



МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Лабораторные работы №№ 4.13, 4.14, 4.15, 125, 128, 147

МОСКВА 2007

1. Диа- и парамагнетики

Одной из основных макроскопических характеристик веществ, которая используется для описания их магнитных свойств, является вектор намагниченности \mathbf{M} — суммарный магнитный момент единичного объёма вещества. В ряде веществ между намагниченностью \mathbf{M} и напряжённостью магнитного поля \mathbf{H} имеет место линейная зависимость:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}, \quad (\text{В.1})$$

где χ — магнитная восприимчивость единичного объёма вещества. Вещества с отрицательной магнитной восприимчивостью ($\chi < 0$) называют диамагнетиками, а вещества с $\chi > 0$ принадлежат к классу парамагнетиков.

Магнитные свойства твёрдых тел определяются поведением электронов, входящих в состав атомов и молекул, из которых состоят эти тела. Движение атомных электронов может быть количественно описано только с помощью квантовой механики, хотя ряд правильных выводов может быть сделан на основе классических соображений.

При внесении любого тела в магнитное поле в электронной оболочке каждого его атома в силу закона электромагнитной индукции возникают индуцированные токи, т. е. добавочное круговое движение электронов, обусловленное прецессией электронных орбит относительно направления внешнего магнитного поля. Эти токи создают индуцированный магнитный момент, направленный противоположно внешнему магнитному полю. Это проявление общезначимого принципа Ле-Шателье–Брауна, согласно которому *всякая равновесная система при слабом внешнем воздействии ведёт себя так, чтобы уменьшить последствия этого воздействия* (в электромагнетизме это называют правилом Ленца).

Отрицательная намагниченность, связанная с диамагнетизмом, обычно невелика ($\chi \simeq 10^{-8} \div 10^{-4}$). В отсутствие внешнего поля атом (молекула) чистого диамагнетика не обладает магнитным моментом: магнитные моменты электронов в атомах (молекулах) диамагнетиков взаимно скомпенсированы. В частности, это имеет место в атомах и молекулах с целиком заполненными оболочками: в атомах инертных газов, в молекулах водорода, азота.

Рассмотрим одну из электронных орбит атома. Пусть электрон с зарядом e и массой m_e движется со скоростью v по круговой орбите радиуса r , а его орбитальный момент количества движения \mathbf{L} лежит в плоскости рис. В.1 и направлен под углом θ к некоторой оси z . С моментом импульса \mathbf{L} связан орбитальный магнитный момент $\boldsymbol{\mu}_L$, который направлен в противоположную сторону, поскольку заряд электрона отрицательный. При

включении магнитного поля с индукцией \mathbf{B} , направленной вдоль оси z , на атом начинает действовать механический момент

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\mu}_L \times \mathbf{B},$$

который перпендикулярен плоскости рис. В.1 и направлен от нас. Уравнение движения атома будет иметь вид

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\mu}_L \times \mathbf{B}.$$

Аналогичное хорошо известное в механике уравнение описывает угловую прецессию волчка. В нашем случае это уравнение описывает прецессию электронной орбиты с угловой частотой

$$\Omega_L = \frac{\mu_L B}{L}$$

и направленной вдоль магнитного поля. Поскольку $L = m_e v r$, а $\mu_L = \frac{1}{2} e v r$, то

$$\Omega_L = \frac{e}{2m_e} B.$$

Эта частота называется ларморовой угловой частотой. Следует отметить, что ни направление, ни величина ларморовой угловой частоты не зависят от угла θ .

Прецессия электронной орбиты приводит к дополнительному вращению электрона вокруг поля \mathbf{B} , налагающемуся на его орбитальное движение. Это дополнительное движение эквивалентно замкнутому току Δi в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{B} :

$$\Delta i = -\frac{e\Omega_L}{2\pi} = -\frac{e^2}{4\pi m_e} B.$$

Этот ток создаёт магнитный момент

$$\Delta\mu_L = \Delta i \cdot S = -\frac{e^2 S}{4\pi m_e} B = -\frac{\mu_0 e^2 S}{4\pi m_e} H,$$

где S — площадь контура, который описывает электрон в результате прецессии вокруг поля \mathbf{B} . Если рассматривать сферически симметричное

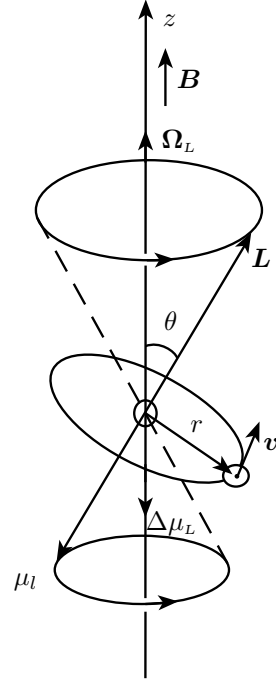


Рис. В.1. Прецессия электронной «орбиты» в магнитном поле

распределение заряда электрона, то расчёт показывает, что $S = \frac{2}{3}\pi \langle r^2 \rangle$, где $\langle r^2 \rangle$ — средний квадрат расстояния электрона от ядра. Поэтому

$$\Delta\mu_L = -\frac{\mu_0 e^2 \langle r^2 \rangle}{6m_e} H.$$

Появление этого момента и приводит к намагничиванию вещества в направлении, противоположном полю, т. е. к диамагнетизму. Магнитный момент атома, содержащего Z электронов, находится суммированием магнитных моментов отдельных электронов:

$$\mu_{\text{ат}} = -\frac{\mu_0 e^2 H}{6m_e} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle.$$

Сумму можно заменить произведением $Z \langle a^2 \rangle$, где $\langle a^2 \rangle$ — средний квадрат расстояния электронов от ядра. Тогда

$$\mu_{\text{ат}} = -\frac{\mu_0 e^2 \langle a^2 \rangle Z}{6m_e} H.$$

Умножив полученное выражение на число атомов n в единице объёма, получим намагниченность M :

$$M = n\mu_{\text{ат}} = -\frac{\mu_0 e^2 \langle a^2 \rangle n Z}{6m_e} H.$$

Магнитная восприимчивость

$$\chi = \frac{M}{H} = -\frac{\mu_0 e^2 \langle a^2 \rangle n Z}{6m_e}.$$

Положив $a \approx 10^{-10}$ м, $n \approx 5 \cdot 10^{28}$ м⁻³, получим, что

$$\chi \approx -10^{-6} Z.$$

Эта оценка находится в хорошем согласии с экспериментальными результатами.

Из полученного выражения для магнитной восприимчивости диамагнетиков следует, что она не зависит ни от температуры, ни от величины напряжённости поля и растёт пропорционально порядковому номеру элемента.

Диамагнитный эффект свойствен всем веществам (независимо от того, имелся ли у атома собственный магнитный момент или нет, и как он был ориентирован), однако у некоторых веществ он перекрывается более сильным парамагнитным эффектом. В отличие от диамагнетизма парамагнетизм характерен для веществ, частицы которых (атомы, ионы, молекулы) обладают собственным магнитным моментом в отсутствие

внешнего магнитного поля. Этот магнитный момент обусловлен как движением электронов в оболочке атома (орбитальный магнитный момент), так и наличием собственных магнитных моментов у электронов и ядер (спиновый магнитный момент). Например, в кристаллах медного купороса (CuSO_4) содержатся ионы меди, у которых электроны на внутренних оболочках имеют суммарный магнитный момент, не равный нулю. Изолированный атом меди имеет нечётное число электронов (29). На внешней оболочке $4s$ имеется всего один электрон, и именно его магнитный момент является магнитным моментом атома меди. Поэтому пары меди, как и пары натрия, являются парамагнетиками. Однако при переходе в твёрдое состояние (в процессе кристаллизации) атомы меди теряют этот электрон, он уходит от своего атома и уже принадлежит всему кристаллу. «Застывшие» в узлах решётки ионы меди уже не имеют магнитного момента и поэтому не обладают парамагнитным эффектом. Обобществлённые электроны (электроны проводимости) образуют электронный газ, который является парамагнетиком, поскольку состоит из частиц, обладающих собственным магнитным моментом. Такой парамагнетизм называют парамагнетизмом Паули. Но медь является диамагнетиком и это означает, что диамагнетизм ионов меди преобладает над парамагнетизмом свободных электронов.

Отличительной особенностью парамагнетиков является их слабая намагниченность во внешнем магнитном поле при комнатной температуре. В отсутствие магнитного поля энергия диполь-дипольного взаимодействия между двумя соседними магнитными моментами атомов с межатомным расстоянием $\sim 5 \cdot 10^{-8}$ см составляет $\sim 10^{-5}$ эВ, а энергия теплового движения на атом $\sim 7,5 \cdot 10^{-2}$ эВ. Такое превосходство тепловой энергии приводит к равномерному пространственному распределению магнитных моментов, а следовательно, к отсутствию намагниченности у парамагнетиков. Но когда начинает действовать внешнее магнитное поле, оно выстраивает магнитные моменты так, что магнитных моментов, направленных по полю, становится больше, чем направленных против поля и с ростом поля намагниченность парамагнетиков растёт по закону (В.1). Магнитная восприимчивость парамагнетиков всегда положительна, а по величине $\chi \sim 10^{-6} \div 10^{-4}$ (система СИ).

Найдём температурную зависимость магнитной восприимчивости парамагнетика. Пусть среднее число атомов в единице объёма равно N , а абсолютная величина магнитного момента атома μ_B . В магнитном поле с

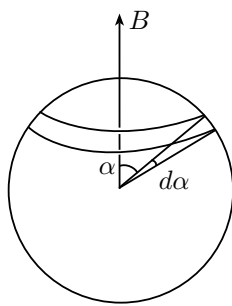


Рис. В.2

индукцией B энергия магнитного диполя, составляющего с направлением поля угол α ,

$$U = -\mu_B B \cos \alpha.$$

Используя распределение Больцмана, запишем число атомов из единичного объёма, магнитные моменты которых направлены под углами от α до $\alpha + d\alpha$ в малом телесном угле $d\Omega = 2\pi \sin \alpha d\alpha$ (рис. В.2):

$$dN = N_0 \exp\left(\frac{\mu_B B \cos \alpha}{kT}\right) 2\pi \sin \alpha d\alpha,$$

где N_0 — нормировочная константа. Полное число атомов в единице объёма

$$N = 2\pi N_0 \int_0^\pi e^{\frac{\mu_B B \cos \alpha}{kT}} \sin \alpha d\alpha. \quad (\text{В.2})$$

Поскольку проекция магнитного момента атома на направление поля равна $\mu_B \cos \alpha$, то суммарный магнитный момент всех атомов единицы объёма будет равен

$$M = 2\pi N_0 \int_0^\pi \mu_B \cos \alpha \exp\left(\frac{\mu_B B \cos \alpha}{kT}\right) \sin \alpha d\alpha. \quad (\text{В.3})$$

Магнитный момент электрона $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24}$ А·м² (магнетон Бора). В магнитном поле с $B = 1,0$ Тл магнитная энергия $\mu_B B \sim 10^{-4}$ эВ. Поэтому в не слишком больших полях и не слишком низких температурах показатель экспоненты много меньше единицы. В этом приближении из совместного решения (В.2) и (В.3) получим, что намагниченность

$$M \approx \frac{\mu_B^2 B N}{3kT} = \frac{\mu_B^2 \mu_0 N}{3kT} H.$$

Магнитная восприимчивость

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\mu_B^2 \mu_0 N}{3kT} \sim \frac{1}{T}.$$

Температурная зависимость восприимчивости парамагнетиков вида $1/T$ называется законом Кюри.

В очень сильных полях, когда магнитная энергия внутриатомного диполя сравнима с тепловой ($B \simeq 10^3$ Тл при комнатной температуре), все магнитные моменты в парамагнетике могут ориентироваться по полю — наступает магнитное насыщение.

В случае парамагнетизма свободных электронов, образующих электронный газ в металлах, не все электроны могут участвовать в переориентировке своих магнитных моментов, а только небольшая часть, которая

пропорциональна тепловой энергии kT (квантовый эффект). Поэтому у некоторых металлов парамагнетизм не зависит от температуры.

2. Ферромагнетизм

Помимо диа- и парамагнетиков, которые слабо реагируют на внешнее магнитное поле, в природе существуют вещества, способные сильно намагничиваться даже в небольших магнитных полях. Такие вещества относят к классу ферромагнетиков. Это железо, никель, кобальт, гадолиний и многочисленные сплавы этих металлов между собой и с другими металлами. Ферромагнитными свойствами обладают некоторые сплавы элементов, которые порознь не являются ферромагнитными (например, сплавы меди и марганца), и ряд неметаллических веществ (ферриты).

Зависимость намагниченности M от напряжённости магнитного поля H у всех ферромагнетиков оказывается нелинейной, поскольку магнитная восприимчивость χ у ферромагнетиков не является константой и зависит от H . Если у диа- и парамагнетиков χ составляет всего $10^{-8} \div 10^{-3}$, то у ферромагнетиков магнитная восприимчивость достигает значений $10^4 \div 10^5$. Степень намагничивания ферромагнитного вещества можно характеризовать не только вектором намагниченности \mathbf{M} , а и величиной магнитного поля в данном веществе (вектором магнитной индукции \mathbf{B}). По определению

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}).$$

В тех случаях, когда намагниченность \mathbf{M} пропорциональна \mathbf{H} ($\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$),

$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} = \mu_0\mu\mathbf{H}. \quad (\text{В.4})$$

Величина $\mu = 1 + \chi$ носит название магнитной проницаемости вещества, а μ_0 называют магнитной постоянной. Если у диа- и парамагнетиков величина μ отличается от единицы всего на сотые доли процента, то у ферромагнетиков она практически совпадает со значением χ (в системе СИ).

Отметим, что в абсолютной системе единиц (СГС), где $\mathbf{B} = (1+4\pi\chi)\mathbf{H}$, численное значение χ в 4π раз меньше, чем в системе СИ.

