенося вместе с собой часть импульса потока из того слоя, откуда совершен скачок. Перенос же импульса от слоя к слою, согласно 2-му закону Ньютона, эквивалентен силовому взаимодействию между ними. Эта сила направлена по касательной к слоям, поскольку переносится компонента импульса, направленная вдоль среднего потока.

Для количественного описания вязкого трения рассмотрим взаимодействие слоёв газа, текущего вдоль оси  $x$ , скорость потока которого изменяется в поперечном направлении  $v_x = v_x(y)$  (см. рис. 1).

Пусть концентрация всюду одинакова и равна  $n$ , а средняя тепловая скорость хаотического движения молекул равна  $v_T$ . Также для дальнейшего рассмотрения нам понадобится понятие длины свободного пробега  $\lambda$  — среднего расстояния, которое пролетает молекула между столкновениями с другими молекулами.

Рассмотрим плоскость  $y = 0$ . Предположим, что через неё сверху вниз пролетают только молекулы, вылетевшие из слоя

$0 < y < +\lambda$  (слой 2) и снизу вверх — вылетевшие из слоя  $-\lambda < y < 0$  (слой 1). Данное предположение вполне разумно для качественной оценки явления, поскольку молекулы из более дальних слоёв имеют значительно меньшую вероятность добраться до  $y = 0$ , поскольку по пути они скорее всего столкнутся с другими молекулами.<sup>1</sup>

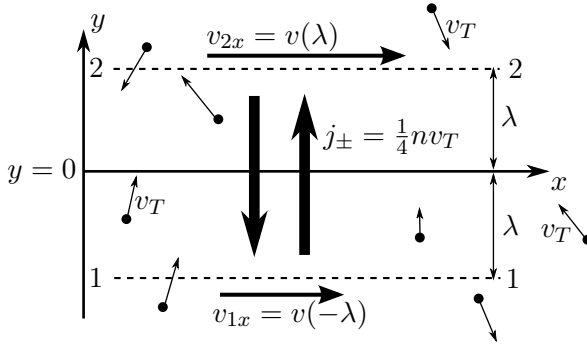


Рис. 1. К выводу оценки коэффициента вязкости

Количество молекул, перелетающих из слоя 1 в слой 2 за единицу времени через единичную площадку (плотность потока), равно<sup>2</sup>

$$j = \frac{dN}{S \cdot dt} = \frac{1}{4} n v_T. \quad (1)$$

Каждая из этих молекул массой  $m_0$  обладает, помимо хаотично распределённой тепловой составляющей (в среднем  $v_T$ ), дополнительной горизонтальной скоростью, связанной с движением в потоке  $v_{1x} = v_x(-\lambda)$ , и горизонтальным импульсом  $p_{1x} = m_0 v_{1x}$ . И наоборот, из слоя 2 в слой 1 поступает такое же количество молекул, но их средний горизонтальный импульс равен  $p_{2x} = m_0 v_{2x}$ , где  $v_{2x} = v_x(+\lambda)$ . Горизонтальный импульс, который они переносят в сумме в единицу времени, и есть касательная сила вязкого

<sup>1</sup>Более строгий вывод должен учитывать вероятность для одной молекулы пролететь некоторое расстояние  $l$ .

<sup>2</sup>Если бы все частицы двигались с одной скоростью  $v$ , то плотность потока была бы равна, очевидно,  $j = nv$ . Коэффициент  $1/4$  получается из-за того, что молекулы движутся хаотично — в результате усреднения скорости по всем направлениям.

трения:

$$F_x = \left( \frac{dP_x}{dt} \right)_{2 \rightarrow 1} - \left( \frac{dP_x}{dt} \right)_{1 \rightarrow 2} = jS(p_{2x} - p_{1x}) = S \cdot \frac{1}{4} m_0 n v_T \cdot (v_{2x} - v_{1x}).$$

Считая  $\lambda$  достаточно малой, раскладываем по Тэйлору  $v_{2x} - v_{1x} = v_x(\lambda) - v_x(-\lambda) \approx 2\lambda \frac{dv_x}{dy}$ , из чего получим окончательное выражение для силы вязкого трения. В общем виде оно выглядит следующим образом:

$$F_x = S\eta \frac{dv_x}{dy}, \quad (2)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости (сокращенно вязкость),  $y$  — направление, перпендикулярное потоку,  $S$  — площадь поверхности, для которой рассчитывается приложенная сила. В общих чертах механизм возникновения вязких сил трения во всех текущих средах (жидкостях и газах) одинаков, и формула (2) представляет собой *определение* коэффициента вязкости.

