

Лекция № 10

Магнитное поле в веществе

**Алексей Викторович
Гуденко**

12/11/2012

План лекции

1. Вектор намагниченности
2. Напряжённость магнитного поля. Теорема о циркуляции вектора **H**.
3. Граничные условия для векторов **B** и **H**
4. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Намагничивание цилиндра во внешнем поле.
5. Постоянный магнит.

Поле соленоида

$$dB = \frac{Indz}{cr^2} dl \sin \theta = (i/c)d\Omega$$

$$B_c = 4\pi(i/c)$$

$$B_{1/2} = 2\pi(i/c)$$

Контур с током в магнитном поле

$$\vec{p}_m = (I/c)\vec{S}$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

$$U = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$$

$$\vec{F} = (\vec{p}_m \nabla) \vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{p}_m \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}$$

$$B = \frac{2\pi R^2 I}{cr^3} = \frac{2IS/c}{r^3} = \frac{2p_m}{r^3}$$

Токи проводимости и молекулярные ТОКИ

- Магнитное поле в веществе возбуждается токами проводимости и токами намагничивания
- *Токи проводимости* \mathbf{j} связаны с перемещением свободных зарядов и являются сторонними по отношению к веществу
- *Молекулярные токи* обусловлены орбитальным движением и спином электронов в атомах (молекулах) и ядер вещества.
- *Токи намагничивания* \mathbf{j}_m – макроскопические токи, полученные в результате сглаживания молекулярных ТОКОВ

Механизм намагничивания

- Во внешнем магнитном поле магнитные моменты атомов полностью или частично ориентируются в направлении магнитного поля. Вещество намагничивается.
- Вещества, способные намагничиваться называются *магнетиками*.
 - Слабромагнитные вещества: *пара- и диамагнетики*
 - Сильномагнитные вещества – *ферромагнетики (железо, никель, кобальт и их сплавы)*

Вектор намагниченности \mathbf{P}_m . Связь намагниченности с токами намагничивания

- Вектором намагничивания (или намагниченностью) называется средний магнитный момент единицы объёма вещества:
$$\mathbf{P}_m = \Sigma \mathbf{p}_{mi} / \Delta V$$
- Линейная плотность токов намагничивания для «косого» цилиндра равна проекции вектора намагничивания на образующую цилиндра:
$$i_m / c = P_{ml}$$
- $\int \mathbf{P}_m d\mathbf{l} = I_m / c$ или $\text{rot} \mathbf{P}_m = \mathbf{j} / c$

Вектор напряжённости магнитного поля \mathbf{H} Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе.

- $\text{rot}\mathbf{B} = 4\pi/c (\mathbf{j} + \mathbf{j}_m) = 4\pi/c \mathbf{j} + 4\pi/c \mathbf{j}_m = 4\pi/c \mathbf{j} + 4\pi \text{rot}\mathbf{P}_m \Rightarrow$
 $\text{rot}(\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{P}_m) = \text{rot}\mathbf{H} = 4\pi/c \mathbf{j}$
- $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{P}_m$ - вектор напряжённости магнитного поля
- Циркуляция вектора \mathbf{H} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, пронизывающих контур, умноженной на $4\pi/c$:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$$

т. о циркуляции в
дифференциальной форме:

$$\text{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

Граничные условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H}

- Из теоремы Гаусса:

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_{1n} = B_{2n}$$

- Из теоремы о циркуляции:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I \quad \Rightarrow \quad H_{2t} - H_{1t} = \frac{4\pi}{c} i_n$$

Как измерить H и B

- Поле, измеренное в узком цилиндрическом канале, параллельном магнитному полю, будет равно напряжённости поля H в магнетике
- Поле, измеренное в коротком цилиндре, с основаниями \perp магнитному полю, будет равно индукции поля B в магнетике

Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

- Линейные изотропные магнетики:
 $\mathbf{P}_m = k\mathbf{H}$, k – магнитная восприимчивость
- $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi k\mathbf{H} = (1 + 4\pi k)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$
- $\mu = 1 + 4\pi k$ – магнитная проницаемость
 - Парамагнетики: $k > 0$, $\mu > 1$, $k \sim 10^{-7} - 10^{-5}$
(Al, Pt, FeCl₂, O₂)
 - Диамагнетики: $k < 0$, $\mu < 1$, $k \sim -(10^{-7} - 10^{-5})$
(Bi, Sb, Si, H₂O, H₂, N₂)
 - ферромагнетики

Преломление силовых линий

- На границе раздела двух магнетиков:

$$H_{2t} = H_{1t} \Rightarrow B_{2t}/\mu_2 = B_{1t}/\mu_1$$

$$B_{2n} = B_{1n} \Rightarrow$$

$\operatorname{tg}\alpha_2 / \operatorname{tg}\alpha_1 = \mu_2 / \mu_1$ – происходит сгущение линий в более сильных магнетиках.

Намагничивание цилиндра и шара во внешнем поле

- Длинный цилиндр:
 $I = kH = kV_0 = V_0(\mu - 1)/4\pi$
- Короткий цилиндр:
 $I = kH = k/\mu V_0 = V_0(\mu - 1)/4\pi\mu$
- Для шара: $I = V_0 3(\mu - 1)/4\pi(\mu + 2)$

Постоянный цилиндрический магнит Тороидальный магнит с зазором.

- Постоянный магнит – это ферромагнитное вещество с постоянной намагниченностью
- Для цилиндрического магнита – это поле соленоида с линейной плотностью $i/c = P_m \Rightarrow$ поле в объёме $B_i = 4\pi i/c = 4\pi P_m$ – остаточная индукция; поле на торце $B_t \approx 1/2 B_i$
- Тороидальный магнит с зазором: поле в зазоре $B \approx B_0 = 4\pi P_m$

Магнитного поля соленоида и тороидальной катушки

- Поле длинного соленоида:
 $B = 4\pi(i/c)$; $i = In = IN/\ell$ - N – число витков,
 ℓ - длина катушки, I – ток в соленоиде; i –
линейная плотность тока; $n = N/\ell$
плотность намотки.
 $I = 10 \text{ A}$, $n = 10 \text{ см}^{-1}$ $B = 4\pi(In/c) = 1,25 \text{ Тл}$
- Поле тонкой тороидальной катушки:
 $B = 2NI/cR$