Обратимся теперь к природе ферромагнетизма. Атомы ферромагнетиков так же, как и атомы парамагнетиков, обладают собственными магнитными моментами даже в отсутствие внешнего магнитного поля. На этом их сходство и заканчивается, а главное отличие состоит в степени магнитной упорядоченности магнитных диполей. В случае парамагнетика мы имеем дело с полностью разупорядоченной системой магнитных диполей (энергия диполь-дипольного взаимодействия мала по сравнению с энергией теплового движения). В отсутствие внешнего магнит-

ного поля ферромагнитный образец разбит на области спонтанной однородной намагниченности, называемые доменами. Это макроскопические области размером порядка нескольких микрометров, в которых все магнитные моменты атомов выстроены в одном направлении, т. е. внутри домена мы имеем полную магнитную упорядоченность атомов. В 1928 г. Я.И. Френкелем было высказано предположение, что силы, заставляющие магнитные моменты атомов ориентироваться сонаправлено, имеют электростатическую природу. Они возникают в результате обменного взаимодействия электронов внутренних недостроенных оболочек, например, в атомах группы Fe. Обменное взаимодействие между атомами ферромагнетика имеет квантово-механическую природу и в настоящее время ещё не до конца изучено.

Помимо обменных (близкодействующих) сил между атомами действуют дальнедействующие силы магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Энергия такого взаимодействия будет минимальна при антипараллельном расположении магнитных моментов соседних атомов. Поэтому при определённом поперечном (перпендикулярном магнитному моменту) размере домена оказывается энергетически выгодно иметь соседний домен с противоположно направленным магнитным моментом.

В результате конкуренции этих двух типов взаимодействий достаточно большой ферромагнитный образец разбивается на многочисленное количество доменов. Между доменами существуют переходные слои (в железе их толщина $\sim 10^{-5}$ см), в которых направление магнитного момента атомов плавно переходит от направления в одном домене к направлению в соседнем. Такие слои называют «стенками Блоха».

Суммарный магнитный момент ферромагнитного образца в отсутствие внешнего магнитного поля неоднозначен: его величина и направление зависят от предыстории образца. В одних случаях он равен нулю (полностью размагниченный образец), а в другом случае он может иметь очень большое значение (например, постоянный магнит).

Если ферромагнетик, находящийся в состоянии полного размагничивания ($M = 0$), намагничивать в медленно нарастающем магнитном поле, то мы получим зависимость $M(H)$, которую называют начальной кривой намагничивания. Эту кривую обычно разделяют на пять условных участков (рис. В.3). Участок I — область обратимого намагничивания, где $M = \chi_0 H$. В этой области происходят процессы упругого смещения границ доменов: увеличивается размер тех доменов, магнитный момент которых близок к направлению магнитного поля, и уменьшаются размеры доменов с противоположным направлением магнитного момента. Участок II характеризуется квадратичной зависимостью M от H . В этой области также идёт процесс смещения границ, но одновременно как обратимый,

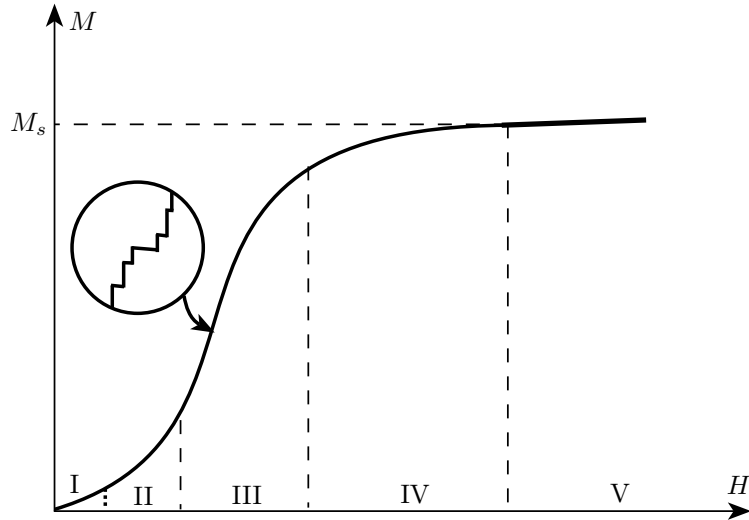


Рис. В.3. Начальная кривая намагничивания ферромагнетика

так и необратимый. Область максимальной скорости роста намагниченности (III) соответствует необратимым смещениям «стенок Блоха»: им приходится преодолевать «препятствия» в виде примесей, дислокаций и дефектов кристаллической решётки. Когда стенка наталкивается на такое препятствие, она останавливается и держится, пока поле не достигнет определённого значения, при котором она внезапно срывается. Таким образом, движение доменной стенки приобретает скачкообразный характер (скачки Баркгаузена).

Фрагмент кривой намагничивания в этой области в увеличенном масштабе показан на рис. В.3. Скачкообразное движение стенок приводит к быстрому изменению намагниченности образца, что вызывает появление вихревых токов, а следовательно, диссипацию энергии. Выделение тепла внутри образца и приводит к необратимому движению доменных стенок.

В достаточно сильных полях движение стенок прекращается и энергетически выгодным становится поворот магнитных моментов тех оставшихся доменов, у которых магнитный момент не совпадает с направлением поля (область IV). И, наконец, при некотором значении поля (участок V) все магнитные моменты выстраиваются по полю — намагниченность образца достигает насыщения.

Магнитные и другие физические свойства ферромагнетиков существенным образом зависят от температуры. Например, намагниченность насыщения M_s имеет наибольшее значение при $T = 0$ ($M_s(0)$) и монотонно уменьшается до нуля при температуре Θ , которую называют ферромагнитной точкой Кюри (рис. В.4). Выше Θ тепловое движение разрушает магнитную структуру доменов и ферромагнетик переходит в парамагнитное состояние. В отсутствие внешнего магнитного поля переход ферромагнетик-парамагнетик является фазовым переходом II рода.

Мы уже знаем, что для парамагнетиков зависимость магнитной восприимчивости от температуры имеет вид закона Кюри ($\chi \sim 1/T$). Аналогичная зависимость восприимчивости ферромагнетиков от температуры при температурах выше Θ описывается законом Кюри-Вейсса:

$$\chi = \frac{C}{T - \Theta_p},$$

где C — постоянная Кюри, а Θ_p — парамагнитная температура Кюри (она немного выше Θ).

На практике магнитные свойства ферромагнетиков обычно изучают путём измерения зависимости индукции магнитного поля \mathbf{B} от напряжённости магнитного поля \mathbf{H} в веществе ($\mathbf{B} = f(\mathbf{H})$). Исследование образца естественно начинают с полностью размагниченного состояния ($\mathbf{H} = 0, \mathbf{B} = 0$). Если теперь монотонно увеличивать напряжённость поля \mathbf{H} , то изменение \mathbf{B} происходит по известной нам начальной кривой намагничивания (кривая OA на рис. В.5).

Эта кривая практически совпадает с кривой намагничивания на рис. В.3, поскольку вклад в \mathbf{B} намагниченности \mathbf{M} существенно больше, чем \mathbf{H} . Скорость подъёма кривой OA характеризуется дифференциальной магнитной проницаемостью

$$\mu_{\text{дифф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}.$$

Дифференциальная магнитная проницаемость обычного железа с ростом \mathbf{H} сначала увеличивается, а затем начинает резко падать, приближаясь к единице при насыщении. Дойдя до некоторой точки A , лежащей достаточно далеко в области насыщения (здесь \mathbf{B}_s — индукция насыщения)¹,

¹ s — saturated (англ.) — насыщенный

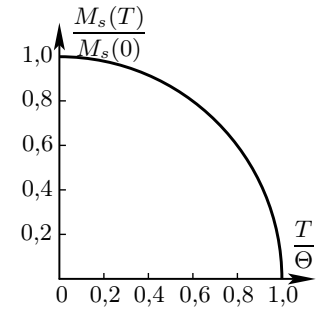


Рис. В.4. Зависимость намагниченности насыщения ферромагнетика от температуры

начнём уменьшать напряжённость поля H .

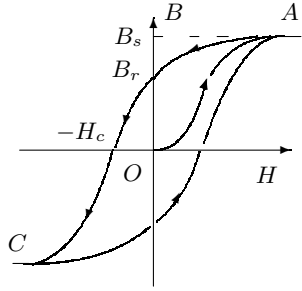


Рис. В.5. Начальная кривая намагничивания и кривая гистерезиса

Обратный путь не идёт по начальной кривой, а проходит выше неё. При $H = 0$ в образце сохраняется некоторое намагничение. Величина B_r , достигаемая в точке $H = 0$ при возвращении из состояния насыщения, носит название **остаточной индукции**². Значение $B = 0$ достигается лишь при некотором отрицательном значении $H = -H_c$. Величина H_c называется **коэрцитивной силой**³. Среди ферромагнетиков принято различать магнитожёсткие (с $H_c > 10^3$ А/м) и магнитомягкие материалы. В точке C наступает насыщение для намагничивания в противоположную

сторону.

Постараемся теперь вернуться в точку A . Магнитное состояние вещества характеризуется теперь точками кривой CA , лежащими ниже начальной кривой намагничивания. Строго говоря, кривая не пройдёт и через точку A , а окажется ниже неё. Вновь уменьшая магнитное поле, мы пройдем поэтому по кривой, расположенной ниже кривой AC , не попадем в точку C и начнем движение к A по некоторому новому пути. Магнитные циклы, таким образом, обычно оказываются незамкнутыми. Многократно проходя один и тот же цикл, образец приближается к предельному замкнутому циклу (кривой гистерезиса), не зависящему от начального состояния. Описанная картина наиболее отчетливо проявляется в тех случаях, когда образец не доводится до насыщения. При заходе в область насыщения намагничение зависит главным образом от H и лишь в очень слабой степени от истории образца. Предельные циклы устанавливаются при этом сразу (т. е. при однократном прохождении цикла) или почти сразу. В соответствии с этим на рис. В.5 не сделано различия между частным циклом и предельным.

Можно показать, что площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, теряемой в единице объема вещества за время цикла:

$$w = \oint H dB.$$

3. Размагничивающий фактор

Когда мы говорим о кривой намагничивания $B(H)$ какого-то фер-

ромагнитного материала, то речь идет о локальной связи между индукцией и величиной магнитного поля внутри этого вещества. Подчеркнем, что в зависимости $B(H)$ имеется в виду не внешнее магнитное поле, а именно поле внутри данного материала. На практике для снятия петли гистерезиса мы обычно помещаем во внешнее однородное магнитное поле ферромагнитный образец, имеющий конечные размеры. Однородная намагниченность по всему объему образца будет иметь место только для образцов, имеющих форму эллипсоидов вращения и, в частности, для шара, для очень тонкой пластинки и для тонкого и длинного цилиндра. Во всех этих случаях величина магнитного поля внутри образца будет меньше внешнего магнитного поля. Рассмотрим в качестве примера образец, имеющий форму цилиндра длиной l и диаметром d ($d \ll l$).

Пусть ось симметрии цилиндра направлена вдоль внешнего магнитного поля величиной H_0 . Цилиндр будет практически однородно намагничен с некоторой намагниченностью M . Найдём величину индукции магнитного поля на оси цилиндра в точке, равноудаленной от его торцов. С одной стороны, используя связь между B , M и H , можно записать

$$B_{\text{вн}} = \mu_0(H_{\text{вн}} + M), \quad (\text{В.5})$$

где $H_{\text{вн}}$ — величина поля внутри образца. С другой стороны, намагниченный цилиндр можно рассматривать как цилиндрическую поверхность диаметра d с однородным кольцевым поверхностным током плотностью:

$$j = M.$$

Эти молекулярные токи создают собственное магнитное поле, которое по направлению совпадает с внешним полем H_0 , а по величине равно⁴:

$$H_{\text{мол}} = \frac{Ml}{\sqrt{l^2 + d^2}}.$$

Индукцию магнитного поля найдём как суперпозицию внешнего поля и поля молекулярных токов:

$$B_{\text{вн}} = \mu_0 \left(H_0 + \frac{Ml}{\sqrt{l^2 + d^2}} \right). \quad (\text{В.6})$$

Приравнявая (В.5) и (В.6), получим

$$H_0 + \frac{Ml}{\sqrt{l^2 + d^2}} = H_{\text{вн}} + M.$$

⁴ См. [4]. Задача № 5.5.

² r — remained (англ.) — оставшийся

³ c — coercive (англ.) — принудительный

Разность между внешним и внутренним полями называют размагничивающим полем:

$$H_{\text{разм}} = H_0 - H_{\text{вн}} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{l}\right)^2}}\right) M = N_p M.$$

Коэффициент пропорциональности между размагничивающим полем и намагничённостью образца обозначают через N_p и называют размагничивающим фактором или коэффициентом размагничивания. Его величина зависит только от геометрических размеров образца и может изменяться в пределах от 0 до 1.

Полученное выражение для N_p цилиндра с параметрами $d/l \ll 1$ всё равно остаётся приближённым выражением, хотя и с достаточно хорошим приближением. А вот точные значения размагничивающего фактора могут быть рассчитаны только в отдельных частных случаях:

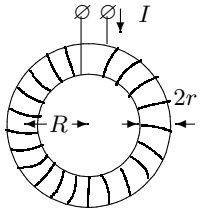


Рис. В.6. Торoidalный образец с намагничивающей обмоткой

- 1) бесконечно длинный цилиндр с конечным размером диаметра: в случае продольного внешнего магнитного поля $N_p = 0$, в случае поперечного — $N_p = 1/2$;
- 2) для шара $N_p = 1/3$;
- 3) в случае очень тонкой пластинки при поперечном внешнем магнитном поле $N_p = 1$, а при продольном — $N_p = 0$.