Для идеального газа, как следует из приведенных выше выкладок, вязкость можно оценить *по порядку величины*:

$$\eta_{\Gamma} \sim \frac{1}{2} m_0 n v_T \lambda = \frac{1}{2} \rho v_T \lambda, \quad (3)$$

где  $\rho = m_0 n$  — плотность газа.

Более детальное рассмотрение даёт значение вязкости, отличающееся от полученного на множитель  $2/3$ . Хотя такое отличие не существенно для оценки по порядку величины, этот ответ является общепринятым для оценки  $\eta$ :

$$\eta_{\Gamma} \sim \frac{1}{3} \rho v_T \lambda. \quad (4)$$

**Течение вязкой жидкости.** Течение жидкости или газа при наличии вязкости описывается уравнением Навье—Стокса, которое представляет собой 2-й закон Ньютона, записанный для элемента жидкости. Приведём его для справок без вывода:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla P + \eta \cdot \Delta \vec{v}. \quad (5)$$

Слагаемое в левой части есть масса единичного объёма на его ускорение; первое слагаемое в правой части есть градиент давления, дающий нормальную компоненту силы взаимодействия жидких элементов друг с другом; второе же получается именно из силы вязкого трения ( $\Delta$  — оператор Лапласа).

Имеется два существенно различных класса течений. **Ламинарное течение** — течение, происходящее без перемешивания и пульсаций, в параллельных слоях жидкости; **турбулентное течение**, в котором образуются вихри и пульсации, а слои беспорядочно перемешиваются.

Точные решения уравнения Навье—Стокса (5) существуют только для ламинарных течений. В общем же случае, несмотря на кажущуюся простоту (5), динамика жидкости, описываемая им, может быть крайне сложна — проблема аналитического описания (и даже численного расчёта) турбулентности является до сих пор до конца нерешенной и актуальной научной задачей.

То, каким будет данное конкретное течение, зависит от соотношения физических параметров, входящих в уравнение (5), и от геометрических характеристик системы. Если у системы есть характерный размер  $r$  (радиус трубки при течении по трубе, радиус шарика при обтекании его внешним потоком и т. п.), то из  $r$ , плотности  $\rho$ , вязкости  $\eta$  и характерной скорости потока  $v$  можно составить *безразмерное* соотношение (докажите самостоятельно):

$$\boxed{\text{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}}, \quad (6)$$

называемое **числом Рейнольдса**.

Безразмерные параметры отражают связь между физическими явлениями, происходящими на разных масштабах, и часто используются при описании сложных физических явлений, для которых нет точных решений. Величины  $v$ ,  $\rho$ ,  $r$ ,  $\eta$  могут меняться в широком диапазоне (например, течение воздуха в аэродинамической трубе диаметром в десятки метров и течение воды в капилляре), но если число  $\text{Re}$  для этих случаев будет одинаково, то эти течения будут подобны друг другу. Такие зависимости в физике называют **законами подобия**.

Число Рейнольдса характеризует (по порядку величины) отношение кинетической энергии элемента жидкости к работе сил вязкого трения, совершаемой над ним. Действительно, кинетиче-

ская энергия в кубике со стороной  $r$  равна  $K \sim \rho r^3 v^2 / 2$ , сила трения  $F \sim r^2 \eta v / r$  и её работа  $A_F \sim Fr \sim \eta v r^2$ , откуда

$$\text{Re} \sim \frac{K}{A_F}.$$

Вязкие силы стремятся стабилизировать течение, тогда как избыток кинетической энергии может приводить к переходу её части в вихревое движение. Таким образом, можно заключить, что большие числа Рейнольдса благоприятствуют рождению турбулентных течений, а при малых  $\text{Re}$  течение будет, скорее всего, ламинарным.

Эксперимент подтверждает эти рассуждения: для заданной геометрии течения существует критическое значение числа Рейнольдса  $\text{Re}_{\text{кр}}$ , так что при  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$  ламинарное течение оказывается неустойчивым и рождается турбулентность. Для течения по трубе эксперимент даёт  $\text{Re}_{\text{кр}} \sim 10^3$ .