В лабораторных условиях для исследования зависимости $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ ферромагнитных материалов обычно используют образцы тороидальной формы. Если на тор намотать равномерную намагничивающую обмотку (рис. В.6), то поле H внутри тора на окружности радиуса R будет пропорционально току I в обмотке, а его величину можно рассчитать по теореме о циркуляции вектора \mathbf{H} :

$$H = \frac{IN_0}{2\pi R}, \quad (\text{В.7})$$

где N_0 — число витков намагничивающей обмотки. Напряжённость магнитного поля в тороидальном образце зависит от R , поэтому при $r \ll R$ мы будем иметь достаточно однородную намагничённость образца.

4. Измерение напряжённости магнитного поля в образцах

Рассмотрим ферромагнитный образец, имеющий форму тора с поперечным разрезом (рис. В.7).

Пусть ширина разреза δ существенно меньше радиуса сечения тора r , который в свою очередь мал по сравнению со средним радиусом тора R . Обозначим через N_0 число витков намагничивающей обмотки и через I — силу намагничивающего тока. Пусть H_1 — напряжённость магнитного поля в образце, а H_2 — в зазоре. По теореме о циркуляции вектора \mathbf{H} имеем

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = H_1(2\pi R - \delta) + H_2\delta = N_0 I. \quad (\text{В.8})$$

Чтобы найти из этой формулы H_1 и H_2 , нужно установить связь между ними. Для этого используем непрерывность нормальных составляющих вектора магнитной индукции \mathbf{B} на границах разреза. Замечая, что в образце $B_1 = \mu_0 \mu H_1$, а в зазоре $B_2 = \mu_0 H_2$, и приравняв B_1 и B_2 , найдём, что $\mu H_1 = H_2$. Заменяя с помощью этой формулы H_2 в формуле (В.8), получим

$$H_1 = \frac{N_0 I}{2\pi R + (\mu - 1)\delta}, \quad (\text{В.9})$$

и, следовательно,

$$H_2 = \frac{N_0 I \mu}{2\pi R + (\mu - 1)\delta}. \quad (\text{В.10})$$

Из этих формул следует ряд важных выводов. Отметим прежде всего, что напряжённости поля в образце и в зазоре (при $\mu = \text{const}$) пропорциональны силе намагничивающего тока. После того как установлена величина коэффициента пропорциональности, измерение напряжённости может быть заменено измерением тока.

В образце без зазора, когда $\delta = 0$,

$$H = \frac{N_0 I}{2\pi R}. \quad (\text{В.11})$$

При наличии даже небольшого зазора второе слагаемое в знаменателе (В.9) существенно превосходит первое из-за большой величины μ . В этом случае также нетрудно определить напряжённость поля в воздушном зазоре. В самом деле, пренебрегая первым слагаемым в знаменателе (В.10) по сравнению со вторым и заменяя единицей коэффициент $(\mu - 1)/\mu$, найдём, что в достаточно больших зазорах (т.е. почти всегда)

$$H_2 = \frac{N_0 I}{\delta}. \quad (\text{В.12})$$

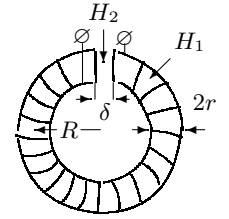


Рис. В.7. Торoidalная катушка с разрезом

Как следует из формулы (В.12), размеры магнитного ярма (части магнитной цепи, заполненной веществом с большим μ) практически не сказываются на напряжённости магнитного поля в зазоре. Мало сказывается на ней и форма ярма. Поэтому ярма электромагнитов — устройств, предназначенных для создания больших магнитных полей в воздушных зазорах, — могут иметь самые разные формы.

Воздушные зазоры электромагнитов можно использовать для исследования ферромагнитных образцов.

5. Измерение индукции в образце

Одним из самых удобных и надёжных методов измерения индукции B является метод, основанный на законе индукции. Электродвижущая сила \mathcal{E} , возникающая в контуре при изменении пронизывающего контур магнитного потока $\Phi(B)$, равна

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}. \quad (\text{В.13})$$

Так как магнитный поток $\Phi(B)$ равен произведению индукции B на площадь образца, формула (В.13) позволяет определить производную от индукции B . Чтобы измерить саму величину B , необходимо иметь в составе аппаратуры интегрирующий прибор. В качестве последнего чаще всего применяют милливеберметр (работа 4.13) или баллистический гальванометр, отклонение стрелки которого при определённых условиях пропорционально интегралу от протекшего через него тока (работы 4.9 и 128), или интегрирующую RC -цепочку (работа 4.14).

6. Измерение магнитной восприимчивости диамагнетиков и парамагнетиков

Магнитная восприимчивость тел может быть определена методом измерения сил, которые действуют на тела в магнитном поле. Существуют два классических метода таких измерений: метод Фарадея и метод Гюи. В методе Фарадея исследуемые образцы, имеющие форму маленьких шариков, помещаются в область сильно неоднородного магнитного поля и измеряется сила, действующая на образец. При этом для расчёта магнитной восприимчивости необходимо знать величину градиента магнитного поля в месте расположения образца. В методе Гюи используется тонкий и длинный стержень, один из концов которого помещают в зазор электромагнита (обычно, в область однородного поля), а другой конец — вне зазора, где величиной магнитного поля можно пренебречь. Закон изменения поля — от максимального до нулевого — в этом случае несуществен.

Для геометрии нашего эксперимента детальный расчёт магнитного поля при наличии в зазоре стержня достаточно сложен. Те или иные приближения в расчёте могут привести к значительным погрешностям в определении изменения энергии системы при виртуальном перемещении стержня и соответственно в значении действующей на стержень силы.

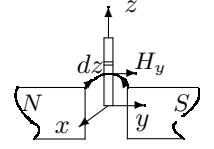


Рис. В.8. Расположение образца в зазоре электромагнита

С другой стороны, поскольку отличие B от $\mu_0 H$ (определяемое величиной χ) для всех изучаемых нами образцов не превышает 0,1%, поля в стержне и в зазоре также могут отличаться не более, чем на 0,1%. Соответственно такого же порядка может быть погрешность в прямом расчёте намагниченности стержня и через неё действующей на стержень силы.

Найдём выражение для магнитной силы, действующей на тонкий цилиндрический стержень, расположенный между полюсами электромагнита (рис. В.8). Пусть площадь поперечного сечения образца равна s , его объёмная магнитная восприимчивость — χ , а поле в зазоре равно H .

Воспользуемся общим выражением для силы, действующей на магнитный диполь с магнитным моментом m во внешнем поле:

$$\mathbf{F} = (m \nabla) \mathbf{B}.$$

Нас интересует магнитная сила, действующая на образец вдоль оси z :

$$F_z = m_x \frac{dB_z}{dx} + m_y \frac{dB_z}{dy} + m_z \frac{dB_z}{dz}.$$

Выберем бесконечно малый объём стержня $dV = s dz$, где dz — малый элемент длины цилиндра на произвольной высоте z . Магнитный момент такого элемента объёма $dm_y = \chi H_y s dz$. Поскольку $dm_x = dm_z = 0$, то магнитная сила равна

$$dF_z = \chi H_y s \frac{dB_z}{dy} dz.$$

Так как в образце отсутствуют токи проводимости и токи смещения, то $\text{rot } H = 0$, а

$$\frac{dB_z}{dy} = \frac{dB_y}{dz}.$$

После замены производной в выражении для dF_z окончательно получим

$$dF_z = \chi H_y s dB_y = \chi \frac{B_y}{\mu_0 \mu} s dB_y = \frac{\chi}{2\mu_0 \mu} s d(B_y)^2.$$

Полагая, что у верхнего конца стержня $B_y = 0$, а у нижнего $B_y = B$, после интегрирования по длине стержня получим

$$F_z = \int_B^0 \frac{\chi s}{2\mu_0\mu} d(B_y^2) = -\frac{\chi}{2\mu_0\mu} s B^2. \quad (\text{В.14})$$

Если $\chi > 0$ (парамагнетик) — стержень втягивается в зазор, если меньше (диамагнетик) — выталкивается из него.

По смыслу вывода B в формуле (В.14) — поле в образце. Если приравнять его измеренному нами полю в зазоре, можно пользоваться (В.14) в качестве расчётной формулы.

Полагая равными в стержне и в зазоре векторы \mathbf{H} , придём к соотношению

$$F = \frac{\chi}{2\mu_0} s B^2. \quad (\text{В.15})$$

Напомним, что при переходе через границу раздела сред сохраняются нормальная составляющая вектора \mathbf{B} и тангенциальная составляющая вектора \mathbf{H} . Поэтому точная величина силы лежит где-то между значениями, определяемыми формулами (В.14) и (В.15), отличие между которыми лежит за пределами точности эксперимента.

Формулы (В.14) и (В.15) совпадают, если пренебречь отличием μ от единицы. Поэтому в качестве окончательной принимаем формулу (В.15). Эта формула может быть получена также из энергетических соображений (см. работу 4.13).

Подчеркнём ещё раз, что все эти приближения справедливы только для случая $\chi \ll 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. Гл. 3, §§ 74–79.
2. Калашников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. Гл. 11.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы физики. Т. I. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 2, гл. V, §§ 5.2, 5.3.
4. Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика / под ред. В.А. Овчинкина — М.: Физматкнига, 2004.

4.13. Магнитная восприимчивость диа- и парамагнетиков

Цель работы: измерение магнитной восприимчивости диа- и парамагнитного образцов.

В работе используются: электромагнит, аналитические весы, миллилиберметр, амперметр постоянного тока, реостаты, образцы.

Магнитная восприимчивость тел может быть определена методом измерения сил, которые действуют на тела в магнитном поле. Существуют два классических метода таких измерений: *метод Фарадея* и *метод Гюи*. В методе Фарадея исследуемые образцы, имеющие форму маленьких шариков, помещаются в область сильно неоднородного магнитного поля и измеряется сила, действующая на образец. При этом для расчёта магнитной восприимчивости необходимо знать величину градиента магнитного поля в месте расположения образца. В методе Гюи используется тонкий и длинный стержень, один из концов которого помещают в зазор электромагнита (обычно в область однородного поля), а другой конец — вне зазора, где величиной магнитного поля можно пренебречь. Закон изменения поля — от максимального до нулевого — в этом случае несуществен.

Найдём выражение для магнитной силы, действующей на такой образец (рис. 1). Пусть площадь образца равна s , его магнитная проницаемость — μ , а поле в зазоре равно B .

Воспользуемся для расчёта энергетическими соображениями. Магнитная сила может быть вычислена как производная от магнитной энергии по перемещению. Из теории известно (см. [1]), что эту производную следует брать со знаком минус, когда образец находится в поле постоянного магнита, или со знаком плюс, как в нашем случае, когда поле в зазоре создаётся электромагнитом.

При смещении образца на расстояние Δl вниз магнитная сила, действующая на него, равна

$$F = \left(\frac{\Delta W_m}{\Delta l} \right)_I, \quad (1)$$

где ΔW_m — изменение магнитной энергии системы при постоянном токе в обмотке электромагнита и, следовательно, при постоянной величине магнитного поля в зазоре.

Магнитная энергия рассчитывается по формуле

$$W_m = \frac{1}{2} \int H B dV = \frac{1}{2\mu_0} \int \frac{B^2}{\mu} dV, \quad (2)$$

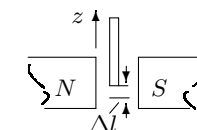


Рис. 1. Расположение образца в зазоре электромагнита

где интеграл распространён на всё пространство. При смещении образца магнитная энергия меняется только в области зазора (в объёме площади s высоты Δl), а около верхнего конца стержня остаётся неизменной, поскольку магнитного поля там практически нет. Принимая поле B внутри стержня равным измеренному нами полю в зазоре B_0 , получим

$$\Delta W_m = \frac{1}{2\mu_0} \frac{B^2}{\mu} s \Delta l - \frac{1}{2\mu_0} B^2 s \Delta l = \frac{1-\mu}{2\mu_0\mu} B^2 s \Delta l = -\frac{\chi}{2\mu_0\mu} B^2 s \Delta l.$$

Следовательно, на образец действует сила

$$F = \frac{\Delta W_m}{\Delta l} = -\frac{\chi}{2\mu_0\mu} B^2 s. \quad (3)$$

Знак силы, действующей на образец, зависит от знака χ : образцы из парамагнитных материалов ($\chi > 0$) втягиваются в зазор электромагнита, а диамагнитные образцы ($\chi < 0$) выталкиваются из него.

Пренебрегая отличием μ от единицы, получаем окончательно расчётную формулу в виде

$$F = -\frac{\chi B^2 s}{2\mu_0}. \quad (4)$$

Измерив силу, действующую на образец в магнитном поле B , можно рассчитать магнитную восприимчивость образца.

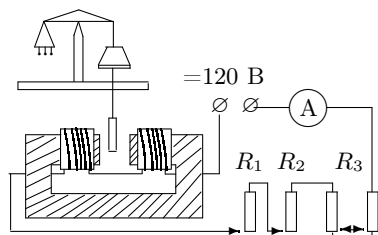


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка.

Схема установки приведена на рис. 2. Магнитное поле с максимальной индукцией $\approx 1,5$ Тл создаётся в зазоре электромагнита, питаемого постоянным током. Диаметр полюсов существенно превосходит ширину зазора, поэтому поле в средней части зазора достаточно однородно. Величина тока, проходящего через обмотки электромагнита, регулируется при помощи трёх реостатов R_1 , R_2 и R_3 и измеряется многопредельным амперметром А. Тонкая проволока высокоомных реостатов не рассчитана на большой ток, поэтому регулировку более низкоомными реостатами следует проводить только при **полностью** выведенных высокоомных реостатах.

Градуировка электромагнита (связь между индукцией магнитного поля B в зазоре электромагнита и силой тока I в его обмотках) производится при помощи милливеберметра (с устройством милливеберметра и правилами работы с ним можно познакомиться в Дополнении).

Градуировка электромагнита (связь между индукцией магнитного поля B в зазоре электромагнита и силой тока I в его обмотках) производится при помощи милливеберметра (с устройством милливеберметра и правилами работы с ним можно познакомиться в Дополнении).

При измерениях образцы поочерёдно подвешиваются к аналитическим весам так, что один конец образца оказывается в зазоре электромагнита, а другой — вне зазора, где индукцией магнитного поля можно пренебречь. При помощи аналитических весов определяется перегрузка $\Delta P = F$ — сила, действующая на образец со стороны магнитного поля.

Как уже отмечалось, силы, действующие на диа- и парамагнитные образцы, очень малы. Небольшие примеси ферромагнетиков (сотые доли процента железа или никеля) способны кардинально изменить результат опыта, поэтому образцы были специально отобраны.

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается исследовать зависимость силы, действующей на образец, размещённый в зазоре электромагнита, от величины поля в зазоре и по результатам измерений рассчитать магнитную восприимчивость меди и алюминия.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Проверьте работу цепи питания электромагнита. Оцените диапазон изменения тока I через обмотки.
2. Прокалибруйте электромагнит. Для этого с помощью милливеберметра (см. дополнение) снимите зависимость магнитного потока Φ , пронизывающего пробную катушку, находящуюся в зазоре, от тока I ($\Phi = BSN$). Значение SN (произведение площади сечения пробной катушки на число витков в ней) указано на установке.

Включать и отключать электромагнит следует только при минимальном токе.

3. Убедитесь, что весы арретированы¹.

Весы следует арретировать перед каждым изменением тока.

4. Измерьте силы, действующие на образец в магнитном поле. Для этого, не включая электромагнита, подвесьте к весам один из образцов. Установите на весах примерное значение массы образца (масса, диаметр и максимальное значение перегрузки для каждого образца указаны на установке). Освободите весы и добейтесь точного равновесия весов.

¹ Арретир (фр. arretier — фиксировать) — приспособление для закрепления чувствительного элемента измерительного прибора в нерабочем состоянии.

Арретируйте весы. Установите минимальное значение тока и проведите измерение равновесного значения массы.

Повторите измерения $m = f(I)$ для 6–8 других значений тока.

5. Повторите измерения п. 4 для другого образца.

Обработка результатов

1. Рассчитайте поле B и постройте градуировочную кривую для электромагнита: $B = f(I)$.
2. Постройте на одном листе графики $|\Delta P| = f(B^2)$ для меди и алюминия.
3. По наклонам полученных прямых рассчитайте величину χ с помощью формулы (4).
4. Оцените погрешности измерений и сравните результаты с табличными значениями.

Контрольные вопросы

1. Объясните суть метода измерения магнитной восприимчивости.
2. Напишите выражения для магнитной силы, действующей на образец, помещённый в неоднородное магнитное поле.
3. Как можно убедиться в однородности или неоднородности магнитного поля в зазоре электромагнита?
4. Как проверить экспериментально, влияет ли намагниченность весов на результаты измерения магнитной восприимчивости?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. §§ 61, 75–77.
2. Калашиников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. Гл. XI, §§ 109, 117, 118.
3. Кингсеп А.С., Ложкин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. II, гл. 5, § 5.2.

4.14. Петля гистерезиса (динамический метод)

Цель работы: изучение петель гистерезиса ферромагнитных материалов с помощью осциллографа.

В работе используются: автотрансформатор, понижающий трансформатор, интегрирующая цепочка, амперметр, вольтметр, электронный осциллограф, делитель напряжения, тороидальные образцы с двумя обмотками.

Ферромагнитные материалы часто применяются в трансформаторах, дросселях, машинах переменного тока, т. е. в устройствах, где они под-

вергаются периодическому перемагничиванию. Изучение магнитных характеристик ферромагнетиков в переменных полях представляет поэтому большой практический интерес. Основные характеристики ферромагнетиков — их коэрцитивная сила, магнитная проницаемость, мощность, рассеиваемая в виде тепла при перемагничивании, и т. д. — зависят от частоты перемагничивающего поля. В настоящей работе кривые гистерезиса ферромагнитных материалов изучаются в поле частоты 50 Гц с помощью электронного осциллографа.

Измерение магнитной индукции в образцах. Магнитную индукцию удобно определять с помощью ЭДС, возникающей при изменении магнитного потока Φ в катушке, намотанной на образец:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Пусть катушка плотно охватывает образец, и индукция B в образце однородна. В этом случае

$$\Phi = BSN_{\text{и}}, \quad (2)$$

где $N_{\text{и}}$ — число витков в измерительной катушке, а S — площадь витка. Подставляя это значение Φ в формулу (1), после интегрирования найдём

$$|B| = \frac{1}{SN_{\text{и}}} \int \mathcal{E} dt. \quad (3)$$

Таким образом, для определения B нужно проинтегрировать сигнал, наведённый меняющимся магнитным полем на измерительную катушку, намотанную на образец.

Для интегрирования сигнала применяют разного рода интегрирующие схемы. Простейшая из них состоит из соединённых последовательно резистора R и конденсатора C (рис. 1) и выполняет своё назначение, если сопротивление R резистора заметно превышает сопротивление конденсатора (если выходной сигнал много меньше входного: $U_{\text{вых}} \ll U_{\text{вх}}$).

В самом деле, при выполнении этого условия ток в цепи пропорционален входному напряжению: $I \simeq U_{\text{вх}}/R$, а напряжение на ёмкости C

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt \simeq \frac{1}{RC} \int U_{\text{вх}} dt. \quad (4)$$

Этот вывод тем ближе к истине, чем больше постоянная времени $\tau = RC$ превосходит характерное время процесса (например, его период). Для синусоидальных напряжений

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{RC\Omega}, \quad (5)$$

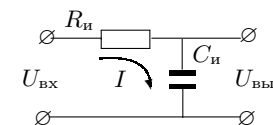


Рис. 1. Интегрирующая ячейка — RC-цепочка

где Ω — частота сигнала.

Обозначив параметры интегрирующей ячейки через $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$, выразим индукцию B с помощью формул (3) и (4) через $U_{\text{вых}}$ — напряжение на ёмкости интегрирующей ячейки:

$$|B| = \frac{1}{SN_{\text{и}}} \int \mathcal{E} dt = \frac{1}{SN_{\text{и}}} \int U_{\text{вх}} dt = \frac{R_{\text{и}}C_{\text{и}}}{SN_{\text{и}}} U_{\text{вых}}. \quad (6)$$

Экспериментальная установка. Схема установки приведена на рис. 2. Напряжение сети (220 В, 50 Гц) с помощью регулировочного автотрансформатора Ат через разделительный понижающий трансформатор Тр подаётся на намагничивающую обмотку N_0 исследуемого образца.

Действующее значение переменного тока в обмотке N_0 измеряется амперметром А. Последовательно с амперметром включено сопротивление R_0 , напряжение с которого подаётся на вход X электронного осциллографа (ЭО). Это напряжение пропорционально току в обмотке N_0 , а следовательно, и напряжённости H магнитного поля в образце.

Для измерения магнитной индукции B с измерительной обмотки $N_{\text{и}}$ на вход RC -цепочки подаётся напряжение $U_{\text{и}}$ ($U_{\text{вх}}$), пропорциональное согласно (6) производной \dot{B} , а с интегрирующей ёмкости $C_{\text{и}}$ снимается напряжение U_C ($U_{\text{вых}}$), пропорциональное величине B , и подаётся на вход Y осциллографа.

Замкнутая кривая, возникающая на экране, воспроизводит в некотором масштабе (различном для осей X и Y) петлю гистерезиса. Чтобы придать этой кривой количественный смысл, необходимо установить масштабы изображения, т. е. провести калибровку каналов X и Y ЭО. Для этого, во-первых, надо узнать, каким напряжениям (или токам) соответствуют амплитуды сигналов, видимых на экране, и, во-вторых, каким значениям B и H соответствуют эти напряжения (или токи).

Измерение напряжения с помощью осциллографа. Исследуемый сигнал подаётся на вход X ; величина сигнала характеризуется длиной $2x$ горизонтальной черты, наблюдаемой на экране (x — отклонение от нуля — амплитуда сигнала).

Если известна чувствительность усилителя K_x в вольтах на деление шкалы экрана, то удвоенная амплитуда напряжения определяется произведением

$$2U_{x,0} = 2x \cdot K_x.$$

Напряжение, подаваемое на ось Y , измеряется аналогично:

$$2U_{y,0} = 2y \cdot K_y,$$

где y — отклонение от нуля в делениях шкалы, K_y — чувствительность усилителя в В/дел.

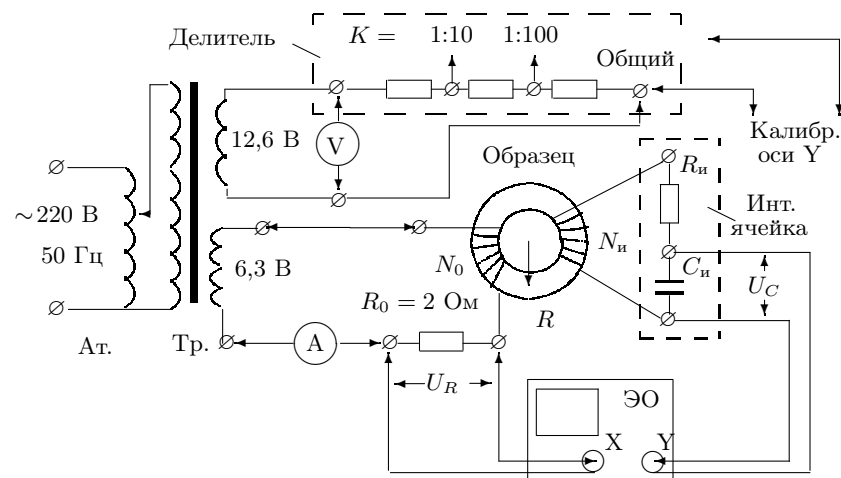


Рис. 2. Схема установки для исследования намагничивания образцов

Наличие в схеме амперметра и вольтметра позволяет провести *калибровку* усилителей ЭО, т. е. проверить значения коэффициентов K_x и K_y , (или определить их, если ручки плавной регулировки усиления при измерениях не были установлены на максимум).

Калибровка горизонтальной оси ЭО проводится при закороченной обмотке N_0 . Эта обмотка с помещённым в неё ферромагнитным образцом является нелинейным элементом, так что ток в ней не имеет синусоидальной формы, и это не позволяет связать амплитуду тока с показаниями амперметра.

При закороченной обмотке N_0 амперметр А измеряет эффективное значение синусоидального тока $I_{\text{эфф}}$, текущего через известное сопротивление R_0 . Сигнал с этого сопротивления подаётся на вход X ЭО. Измерив $2x$ — длину горизонтальной прямой на экране, можно рассчитать m_x — чувствительность канала X :

$$m_x = \frac{2R_0\sqrt{2}I_{\text{эфф}}}{2x} \frac{\text{В}}{\text{дел}}. \quad (7)$$

Калибровка вертикальной оси проводится с помощью сигнала, снимаемого через делитель напряжения с обмотки 12,6 В понижающего трансформатора (рис. 2). Вольтметр V измеряет напряжение $U_{\text{эфф}}$ на обмотке. Часть этого напряжения снимается с делителя с коэффициентом деления K и подаётся на вход Y ЭО (вместо напряжения U_C на рис. 2).

Измерив $2y$ — длину вертикальной прямой на экране, можно рассчи-

тать чувствительность канала Y :

$$m_y = \frac{2\sqrt{2}KU_{\text{эфф}}}{2y} \frac{В}{\text{дел}}. \quad (8)$$

При калибровке канала Y тороид должен быть отключён, так как синусоидальный ток нагрузки в первичной обмотке N_0 тороида приводит к искажению формы кривой напряжения и на обмотке трансформатора, питающей делитель.

Калибровку осей осциллографа можно использовать для построения кривой гистерезиса в координатах B и H . Значения H рассчитываются по теореме о циркуляции [см. (В.7)], значения B — по формуле (6).

Постоянную времени RC -цепочки можно определить экспериментально. С обмотки 6,3 В на вход интегрирующей цепочки подаётся синусоидальное напряжение $U_{\text{вх}}$. На вход Y осциллографа поочерёдно подаются сигналы со входа ($U_{\text{вх}}$) и выхода ($U_{\text{вых}} = U_c$) RC -цепочки. Измерив амплитуды этих сигналов с помощью осциллографа, можно рассчитать постоянную времени $\tau = RC$. Как следует из формулы (5),

$$RC = \frac{U_{\text{вх}}}{\Omega U_{\text{вых}}}. \quad (9)$$

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается при помощи ЭО исследовать предельные петли гистерезиса и начальные кривые намагничивания для нескольких ферромагнитных образцов; определить магнитные характеристики материалов, чувствительность каналов X и Y осциллографа и постоянную времени τ интегрирующей цепочки.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Для наблюдения петли гистерезиса на экране ЭО соберите схему согласно рис. 2. Подготовьте приборы к работе.
2. Подберите ток питания в намагничивающей обмотке и коэффициенты усиления ЭО так, чтобы предельная петля гистерезиса занимала большую часть экрана.

Зарисуйте на кальку предельную петлю и оси координат; отметьте на осях деления шкалы. Укажите (на кальке!) материал образца, значения коэффициентов усиления K_x и K_y , ток $I_{\text{эфф}}$ в намагничивающей обмотке, параметры тороида.

3. Снимите начальную кривую намагничивания: плавно уменьшая ток намагничивания до нуля, отмечайте на кальке вершины наблюдаемых частных петель. Эти вершины лежат на начальной кривой намагничивания.
4. Восстановите предельную петлю. Измерьте на экране (это точнее, чем по кальке) двойные амплитуды для коэрцитивной силы $[2x(c)]$ и индукции насыщения $[2y(s)]$. Запишите соответствующие значения K_x и K_y .
5. Повторите измерения пп. 2–4 для двух других катушек.
6. Прокалибруйте горизонтальную ось ЭО. Для этого отключите намагничивающую обмотку N_0 от цепи и снимите зависимость $2x[\text{дел}] = f(I_{\text{эфф}})$.
7. Для калибровки вертикальной оси ЭО подключите вольтметр к обмотке 12,6 В (рис. 2).