**Течение по трубе.** Рассмотрим стационарное течение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения радиуса  $R$ .

Получим выражение для скорости потока в зависимости от расстояния до центра трубы  $r$ . При малых скоростях течение будет ламинарным и стационарным, поэтому  $dv/dt = 0$ . Кроме того, в трубе постоянного сечения  $v$  не может зависеть от  $x$ , поскольку через каждое сечение должно проходить одинаковое количество жидкости, следовательно, скорость можно считать зависящей только от  $r$ :  $v = v(r)$ , давление же при этом зависит только от координаты вдоль трубы  $x$ . Тогда, воспользовавшись известным выражением для оператора Лапласа в цилиндрических координатах, получим из уравнения (5) следующее:

$$\frac{dP}{dx} = \eta \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} \right). \quad (7)$$

К этому необходимо добавить граничное условие на  $v(r)$ : скорость течения на поверхности трубы должна быть нулевой (условие прилипания),  $v(R) = 0$ . Левая часть уравнения (7) не зависит от  $r$ , поэтому дважды проинтегрировав его по  $r$  с учётом граничного условия получим

$$v = -\frac{dP}{dx} \frac{1}{4\eta} (R^2 - r^2).$$

С учётом того, что и  $dP/dx = \text{const}$  (т. е.  $P(x)$  — линейная функция), получим окончательно

$$v = \frac{P_1 - P_2}{L} \frac{1}{4\eta} (R^2 - r^2), \quad (8)$$

где  $P_2$  и  $P_1$  — давления на концах трубы, а  $L$  — длина трубы.



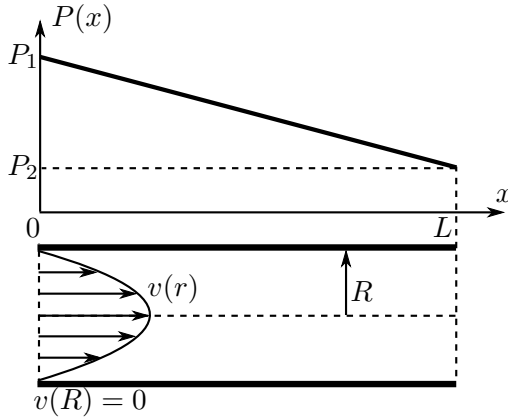


Рис. 2. Структура ламинарного течения по трубе

Полный расход  $Q$  жидкости через трубу можно получить, проинтегрировав плотность потока вещества  $nv$  (ср. с формулой (1)) по сечению трубы. Для круглого сечения можно интегрировать по кольцам радиуса  $r$  толщиной  $dr$ , площадь их равна  $dS = 2\pi r dr$ , и тогда

$$Q = \int nv dS = \int_0^R nv 2\pi r dr. \quad (9)$$

Таким образом, для количества вещества, проходящего в единицу времени через сечение трубы при вязком ламинарном течении, из (9) получаем следующее выражение:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (P_1 - P_2), \quad (10)$$

называемое формулой Пуазейля. Здесь  $Q$  измеряется в единицах объёма в секунду ( $\text{м}^3/\text{с}$ ); для вычисления массового расхода  $Q_m$  ( $\text{кг}/\text{с}$ ) надо домножить его на плотность:

$$Q_m = \rho Q.$$

На рис. 2 приведены основные характеристики пуазейлевского течения: распределение скоростей потока в зависимости от радиуса (профиль скорости) и распределение давления вдоль трубы.

Формула (10) справедлива только для ламинарного течения, поэтому необходимо, чтобы с запасом выполнялось  $\text{Re} < \text{Re}_{\text{кр}}$ .