Не меняя коэффициента K_y , выберите напряжение U при котором стрелка вольтметра отклоняется почти на всю шкалу; затем подайте на Y -вход ЭО напряжение с делителя, подобрав коэффициент K делителя так, чтобы вертикальная прямая $2y$ занимала почти весь экран. Запишите значения $2y$, U , k и k_y .

Повторите калибровку для всех K_y , которые использовались при исследовании петель.

8. Определите τ — постоянную времени RC -цепочки [см. (9)]. Для этого разберите цепь тороида и подайте на вход RC -цепочки синусоидальное напряжение с обмотки 6,3 В трансформатора.

Подключите Y -вход ЭО ко входу интегрирующей цепочки, отключите X -вход ЭО и выберите ток, при котором вертикальная прямая занимает большую часть экрана. Определите входное напряжение на RC — цепочке: $U_{\text{вх}} = 2y \cdot K_y$.

Не меняя тока, переключите Y -вход ЭО к интегрирующей ёмкости и аналогичным образом определите напряжение $U_{\text{вых}}$ на выходе интегрирующей ячейки.

Рассчитайте на месте постоянную времени $\tau = RC$ по формуле (9) и сравните с расчётом через параметры $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$, указанные на установке.

9. Запишите параметры RC -цепочки, амперметра, вольтметра и значение R_0 .

Обработка результатов

1. Рассчитайте чувствительность канала X по формуле (7) и сравните с величиной K_x , использованной при калибровке.
2. Рассчитайте чувствительность канала Y по формуле (8) и сравните с величиной K_y , указанной на ЭО.
3. Сравните экспериментальное значение τ с расчётом через параметры $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$, указанные на установке. Проверьте условие $R \gg 1/(\Omega C)$.

4. Рассчитайте напряжённости поля H в тороиде по формуле (В.7), приняв $I = \sqrt{2}I_{\text{эф}}$.

Постройте график $H = f(x)$ и рассчитайте наклон калибровочной прямой

$$\alpha = \frac{\Delta H \text{ [A/м]}}{\Delta x \text{ дел}}$$

5. Рассчитайте коэрцитивную силу H_c , используя измеренное значение $2x(c)$ (с учётом рабочего и калибровочного коэффициентов K_x).

Рассчитайте B_s по формуле (6), взяв значения $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$, указанные на установке. При этом $U_{\text{вых}} = U_C = y(s) \cdot K_y$.

6. Укажите на кальках масштабы для предельных петель: H [A/м] на одно деление возьмите из графика $H = f(x)$ (с учётом калибровочного и рабочего коэффициентов усиления ЭО); B [Т] на одно деление рассчитайте по формуле (6), взяв вместо $U_{\text{вых}}$ соответствующие значения K_y .
7. Оцените максимальные значения $\mu_{\text{диф}}$ по основным кривым намагничивания.
8. Оцените погрешности. Сведите результаты в таблицу:

Ампл.	Fe-Ni	Fe-Si	Феррит
$H_c \frac{\Delta}{\text{м}}$	$\frac{\text{эксп.}}{\text{табл.}}$		
$B_s \text{ Т}$			
$\mu_{\text{диф}}$			

Контрольные вопросы

- При какой форме образцов, помещённых в однородное магнитное поле, их намагниченность постоянна по всему объёму?
- Почему для наблюдения петли гистерезиса используются образцы в виде тора, а не в виде стержня?
- Почему при калибровке горизонтальной оси осциллографа необходимо отключать намагничивающую обмотку?
- * Оцените погрешность, которая возникает при измерении индукции B , если измерительная катушка неплотно надета на образец; например, если образец занимает всего половину охватываемой ею площади.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. §§ 74, 79.
- Калашников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. §§ 110, 111, 119.
- Кингсеп А.С., Ложкин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. II, гл. 5, § 5.3.

4.15. Закон Кюри–Вейсса

Цель работы: изучение температурной зависимости магнитной восприимчивости ферромагнетика выше точки Кюри.

В работе используются: катушка самоиндукции с образцом из гадолиния, термостат, частотомер, цифровой вольтметр, LC-автогенератор, термопара медь-константан.

Вещества с отличными от нуля атомными магнитными моментами обладают парамагнитными свойствами. Внешнее магнитное поле ориентирует магнитные моменты, которые в отсутствие поля располагались в пространстве хаотичным образом.

При повышении температуры T возрастает дезориентирующее действие теплового движения частиц, и магнитная восприимчивость парамагнетиков убывает, в простейшем случае (в постоянном магнитном поле) — по закону Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (1)$$

где C — постоянная Кюри.

Для парамагнитных веществ, которые при понижении температуры становятся ферромагнитными, формула (1) должна быть видоизменена. Эта формула показывает, что температура $T = 0$ является особой точкой температурной кривой, в которой χ неограниченно возрастает.

При $T \rightarrow 0$ тепловое движение всё меньше препятствует магнитным моментам атомов ориентироваться в одном направлении при сколь угодно слабом внешнем поле. В ферромагнетиках — под влиянием обменных сил — это происходит при понижении температуры не до абсолютного нуля, а до температуры Кюри Θ . Оказывается, что у ферромагнетиков закон Кюри должен быть заменён законом Кюри–Вейсса:

$$\chi \sim \frac{1}{T - \Theta_p}, \quad (2)$$

где Θ_p — температура, близкая к температуре Кюри.

Эта формула хорошо описывает поведение ферромагнитных веществ после их перехода в парамагнитную фазу при заметном удалении температуры от Θ , но недостаточно точна при $T \approx \Theta$.

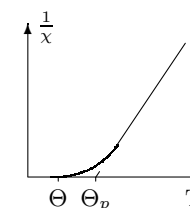


Рис. 1. Зависимость обратной величины магнитной восприимчивости от температуры

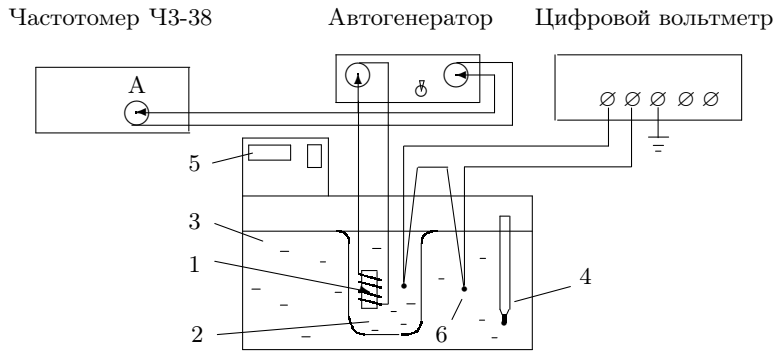


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Иногда для уточнения формулы (2) вводят вместо одной две температуры Кюри, одна из которых описывает точку фазового перехода — ферромагнитная точка Кюри Θ , а другая является параметром в формуле (2) — парамагнитная точка Кюри — Θ_p (рис. 1).

В нашей работе изучается температурная зависимость $\chi(T)$ гадолиния при температурах выше точки Кюри. Выбор материала определяется тем, что его точка Кюри лежит в интервале комнатных температур.

Экспериментальная установка. Схема установки для проверки закона Кюри–Вейсса показана на рис. 2. Исследуемый ферромагнитный образец (гадолиний) расположен внутри пустотелой катушки самоиндукции, которая служит индуктивностью колебательного контура, входящего в состав LC -автогенератора. Автогенератор собран на полевом транзисторе КП-103 и смонтирован в виде отдельного блока.

Гадолиний является хорошим проводником электрического тока, а рабочая частота генератора достаточно велика (~ 50 кГц), поэтому для уменьшения вихревых токов образец изготовлен из мелких кусочков размером около 0,5 мм. Катушка 1 с образцом помещена в стеклянный сосуд 2, залитый трансформаторным маслом. Масло предохраняет образец от окисления и способствует ухудшению электрического контакта между отдельными частичками образца. Кроме того, оно улучшает тепловой контакт между образцом и термостатируемой (рабочей) жидкостью 3 в термостате. Ртутный термометр 4 используется для приближённой оценки температуры. Температура образца регулируется с помощью термостата.

Магнитная восприимчивость образца χ определяется по изменению самоиндукции катушки. Обозначив через L самоиндукцию катушки с об-

разцом и через L_0 — её самоиндукцию в отсутствие образца, получим

$$(L - L_0) \sim \chi. \quad (3)$$

При изменении самоиндукции образца меняется период колебаний автогенератора

$$\tau = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (4)$$

где C — ёмкость контура автогенератора.

Период колебаний в отсутствие образца определяется самоиндукцией пустой катушки:

$$\tau_0 = 2\pi\sqrt{L_0C}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) имеем:

$$(L - L_0) \sim (\tau^2 - \tau_0^2).$$

Таким образом,

$$\chi \sim (\tau^2 - \tau_0^2). \quad (6)$$

Из формул (2) и (6) следует, что закон Кюри–Вейсса справедлив, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{\chi} \sim (T - \Theta_p) \sim \frac{1}{(\tau^2 - \tau_0^2)}. \quad (7)$$

Измерения проводятся в интервале температур от 14 °С до 40 °С. С целью экономии времени следует начинать измерения с низких температур.

Для охлаждения образца используется холодная водопроводная вода, циркулирующая вокруг сосуда с рабочей жидкостью (дистиллированной водой); рабочая жидкость постоянно перемешивается.

Величина стабилизируемой температуры задаётся на дисплее 5 термостата. Для нагрева служит внутренний электронагреватель, не показанный на рисунке. Когда температура рабочей жидкости в сосуде приближается к заданной, непрерывный режим работы нагревателя автоматически переходит в импульсный (нагреватель то включается, то выключается) — начинается процесс стабилизации температуры.

Температура исследуемого образца всегда несколько отличается от температуры дистиллированной воды в сосуде. После того как вода достигла заданной температуры, идёт медленный процесс выравнивания температур образца и воды. Разность их температур контролируется с помощью медно-константановой термопары 6 и цифрового вольтметра. Один из спаев термопары находится в тепловом контакте с образцом, а другой погружён в воду. Концы термопары подключены к цифровому

вольтметру. Чувствительность термопары указана на установке. Рекомендуется измерять период колебаний автогенератора в тот момент, когда указанная разность температур становится $\leq 0,5$ °C (более точному измерению температур мешают паразитные ЭДС, возникающие в цепи термопары).

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается исследовать зависимость периода колебаний автогенератора от температуры сердечника катушки и по результатам измерений определить парамагнитную точку Кюри гадолиния.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Подготовьте приборы к работе.
2. Оцените допустимую ЭДС термопары, если допустимая разность температур образца и рабочей жидкости $\Delta T = 0,5$ °C, а постоянная термопары $k = 24$ град/мВ;
3. Исследуйте зависимость периода колебаний LC -генератора от температуры образца, отмечая период колебаний τ по частотомеру, а температуру T — по показаниям дисплея и цифровому вольтметру (ΔU с учётом знака). Термопара подключена так, что при знаке «+» на табло вольтметра температура образца выше температуры рабочей жидкости.

Проведите измерения в диапазоне от 14 °C до 40 °C через 2 °C.

Запишите период колебаний τ_0 без образца, указанный на установке.

4. Закончив измерения, охладите термостат, руководствуясь техническим описанием.

Обработка результатов

1. Рассчитайте температуру T образца с учётом показаний термопары. Постройте график зависимости $1/(\tau^2 - \tau_0^2) = f(T)$. Экстраполируя полученную прямую к оси абсцисс, определите парамагнитную точку Кюри Θ_p для гадолиния.
2. Оцените погрешности эксперимента и сравните результат с табличным.

Контрольные вопросы

1. Как объяснить явления пара- и диамагнетизма с молекулярной точки зрения?
2. Чем отличаются пара- и ферромагнетики в отсутствие магнитного поля?
3. Сформулируйте общий физический принцип, объясняющий явление диамагнетизма.

4. Качественно изобразите на одном графике $B(H)$ для пара-, диа- и ферромагнетика.
- 5.* Какой вклад в магнитную восприимчивость образца вносит проводимость гадолиния? Как связан этот вклад с размером крупинок, частотой и удельной проводимостью? Зависит ли этот вклад от температуры? Оцените этот вклад для крупинок размером 0,5 мм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. §§ 74, 79.
2. Калашиников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. §§ 110, 111, 119.

125. Точка Кюри

Цель работы: определение точки Кюри ферромагнетиков по температурной зависимости магнитной проницаемости и сопротивления.

В работе используются: трансформатор, катушки, амперметры, вольтметры, реостаты, трубчатая печь, цифровой вольтметр, термопары, образцы.

Известно, что в ферромагнетике при определённой температуре, называемой *точкой Кюри*, исчезает спонтанная намагниченность материала. Это сопровождается изменением ряда физических свойств ферромагнетика: теплоёмкости, теплопроводности, электропроводности, магнитной восприимчивости и проницаемости; исчезает эффект магнитострикции. Поэтому, нагревая ферромагнитный образец и наблюдая за изменением его физических свойств, можно определить точку Кюри ферромагнетика.

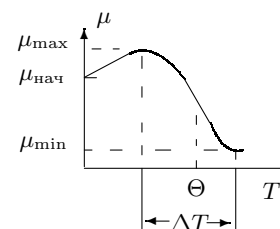


Рис. 1. Зависимость магнитной проницаемости от температуры образца

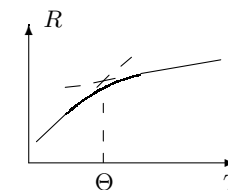


Рис. 2. Зависимость сопротивления от температуры образца

В первой части работы исследуется изменение начальной магнитной проницаемости ферромагнетика вблизи точки Кюри Θ (закон Гопкинсона — рис. 1), во второй — зависимость сопротивления образца от температуры (фазовый переход II-го рода — рис. 2).

А. Определение точки Кюри по изменению магнитной проницаемости

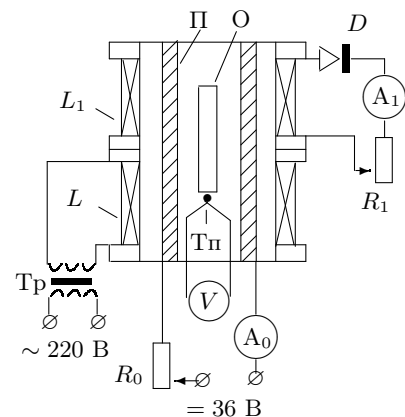


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для исследования $\mu(T)$

Ток нагрева печи I_0 можно регулировать реостатом R_0 и контролировать амперметром A_0 .

Нагрев катушек L и L_1 может изменить их сопротивления и сказаться на показаниях микроамперметра. Для уменьшения вредного нагрева в зазор между печкой и катушками вдувается воздух с помощью вентилятора. Напряжение питания вентилятора — 36 В.

Температура внутри печи измеряется с помощью термомпары Тп, соединённой с милливольтметром V . По показаниям милливольтметра можно с помощью графика чувствительности термомпары, приведённого на установке, определить перепад температур на концах термомпары, а затем, зная комнатную температуру, найти температуру образца.

При неизменных прочих условиях ток индукции I_1 зависит только от магнитной проницаемости образца, помещённого в печь, т. е. $I_1 = f(\mu)$. Это утверждение легко проверить, сняв зависимость тока I_1 от температуры печи, когда в ней нет образца, и с ферромагнитным образцом. В первом случае ток практически не зависит от температуры печи, а

Экспериментальная установка, представленная на рис. 3, состоит из намагничивающей катушки L , питаемой переменным током, и измерительной катушки L_1 , замкнутой через диод D на микроамперметр A_1 . При прохождении переменного тока через катушку L в катушке L_1 возникает индукционный ток I_1 . Величину тока можно регулировать реостатом R_1 .

Внутри обеих катушек находится небольшая трубчатая печь П, в которую помещается образец О. Печь нагревается бифилярной обмоткой, подключённой к источнику постоянного напряжения 36 В. Ток нагрева

во втором — изменение тока будет значительным вблизи точки Кюри (рис. 1). При температуре выше точки Кюри показания микроамперметра будут такими же, как и в отсутствие образца.

Точка Кюри соответствует середине участка с максимальным наклоном касательной к кривой; рабочий диапазон ΔT должен быть несколько шире.

ЗАДАНИЕ

В этом упражнении предлагается снять зависимость тока индукции от температуры и рассчитать точку Кюри для двух образцов. В работе исследуются стержни из никеля и феррита.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Перед началом работы с помощью графика чувствительности термомпары рассчитайте предельно допустимую разность потенциалов, если известно, что температура образца не должна превышать 400°C .
2. Поместив ферромагнитный стержень в катушку, включите трансформатор Тр в сеть на 220 В. Образец следует опустить до упора, под которым расположена термомпара.
3. С помощью потенциометра R_1 установите в цепи катушки L_1 ток I_1 , вызывающий отклонение стрелки микроамперметра примерно на $3/4$ шкалы.
4. Установите реостат R_0 в среднее положение и подключите печь к источнику 36 В. Тумблером, расположенным под катушками, включите вентилятор.
5. Подберите режим, удобный для определения точки Кюри: чтобы быстрее прийти от комнатной температуры до начала рабочего участка ΔT (рис. 1), установите максимальный ток нагрева печи ($I_0 \simeq 5\text{ A}$) с помощью реостата R_0 . Заметив начало спада тока индукции, уменьшите ток нагрева вдвое. Оцените границы рабочего диапазона термомпары $\Delta U (\sim \Delta T)$ и интервал резкого изменения тока ΔI_1 . Максимальный ток I_1 должен быть близок к концу шкалы.

Не перегревайте катушку! (см. п. 1).

Подберите ток нагрева I_0 так, чтобы время одной серии (нагрев или охлаждение внутри рабочего диапазона ΔU) составляло 2–3 мин. В течение одной серии не следует менять чувствительность микроамперметра (R_1) и ток нагрева печи (R_0), т. к. это влияет на величину тока индукции I_1 .

Проведите предварительные измерения: при фиксированном токе нагрева I_0 регистрируйте I_1 и U (дел). Полезно отметить время начала и окончания записи, чтобы оценить продолжительность одной серии.

- Выбрав режим работы, снимите зависимость тока индукции I_1 от термо-ЭДС U при постоянном токе I_0 ; в области резкого изменения тока I_1 точки должны лежать почаще. Проведите измерения при нагревании и охлаждении образца.
- Повторите пп. 2–6 для второго образца.
- Охладив катушку, отключите печь и ток намагничивания.

Обработка результатов

- Постройте графики $I_1 = f[U(\text{дел})]$, не пересчитывая каждую точку в ΔT °С. Определите точку Кюри как температуру средней точки участка кривой с максимальным наклоном касательной (в единицах U дел). Для выбранной точки пересчитайте U (дел) сначала в милливольты (150 дел — 45 мВ), а затем по графику чувствительности термопары — в ΔT °С. Зная комнатную температуру, определите температуру Кюри Θ .
- Оцените погрешность и сравните результат с табличным.

Б. Определение точки Кюри по изменению сопротивления

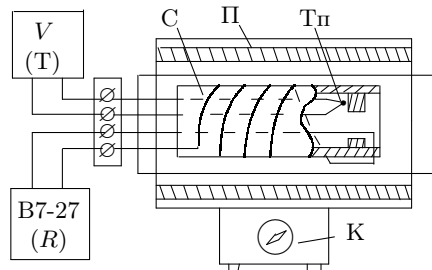


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для исследования $R(T)$

к милливольтметру V , прокалиброванному в градусах. Сопротивление спирали измеряется цифровым вольтметром В7-27.

ЗАДАНИЕ

В этом упражнении предлагается снять зависимость сопротивления никелевой спирали от температуры и определить точку Кюри.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

- Включите в сеть цифровой вольтметр. Измерьте сопротивление никелевой спирали при комнатной температуре ($R \approx 10$ Ом).
- Включите печь в сеть на 220 В и поставьте переключатель К в среднее положение.
- Измеряйте сопротивление R и температуру спирали T через каждые 20 градусов, не останавливая нагрева. При температуре образца > 200 °С мощность нагрева следует увеличить.

Дойдя до предельной температуры ($T_{\max} = 450$ °С), отключите нагрев и проведите измерения при охлаждении образца до 100 °С.

Обработка результатов

- Постройте графики $R = f(T)$. По изменению температурного коэффициента сопротивления (пересечению касательных к прямолинейным участкам графика $R = f(T)$) найдите точку Кюри (рис. 2).
- Градуировка милливольтметра соответствует термопаре железо-константан. Если в установке используется медь-константан, сделайте пересчет точки Кюри Θ , используя графики чувствительности обеих термопар (не забудьте учесть комнатную температуру — обычно ≈ 20 °С).
- Оцените погрешности и сравните результат с табличным.

Контрольные вопросы

- Чем отличаются атомы пара- и диамагнетиков по магнитным характеристикам в отсутствие магнитного поля?
- Как изменяются характеристики вещества при фазовых переходах первого и второго рода?
- * Какие два конкурирующих взаимодействия между атомами характерны для ферромагнитного вещества?
- * На одном графике качественно изобразите начальные кривые намагничивания $B(H)$ для ферромагнетика при трёх температурах: комнатной, более высокой и температуре выше точки Кюри. Укажите на оси H , где лежит область, соответствующая условиям настоящей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. §§ 74, 79.
- Калашников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. Гл. XI, §§ 110, 111, 119.

128. Петля гистерезиса (статический метод)

Цель работы: исследование кривых намагничивания ферромагнетиков с помощью баллистического гальванометра.

В работе используются: генератор тока с блоком питания, тороид, соленоид, баллистический гальванометр с осветителем и шкалой, амперметры, магазин сопротивлений, лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), разделительный трансформатор.

Магнитная индукция B и напряжённость магнитного поля H в ферромагнитном материале неоднозначно связаны между собой: индукция зависит не только от напряжённости, но и от предыстории образца. Связь между индукцией и напряжённостью поля типичного ферромагнетика иллюстрирует рис. 1. Если к размагниченному образцу начинают прикладывать магнитное поле, то его намагничивание следует кривой $OACD$, выходящей из начала координат. Эту кривую называют **основной кривой намагничивания**.

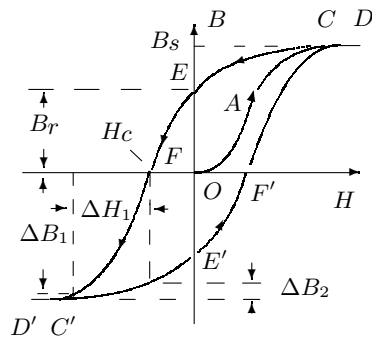


Рис. 1. Петля гистерезиса ферромагнетика

сутью $J(H)$, поскольку второй член в выражении (1) — в малых полях — существенно превосходит первый. В точке C намагниченность J достигает насыщения, и дальнейшее медленное увеличение индукции происходит в основном вследствие роста H .

Намагнитим образец до насыщения — до точки D . Соответствующее значение индукции B_s называют **индукцией насыщения**. При уменьшении поля H до нуля зависимость $B(H)$ имеет вид кривой DCE , и при нулевом поле индукция имеет конечное — ненулевое — значение. Это **остаточная индукция** B_r . Чтобы размагнитить образец, то есть перевести его в состояние F , необходимо приложить «обратное» магнитное поле H_c , которое называют **коэрцитивной силой**.

Индукция B в образце состоит из индукции, связанной с намагничивающим полем H , и индукции, создаваемой самим намагниченным образцом. В системе СИ эта связь имеет вид

$$B = \mu_0(H + J), \quad (1)$$

где J — **намагниченность** — магнитный момент единичного объёма образца, а μ_0 — магнитная постоянная. Кривая $OACD$, изображающая зависимость $B(H)$, практически совпадает с зависимо-

Замкнутая кривая $DEFD'E'F'D$, возникающая при циклическом перемагничивании образца, намагниченного до насыщения, называется **предельной петлёй гистерезиса**.

В работе исследуются ферромагнитные образцы тороидальной формы.

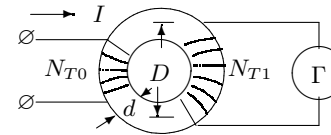


Рис. 2. Схема для измерения индукционного тока (или заряда)

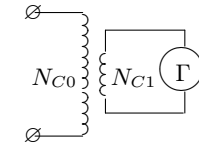


Рис. 3. Схема для калибровки гальванометра

Изложим кратко суть метода. На тороидальный сердечник (рис. 2) равномерно намотана **намагничивающая** обмотка с числом витков N_{T0} , а поверх неё — измерительная обмотка с числом витков N_{T1} .

Если быстро изменить ток в намагничивающей обмотке, то в измерительной обмотке возникает ЭДС индукции. Ток, вызванный этой ЭДС, течёт через гальванометр Γ , который работает в баллистическом (импульсном) режиме, то есть реагирует на полный заряд, протекший через катушку гальванометра (подробнее о баллистическом режиме можно прочесть в работе 4.9).

Напряжённость поля H в сердечнике пропорциональна току I в первичной обмотке N_{T0} , а изменение магнитной индукции B — заряду, протекшему через гальванометр при изменении тока намагничивания. Таким образом, измеряя токи, текущие через обмотку N_{T0} , и суммируя отклонения гальванометра, подключённого к обмотке N_{T1} , можно рассчитать зависимость $B(H)$ для материала сердечника.

Рассмотрим подробнее, как выразить B и H через параметры, измеряемые в эксперименте. Напряжённость магнитного поля H в тороиде зависит от тока, текущего в намагничивающей обмотке:

$$H = \frac{N_{T0}}{\pi D} I, \quad (2)$$

где D — средний диаметр тора [см. формулу (B.7)].

Пусть в намагничивающей обмотке ток скачкообразно изменился на величину ΔI . При этом меняется поле H в тороиде: $\Delta H \sim \Delta I$.

Изменение поля ΔH приводит к изменению потока магнитной индукции Φ в сердечнике, и в измерительной обмотке сечения S_T с числом

витков N_{T1} возникает ЭДС индукции:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S_T N_{T1} \frac{dB}{dt}.$$

Через гальванометр Γ протекает импульс тока; первый отброс зайчика гальванометра, работающего в баллистическом режиме, пропорционален величине прошедшего через гальванометр заряда q :

$$\varphi = \frac{q}{b}.$$

Коэффициент пропорциональности b называют баллистической постоянной гальванометра.

Свяжем отклонение зайчика φ с изменением магнитной индукции ΔB :

$$|\varphi| = \frac{q}{b} = \frac{1}{b} \int I dt = \frac{1}{bR} \int \mathcal{E} dt = \frac{S_T N_{T1}}{bR} \Delta B, \quad (3)$$

где R — полное сопротивление измерительной цепи тороида, S_T — площадь поперечного сечения сердечника: $S_T = \pi d_T^2/4$.

Баллистическую постоянную b можно определить, если провести аналогичные измерения, взяв вместо тороида с сердечником пустотелый соленоид с числом витков N_{C0} , на который намотана короткая измерительная катушка с числом витков N_{C1} (рис. 3). В длинном соленоиде (практически достаточно, чтобы его длина превышала 6 диаметров: $l_C > 6d_C$) поле H можно рассчитать так же, как для тороида [см. (2)]; B и H в соленоиде связаны линейно, поэтому связь между изменением тока ΔI_1 в обмотке N_{C0} и изменением магнитной индукции ΔB_C имеет простой вид:

$$\Delta B_C = \frac{\mu_0 N_{C0}}{l_C} \Delta I_1. \quad (4)$$

Изменение магнитной индукции в соленоиде связано с отклонением φ_1 зайчика гальванометра формулой, аналогичной формуле (3):

$$\varphi_1 = \frac{S_C N_{C1}}{bR_1} \Delta B_C. \quad (5)$$

Здесь R_1 — полное сопротивление измерительной цепи соленоида, S_C — площадь поперечного сечения соленоида: $S_C = \pi d_C^2/4$.