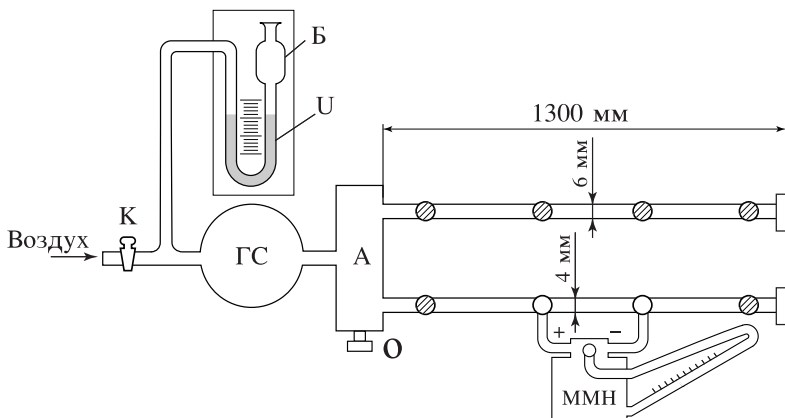


Рис. 3. Схема установки для определения вязкости воздуха

Кроме того, при втекании газа в трубку из резервуара может возникнуть переходная область, в которой будут рождаться вихри или пульсации и течение не будет ламинарным. Если выполняется  $Re \ll Re_{кр} \sim 2 \cdot 10^3$  и трубка достаточно длинная, то эти возмущения затухнут на некотором расстоянии от входа в трубку и далее течение будет ламинарным и пуазейлевским. Градиент давления на участке с несформировавшимся потоком будет больше, чем там, где установилось ламинарное течение, что позволяет разделить участки экспериментально.

**Экспериментальная установка.** Измерения производятся на экспериментальной установке, схема которой изображена на рис. 3. Поток воздуха под давлением, несколько превышающим атмосферное (на 5–7 см вод. ст.), через газовый счетчик ГС поступает в резервуар А, к которому припаяны тонкие металлические трубки. Примерные размеры трубок указаны на рисунке (точные размеры обозначены на установке). Обе трубки на концах снабжены заглушками, не пропускающими воздух. Во время измерений заглушка открывается только на рабочей трубке; конец другой трубки должен быть плотно закрыт.

Перед входом в газосчётчик поставлена U-образная трубка, наполовину заполненная водой. Она выполняет две задачи. Первая — измерение давления газа на входе в газосчётчик. Вторая — предохранение газосчётчика от выхода из строя. Дело в том, что

газосчётчик устойчиво работает, если давление газа на его входе не превышает 600 мм водяного столба. Высота U-образной трубки примерно 600 мм, поэтому, когда давление на входе в счётчик превышает 600 мм водяного столба, вода из U-образной трубки выплёскивается в защитный баллон Б и, создавая шум, привлекает к себе внимание экспериментатора. Такая ситуация часто создаётся в тех случаях, когда газ подают в систему при закрытых выходах измерительных трубок.

Для измерения давлений в трубках просверлен ряд миллиметровых отверстий. На время опыта к двум соседним отверстиям подсоединяется микроманометр, а остальные плотно закрываются завинчивающимися пробками. Подача воздуха в установку регулируется краном К.

В работе применяется *микроманометр* типа ММН (рис. 4), позволяющий измерять разность давлений до 200 мм вод. ст. Для повышения чувствительности трубка манометра установлена в наклонном положении. Числа 0,2; 0,3; 0,4; 0,6 и 0,8, нанесенные на стойке 4, обозначают коэффициент, на который должны быть умножены показания манометра при данном наклоне, для получения давления в миллиметрах водяного столба. Рабочей жидкостью является этиловый спирт. Установка мениска жидкости на нуль шкалы производится путем изменения уровня спирта в сосуде 1 с помощью цилиндра 6. Глубина погружения цилиндра в спирт регулируется винтом 7.

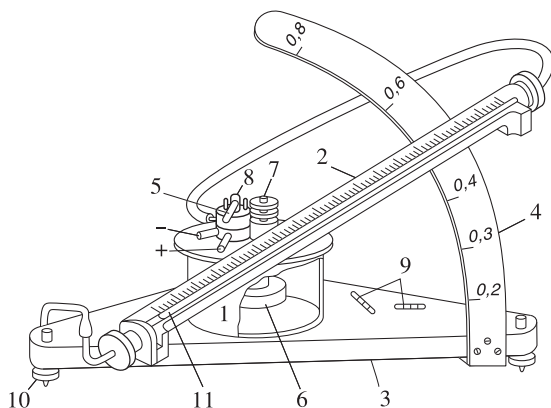


Рис. 4. Микрометрический манометр типа ММН

Микроманометр снабжен двумя уровнями 9, расположенными на плите 3 перпендикулярно один другому. Установка прибора по уровням производится двумя регулировочными ножками 10.