Таким образом, выражения (3), (4) и (5) позволяют, исключив баллистическую постоянную b , установить связь между отклонением зайчика в делениях Δx ($\Delta x \sim \varphi$) и изменением магнитной индукции $\Delta x \sim B$ в сердечнике тороида:

$$\Delta B \text{ [T]} = \mu_0 \left(\frac{d_C}{d_T} \right)^2 \frac{R}{R_1} \frac{N_{C0}}{N_{T1}} \frac{N_{C1}}{l_C} \Delta I_1 \frac{\Delta x}{\Delta x_1}. \quad (6)$$

Строго говоря, величина b — это не константа. Она зависит не только от параметров гальванометра, но и от сопротивления цепи, к которой подключён гальванометр, поэтому формула (6) справедлива, если полные сопротивления измерительных цепей тороида и соленоида одинаковы: $R = R_1$.

Экспериментальная установка. Схема для исследования петли гистерезиса представлена на рис. 4. К блоку питания (источнику постоянного напряжения) подключён специальный генератор, позволяющий скачками менять токи в намагничивающей обмотке. Одинаковые скачки ΔI ($\sim \Delta H$) вызовут разные отклонения Δx ($\sim \Delta B$) на участках FD' и $D'E'$: на рис. 1 скачок ΔH_1 может дать и ΔB_1 и ΔB_2 . Поэтому генератор меняет ток неравномерно: большими скачками вблизи насыщения и малыми вблизи нуля.

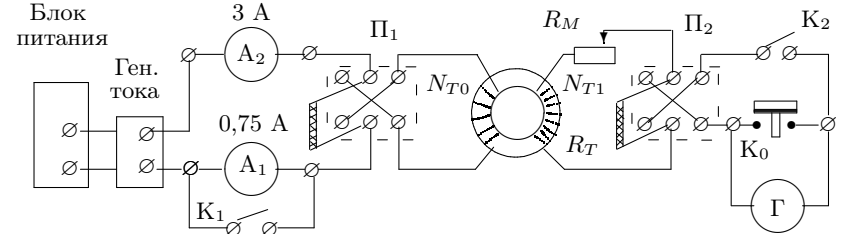


Рис. 4. Схема установки для исследования петли гистерезиса

Ток в намагничивающей обмотке измеряется амперметром A_1 с пределом 0,75 А при малых токах или амперметром A_2 с пределом 3 А в области насыщения. При токах больше 0,75 А амперметр A_1 должен быть замкнут: ключ K_1 замкнут. (Сопротивление амперметра мало и сравнимо с сопротивлением ключа, поэтому показания амперметра A_1 не падают до нуля даже при замкнутом ключе). Переключатель Π_1 позволяет менять направление тока в первичной обмотке.

Чувствительность гальванометра Γ во вторичной цепи можно менять с помощью магазина сопротивлений R_M . Ключ K_2 предохраняет гальванометр от перегрузок и замыкается только (!) на время измерения отклонений зайчика. Ключ K_0 служит для мгновенной остановки зайчика (короткое замыкание гальванометра). Переключателем Π_2 можно изменить направление тока через гальванометр.

Схема на рис. 5 отличается от схемы на рис. 4 только тем, что вместо тороида подключён калибровочный соленоид.

Сопротивления измерительных цепей тороида ($R = R_T + R_M + R_0$) и соленоида ($R_1 = R_C + R'_M + R_0$) должны быть одинаковы [см. замечание после формулы (6)].

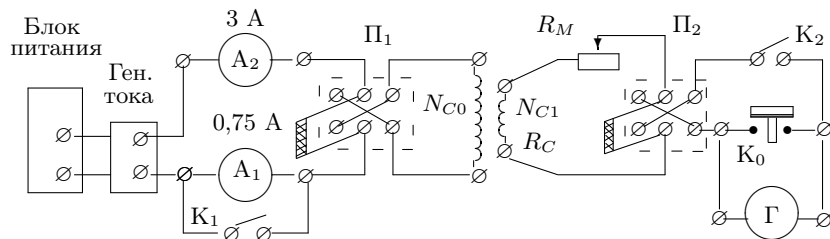


Рис. 5. Схема установки для калибровки гальванометра

Сопротивление тороида $R_T \ll R_0$ — сопротивления гальванометра, поэтому сопротивления магазина в схеме с тороидом и соленоидом отличаются на величину сопротивления соленоида R_C : $R_M = R_C + R'_M$.

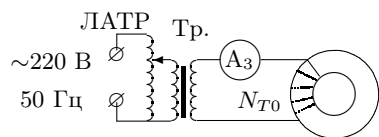


Рис. 6. Схема установки для размагничивания образца

Чтобы снять начальную кривую намагничивания, нужно размагнитить сердечник. Для этого тороид подключается к цепи переменного тока (рис. 6). При уменьшении амплитуды тока через намагничивающую обмотку от тока насыщения до нуля характеристики сердечника B и H «пробегают» за секунду 50 петель

всё меньшей площади и в итоге приходят в нулевую точку.

Исследование петли. Измерения начинаются с максимального тока (точка C на рис. 1). Переключая тумблер генератора, следует фиксировать ток, соответствующий каждому положению тумблера, и отклонение зайчика Δx , соответствующее каждому щелчку тумблера. При токах $< 0,75$ А размыканием ключа K_1 подключается амперметр A_1 . Дойдя до нулевого тока (точка E), следует при размыкании ключа Π_1 зафиксировать последний отброс гальванометра вблизи точки E . Следующий отброс — при замыкании ключа Π_1 . Ток вблизи нуля меняется мало, но скачки Δx обычно заметны. Это соответствует вертикальным участкам петли.

Поменяв направление тока в обмотке N_{T0} переключателем Π_1 , следует, увеличивая ток, пройти участок EC' до насыщения другого знака. В точке C' переключателем Π_2 следует поменять направление тока в обмотке N_{T1} , чтобы при движении по правой ветви петли зайчик отклонялся в ту же сторону. В точке E' при нулевом токе ещё раз ключом Π_1 изменяется направление тока в первичной обмотке, чтобы пройти участок $E'F'S$. Таким образом, измеряя шаг за шагом отклонения зайчика при изменениях тока, нужно пройти всю петлю гистерезиса.

Нельзя при замкнутом ключе K_2 менять ток сразу на несколько щелчков тумблера или отключать ключ Π_1 при больших токах, т. к. при резком изменении тока можно повредить гальванометр.

При движении по петле ток должен меняться строго монотонно. Если случайно пропущен один отброс зайчика, нельзя вернуться назад на один шаг — это приведёт к искажению петли. Следует при разомкнутом ключе K_2 вернуться к насыщению и начать обход петли сначала. При нарушении монотонности в измерении начальной кривой намагничивания образец снова надо размагнитивать, а для предельной петли достаточно вернуться к насыщению. Вот почему измерения начинают с предельной петли.

ЗАДАНИЕ

В работе исследуются начальная (основная) кривая намагничивания и предельная петля гистерезиса для образцов тороидальной формы, изготовленных из чистого железа или стали.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Соберите схему согласно рис. 4.
2. Не подключая гальванометра, проверьте работу цепи первичной обмотки. Определите диапазон изменения тока.
3. Чувствительность гальванометра, при которой зайчик не зашкаливает, можно подобрать, меняя сопротивление магазина R_M . Установите начальное значение $R_M > R_C$ — сопротивления соленоида. Значения R_M и R_C указаны на установке.

Включите осветитель гальванометра. Шкалу можно установить так, чтобы нулевое положение зайчика было недалеко от края шкалы.

Внимательно перечитайте раздел «Исследование петли».

4. Замкните ключ K_2 . Сначала, не проводя записей, наблюдайте за отклонениями зайчика при каждом щелчке тумблера.

Аккуратно обойдите всю петлю, чтобы убедиться, что зайчик нигде не выходит за пределы шкалы. Как правило, самые большие скачки Δx происходят на участках EF и $E'F'$.

Если зайчик вышел за пределы шкалы — разомкните ключ K_2 и, увеличив сопротивление R_M , начните обход петли сначала.

Если зашкаливания не произошло, и максимальное отклонение Δx близко к концу шкалы — приступайте к измерениям.

5. Измерение предельной петли начните с максимального тока намагничивания. Фиксируйте величину тока I , соответствующую каждой позиции тумблера генератора (I , а не ΔI), и скачки Δx , соответствующие каждому щелчку.

6. Для калибровки гальванометра соберите схему согласно рис. 5.

Уменьшите на магазине сопротивлений значение R_M на величину R_C :
 $R'_M = R_M - R_C$.

Установите тумблер генератора тока на максимум и, замкнув ключ Π_1 , запишите значение тока I_{\max} .

Подключите гальванометр (ключ K_2). Размыкая ключ Π_1 , измерьте отклонение гальванометра Δx_1 , возникшее при изменении тока $\Delta I_1 = I_{\max}$.

Формула (6) позволяет выразить изменение магнитной индукции через отношение $\Delta I_1 / (\Delta x_1)$ и величину Δx .

7. Начальную кривую намагничивания (участок OAC на рис. 1) можно снять по той же схеме (рис. 4), если предварительно размагнитить тороид в цепи переменного тока. Для этого соберите схему, изображённую на рис. 6. Включите ЛАТР в сеть и установите ток, соответствующий насыщению (участок CD на рис. 1). Ручкой ЛАТРа медленно (за 5–10 с) уменьшайте ток до нуля. Образец размагничен.

8. Вновь подсоедините тороид к цепи, изображённой на рис. 4 и снимите начальную кривую намагничивания.

9. Запишите параметры установки: R_M и R'_M — для контроля; сопротивление гальванометра R_0 ; размеры тороида: $d_T = 1$ см, $D = 10$ см. Количество витков тороида и параметры соленоида указаны на установке.

Обработка результатов

1. Используя формулы (2) и (6), получите зависимости

$$H(\text{А/м}) = f_1[I(\text{А})] \quad \text{и} \quad \Delta B(\text{Т}) = f_2[\Delta x(\text{мм})].$$

2. Постройте петлю гистерезиса $B = f(H)$. Для выбора масштаба просуммируйте все скачки ΔB (или Δx) по левой части петли и все скачки по правой части. Убедитесь, что суммы совпадают.

Построение удобно начать с максимального значения H (точка C или C' на рис. 1). Переход к следующему значению H соответствует первому скачку ΔB и т. д. Отложив все ΔB по одной стороне петли и дойдя до насыщения, постройте вторую сторону таким же образом.

Найдите середину петли и проведите ось $H(I)$.

3. Постройте начальную кривую намагничивания на том же графике.

4. Определите по графику коэрцитивную силу H_c и индукцию насыщения B_s . Сравните результаты с табличными.

5. Определите максимальное значение дифференциальной магнитной проницаемости $\mu_{\text{диф}}$ для начальной кривой намагничивания:

$$\mu_{\text{диф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}.$$

6. Оцените погрешности. Сведите результаты в таблицу:

	Эксперим.	Табличн.
$H_c \frac{\text{А}}{\text{м}}$		
$B_s \text{ Т}$		
$\mu_{\text{диф}}$		

Контрольные вопросы

1. Почему рекомендуется начинать обход петли с насыщения образца?
2. Получите выражение, связывающее отклонение рамки гальванометра и изменение индукции образца. При каких условиях справедливо это соотношение?
3. Пользуясь теоремой о циркуляции, получите формулу для напряжённости магнитного поля в длинном соленоиде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Т. III. Электричество. — М.: Наука, 1983. §§ 74, 79.
2. *Калашиников С. Г.* Электричество. — М.: Наука, 1977. §§ 110, 111, 118, 119.
3. *Кингсеп А. С., Локшин Г. Р., Ольхов О. А.* Основы Физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. II, гл. 5, § 5.3.

147. Параметрический резонанс

Цель работы: изучение параметрических колебаний в электрической цепи.

В работе используются: параметрон (две тороидальных катушки, резисторы, интегрирующая цепочка, конденсаторы), генератор звуковых частот, реостат, сглаживающий дроссель, магазин ёмкостей, магазин сопротивлений, вольтметр, миллиамперметр, осциллограф.

Колебания в резонансном контуре можно возбуждать не только питающей от внешнего источника, но и периодически меняя параметры контура.

Если периодически изменять ёмкость конденсатора или самоиндукцию катушки, входящей в состав колебательного контура, то при определённых условиях в контуре возбуждаются незатухающие электрические колебания. Такой способ возбуждения называется *параметрическим*, поскольку колебания возникают не под действием внешней ЭДС, а вследствие изменения параметров контура.

Рассмотрим колебательный контур, состоящий из последовательно соединённых ёмкости C , индуктивности L и сопротивления R . В силу неизбежных внешних влияний и тепловых флуктуаций в контуре всегда имеют место небольшие колебания с частотой ω_0 , которая при малых потерях зависит только от реактивных параметров L и C :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

При этом средняя полная энергия W , запасённая в контуре, остаётся постоянной; происходит лишь её периодическая перекачка с частотой $2\omega_0$ из электрической

$$W_{\text{э}} = \frac{q^2}{2C}$$

в магнитную

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

и обратно. Здесь q — заряд на обкладках конденсатора, I — ток в катушке индуктивности. Полную энергию системы можно изменить, если скачком поменять величину L (или C).