На крышке прибора установлен трехходовой кран 8, который имеет два рабочих положения — «0» и «+» (рис. 4). В положении «0» мениск жидкости устанавливается на ноль. В положении «+» производятся рабочие измерения. Перевод из положения «0» в положение «+» и наоборот осуществляется с помощью рычажка 5 (рис. 4). При этом учитывается, что в резервуаре уровень жидкости практически не меняется.

*Газовый счетчик* служит для измерения небольших количеств газа. Корпус газового счетчика представляет собой цилиндрический баллон, на передней торцевой стенке которого находятся счетно-суммирующий механизм и шкала со стрелкой. Один оборот стрелки соответствует 5 л газа, прошедшего через счетчик.

## ЗАДАНИЕ

1. Подготовьте установку к работе: установите приборы по уровням, проверьте наличие воды в газовом счетчике по водомерному устройству, установите на ноль мениск микроманометра. Полный объём измерения проведите на одной из трубок (лучше на трубке  $d = 4$  мм).
2. Подсоедините микроманометр к двум соседним выводам выбранной трубки вдали от её начала (чтобы исключить участок с несформировавшимся потоком). **Отвинтите пробку на конце этой трубки**; все остальные выводы на трубках должны быть плотно завинчены пробками, снабженными резиновыми прокладками.
3. Медленно открывая кран К (рис. 3) и впуская воздух в установку, внимательно следите за показаниями микроманометра. При больших перепадах давления спирт может вылиться из микроманометра через трубку 11.

Чаще всего это нежелательное явление происходит при измерениях на тонких трубках. Спирт заливает не только резиновую трубку, соединяющую манометрическую трубку 11 с трёхходовым краном, но может попасть и в трубку, соединённую с (-). В резиновых соединительных трубках остаются капли жидкости, которые приводят к тому, что  $\Delta P = P_1 - P_2$  измеряется неправильно. Поэтому перед измерениями (и после того, как спирт попадает в трубки) необходимо убедиться в том, что капелек в соединительных трубках нет. Их присутствие можно обнаружить по резким скачкам столбика в

манометрической трубке 11, происходящим при осторожном перемещении соединительных трубок. В этом случае трубки надо снять и просушить.

4. Измерьте вязкость воздуха. Для этого снимите зависимость разности давлений  $\Delta P$  на некотором участке трубы от расхода воздуха  $Q = \Delta V / \Delta t$ , при этом  $\Delta V$  измеряется газовым счетчиком, а  $\Delta t$  — секундомером. Измерения необходимо проводить на участке с установившимся потоком (ближе к концу трубки).

Установите множитель на стойке 4 равным 0,2. Начинать надо с малых перепадов давлений (2–3 мм вод. ст.), постепенно увеличивая расход  $Q$ . В диапазоне от 0 до 100 дел. по шкале 2 (рис. 4) должно быть не менее 5–6 точек замера. Это необходимо для того, чтобы заведомо попасть в режим ламинарного течения. После этого замеры можно проводить реже, но в более широком диапазоне по давлению, чтобы попасть в турбулентный режим.

5. Повторите измерения п. 4 на остальных трубках в ламинарном режиме ( $Re < 500$ ).
6. При расходе, заведомо обеспечивающем ламинарность потока ( $Re \sim 200$ ), измерьте распределение давления вдоль трубки. Для этого микроманометр последовательно подсоедините ко всем ее выводам, включая и вывод «0» (рис. 3).

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

7. По полученным в пп. 4, 5 данным постройте графики  $\Delta P = f(Q)$ . Из формулы (10) видно, что при ламинарном потоке зависимость  $\Delta P$  от  $Q$  должна быть линейной. При возникновении турбулентности линейность графика нарушается: разность давлений растет быстрее, чем расход.
8. По графику, соответствующему п. 4, оцените критическое значение числа Рейнольдса  $Re_{кр}$  для вашей установки.
9. По угловому коэффициенту прямолинейного участка графика определите вязкость воздуха  $\eta$ . Оцените погрешность определения этого коэффициента и вычислите ошибку полученного значения вязкости.
10. Теоретически оцените вязкость воздуха исходя из того, что длина свободного пробега молекул воздуха при атмосферном давлении составляет  $\lambda \sim 10^{-5}$  см, сравните результаты.

11. По результатам измерения п. 6 постройте график зависимости давления от координаты вдоль трубки  $P = P(x)$ . Заметьте, что непосредственно измеряется перепад давлений  $\Delta P$  от разности координат  $\Delta x$ , поэтому для получения зависимости  $P(x)$  необходимо произвести соответствующий перерасчёт. Из графика оцените длину участка, на котором происходит установление потока.

### Контрольные вопросы

1. Какова размерность коэффициента вязкости  $\eta$ ? Покажите, что из вязкости  $\eta$ , плотности  $\rho$ , скорости  $v$  и размера  $r$  можно составить единственную безразмерную комбинацию.
2. Что такое число Рейнольдса? Как его можно определить из экспериментальных данных?
3. Выразите расход по формуле Пуазейля через число Рейнольдса.
4. Найдите отношение средней и максимальной скоростей ламинарного потока в трубке.
5. По измеренному значению вязкости, оцените длину свободного пробега молекул в воздухе.
6. По измеренному значению вязкости, оцените средний радиус молекул, содержащихся в воздухе.
7. Как зависит вязкость газа от давления и температуры?
8. Во сколько раз изменится объёмный и массовый расход газа при повышении давления в трубе от одной до 10 атмосфер при том же перепаде давления?
9. Рассчитайте среднюю скорость течения воздуха по данным вашего опыта с самым большим расходом.
- 10.\*Какой параметр можно выбрать в качестве характерного размера для числа Рейнольдса при обтекании жидкостью бесконечно длинной тонкой пластинки с нулевым углом атаки (поток ориентирован вдоль пластинки)? Что можно сказать о режиме обтекания такой пластинки?
- 11.\*Сколько литров воды в час подаётся по стометровой трубе диаметром 2 см при перепаде давления в 1 атмосферу. Можно ли в этом случае применять формулу Пуазейля? Какова средняя скорость течения воды по такой трубе?
- 12.\*Известно следующее выражение: “подвижный как ртуть”. Но вязкость ртути больше вязкости воды. Почему же ртуть значительно “подвижнее” воды?
- 13.\*Оцените время, через которое сдуется мыльный пузырь диаметром 5 см через соломинку миллиметрового диаметра длиной в 10 см.

## Литература

1. *Кингсеп А.С., Ложкин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика / под ред. А.С. Кингсепа. — М.: Физматлит, 2001. — Ч. 1, гл. 8; Ч. 3, гл. 5.
2. *Беломучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. — Ч. 5. Гл. 2, 3.
3. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. I. — М.: Наука, 1996. §§ 85, 96, 97.
4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. — М.: Наука, 1996. §§ 23, 106–109, 113, 114.
5. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. II, VII.
6. *Хайкин С.Э.* Физические основы механики. — М.: Наука, 1971. Гл. XVI, § 134. Гл. XIX. § 154.
7. *Лабораторный практикум по общей физике.* Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика / под ред. А. Д. Гладуна. — М.: МФТИ, 2007.
8. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. — М.: Наука, 1982.
9. *Щёголев И.Ф.* Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики. — М.: Янус, 1996. Ч. II. Гл. 6.
10. *Стрелков С.П.* Механика. — М.: Наука, 1975. Гл. XII.

# Содержание

<b>Работа 2.1.</b> Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе . . .	3
<b>Работа 2.2.</b> Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости . . . . .	17
<b>Работа 2.3.</b> Определение теплоты испарения жидкости . . .	25
<b>Работа 2.4.</b> Определение вязкости воздуха по скорости течения через тонкие трубки . . . . .	35



# ЛАБОРАТОНЫЙ ПРАКТИКУМ: ТЕРМОДИНАМИКА

По курсу «Модели и концепции физики»

Составители:

**Кузьмичев** Сергей Дмитриевич

**Извекова** Юлия Николаевна

**Попов** Павел Владимирович

**Филатов** Юрий Николаевич

**Гуденко** Алексей Викторович

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *И. А. Волкова*

Подписано в печать 07.05.2012. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Усл. печ. л. 3,0. Уч.-изд. л. 2,8. Тираж 100 экз. Заказ № 102.

федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9