Рассмотрим, как изменяется энергия контура при быстром уменьшении L (например, растяжении катушки) в тот момент, когда ток в катушке максимален. Сумма падений напряжения на элементах контура равна ЭДС самоиндукции:

$$RI + \frac{q}{C} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Проинтегрируем это уравнение по времени за очень короткий промежуток Δt ($\Delta t \ll 1/\omega_0$), в течение которого изменяется индуктивность. Два первых интеграла при этом будут близки к нулю, поэтому можно считать, что магнитный поток Φ в катушке в течение этого времени не изменяется:

$$\Delta\Phi = \Delta(LI) = 0$$

или

$$\Phi = LI = \text{const}. \quad (2)$$

Уменьшение индуктивности в тот момент, когда ток в контуре максимален, ведёт к увеличению тока и магнитной энергии в катушке:

$$\Delta W_{\text{м}} = \Delta \left(\frac{\Phi^2}{2L} \right) = -(LI)^2 \frac{\Delta L}{2L^2} = -\frac{I^2}{2} \Delta L.$$

Если теперь через четверть периода вернуть индуктивность к прежнему значению — энергия системы не изменится, т. к. ток в этот момент равен нулю. Ещё через четверть периода опять уменьшим L — снова возрастёт энергия. Процесс увеличения энергии системы за счёт работы внешних сил называют накачкой. Заметим, что индуктивность при этом меняется с частотой, вдвое превосходящей собственную частоту контура.

Энергия, которую получает контур за период,

$$2W_{\text{м}} = I_{\text{max}}^2 \Delta L,$$

должна превышать потери на активном сопротивлении, составляющие

$$W_{\text{R}} = RI_{\text{эф}}^2 T.$$

При выполнении условия $2W_{\text{м}} > W_{\text{R}}$ или $\Delta L > RT/2$ амплитуда колебаний в контуре возрастает с каждым периодом. С увеличением амплитуды всё более возрастает роль нелинейной зависимости $B(H)$, это ограничивает возрастание амплитуды, поэтому со временем в контуре устанавливаются колебания максимально возможной постоянной амплитуды. Это явление называют *параметрическим резонансом*.

То, что амплитуда установившихся колебаний определяется именно нелинейностью, а не потерями, является принципиальным отличием параметрических колебаний от обычного резонанса.

Раскачка колебаний возможна при изменении C или L по любому периодическому закону с частотами $\Omega_{\text{н}}$, для которых справедливо соотношение

$$\frac{\omega_0}{\Omega_{\text{н}}} = \frac{n}{2},$$

где n — целое число (1, 2, ...). Наиболее эффективная раскачка имеет место при $n = 1$, когда частота накачки ($\Omega_{\text{н}}$) равна частоте колебаний энергии $W_{\text{э}}$ и $W_{\text{м}}$ ($2\omega_0$).

В том случае, когда индуктивность изменяется по синусоидальному закону, условие возбуждения колебаний имеет вид

$$\Delta L > \frac{2RT}{\pi}. \quad (3)$$

Величиной индуктивности можно управлять электрически. Рассмотрим качественно, как это делается.

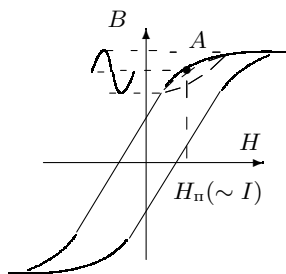


Рис. 1. Полная и частная петли гистерезиса

На рис. 1 показана зависимость $B(H)$ в ферромагнитном сердечнике — петля гистерезиса. Индуктивность L катушки, намотанной на такой сердечник, связана с индукцией B . Меняя поле H , можно выбрать такую рабочую точку на петле, вблизи которой зависимость $B(H)$ обладает наиболее ярко выраженной нелинейностью. На рис. 1 это точка A .

Соответствующее подмагничивающее поле H_n задаётся **постоянным** током, проходящим через дополнительную (подмагничивающую) обмотку. Вблизи точки A особенно резко изменяется дифференциальная магнитная проницаемость:

$$\mu_{\text{диф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (4)$$

Небольшие колебания величины B вокруг рабочей точки можно создать, подав на вторую подмагничивающую обмотку **переменный** ток подмагничивания. Магнитная проницаемость $\mu_{\text{диф}}$, а с ней индуктивность L , будут меняться с той же частотой, что и переменная составляющая подмагничивающего тока (из-за нелинейности $B(H)$ в кривой $\mu(t)$ присутствуют также колебания с кратными частотами, не представляющие для нас интереса). Если изменения индуктивности достаточно велики, то в контуре возбуждаются незатухающие колебания, частота которых вдвое меньше частоты изменения параметров контура (в нашем случае — частоты изменения индуктивности, то есть частоты подмагничивания). Такое соотношение частот служит отличительным признаком параметрических колебаний.

Экспериментальная установка. Для изучения параметрических колебаний используется «параметрон» — установка с нелинейной индуктивностью, схема которой представлена на рис. 2. «Параметрон» включает в себя две тороидальные катушки, интегрирующую ячейку r_0 , C_0 , резисторы r_1 и r_2 , ключи K_1 и K_2 и колебательный контур. Колебательный контур состоит из двух последовательно соединённых индуктивностей L_1 и L_2 , ёмкости C и сопротивлений R_M и r_2 . На рисунке контур заключён в пунктирную рамку.

Обе катушки L_1 и L_2 с одинаковым числом витков n_1 намотаны на одинаковые тороидальные ферромагнитные сердечники. Длина каждого сердечника — l , сечение — S , магнитная проницаемость — μ . С помощью теоремы о циркуляции можно показать, что общая индуктивность

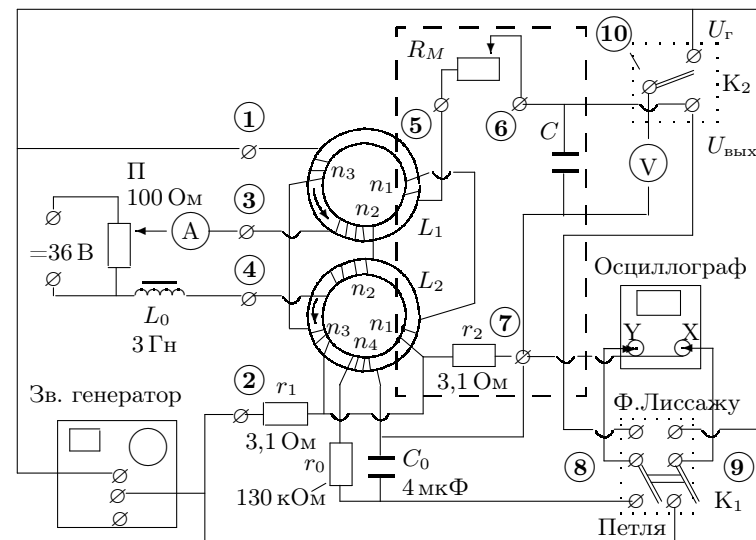


Рис. 2. Схема установки

катушек

$$L = 2\mu_0\mu \frac{n_1^2 S}{l}. \quad (5)$$

Постоянный ток подмагничивания от источника постоянного напряжения 36 В проходит через две последовательно соединённые обмотки с числом витков n_2 . Ток регулируется потенциометром Π . Индуктивность $L_0 = 3 \text{ Гн}$ поставлена для того, чтобы увеличить сопротивление цепи переменному току. Переменный ток в этой цепи практически отсутствует, постоянный измеряется амперметром A .

Переменный ток подмагничивания, создаваемый генератором звуковых частот, проходит через последовательно соединённые обмотки n_3 . Обмотка n_4 имеется всего на одном из сердечников. Она служит для измерения полного магнитного потока, проходящего через сердечник. Обмотки n_1 соединены так, что возникающие в них ЭДС имеют противоположные знаки, поэтому в колебательном контуре не возникают токи, имеющие частоту звукового генератора.

Для измерения напряжений в схему включён вольтметр переменного тока. При переключении ключа K_2 в верхнее положение вольтметр измеряет напряжение U_G на выходе генератора, при переключении в нижнее — выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ на ёмкости C .

Осциллограф позволяет наблюдать петлю гистерезиса, фиксировать

момент возникновения и срыва параметрических колебаний и определять их частоту с помощью фигур Лиссажу.

При верхнем положении ключа K_1 на вход X осциллографа подаётся падение напряжения между точками 1 и 7, практически равное напряжению $U_{3г}$ на генераторе (падением напряжения на резисторах r_1 и r_2 можно пренебречь, поскольку оно мало по сравнению с $U_{3г}$). На вход Y подаётся напряжение с ёмкости C колебательного контура. По фигурам Лиссажу, возникающим на экране, можно сравнить частоту накачки (частоту генератора) с частотой колебаний контура.

При нижнем положении ключа K_1 на вход Y подаётся напряжение U_Y с ёмкости C_0 . Эта ёмкость входит в состав интегрирующей цепочки $r_0 C_0$, подключённой к обмотке n_4 . ЭДС индукции, возникающая в обмотке n_4 , пропорциональна dB/dt :

$$U_4 = n_4 S \frac{dB}{dt}.$$

Параметры интегрирующей цепочки подобраны так, что сопротивление r_0 заметно превышает сопротивление обмотки n_4 и сопротивление ёмкости:

$$r_0 \gg \frac{1}{\omega_0 C_0}.$$

При этом условии ток в цепочке пропорционален dB/dt :

$$I_0 = \frac{U_4}{r_0} = \frac{n_4 S}{r_0} \frac{dB}{dt},$$

а напряжение U_Y на конденсаторе C_0 пропорционально B :

$$U_Y = \frac{1}{C_0} \int I_0 dt = \frac{1}{r_0 C_0} \int U_4 dt = \frac{n_4 S}{r_0 C_0} B. \quad (6)$$

На вход X осциллографа подаётся сумма падений напряжения на резисторах r_1 и r_2 . Напряжение, возникающее на r_1 , пропорционально току, протекающему через обмотки n_3 от генератора. В отсутствие параметрических колебаний через r_2 ток не течёт, и на вход X подаётся напряжение U_X , пропорциональное переменному току подмагничивания I , которым определяется поле H в сердечнике:

$$H = \frac{n_3 I}{l}.$$

Следовательно,

$$U_X = I r_1 = \frac{l r_1}{n_3} H. \quad (7)$$

Таким образом, в отсутствие параметрических колебаний на экране появляется кривая гистерезиса ферромагнитного сердечника. При возникновении колебаний в контуре через r_2 начинает проходить ток, кривая

резко искажается и для измерений непригодна. Но искажение петли позволяет отметить момент возникновения параметрических колебаний и даёт возможность измерить параметры петли при подходе к моменту самовозбуждения.

Зарисовав с экрана на кальку петлю гистерезиса, соответствующую границе возбуждения параметрических колебаний, можно экспериментально проверить справедливость формулы (3) — условия самовозбуждения. Из (5) и (4) следует:

$$\begin{aligned} \Delta L = L_{\max} - L_{\min} &= 2 \frac{\mu_0 n_1^2 S}{l} (\mu_{\max} - \mu_{\min}) = \\ &= 2 \frac{n_1^2 S}{l} \left[\left(\frac{dB}{dH} \right)_{\max} - \left(\frac{dB}{dH} \right)_{\min} \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Производные dB/dH следует взять из чертежа, проведя касательные к кривой $B(H)$ слева и справа от излома петли. Для расчёта масштабов выразим B и H через напряжения U_Y и U_X . Подставляя (6) и (7) в (8), получим

$$\Delta L = 2 r_0 C_0 r_1 \frac{n_1^2}{n_3 n_4} \left[\left(\frac{\Delta U_Y}{\Delta U_X} \right)_{\max} - \left(\frac{\Delta U_Y}{\Delta U_X} \right)_{\min} \right]. \quad (9)$$

В нашей установке $n_1 = n_3 = n_4$, так что $\frac{n_1^2}{n_3 n_4} = 1$. Параметры r_0 , C_0 и r_1 приведены на схеме.

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается с помощью фигур Лиссажу найти критическое сопротивление и определить частоту параметрических колебаний контура; с помощью кривых гистерезиса определить критическое сопротивление и проверить условие самовозбуждения; по кривой зависимости напряжения на конденсаторе от частоты определить резонансную частоту и индуктивность колебательного контура.

Подробно порядок выполнения работы изложен в ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ, расположенном на установке.

1. Соберите схему согласно рис. 3. Сравните схему, изображённую на рис. 3, со схемой на рис. 2. Подготовьте приборы к работе.
2. Установите ёмкость $C = 100$ мкФ, сопротивление магазина $R_m = 0$. Поставьте движок потенциометра, регулирующего постоянный ток подмагничивания, на минимум выходного напряжения. Включите питание $= 36$ В и установите постоянный ток $I \simeq 80$ мА.

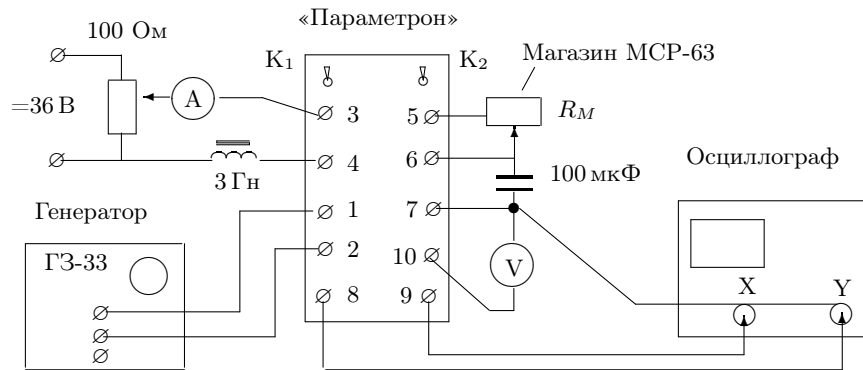


Рис. 3. Блок-схема установки

Переменный ток подмагничивания установите с помощью генератора: частота $\nu = 150$ Гц; выходное напряжение на вольтметре генератора $U_{зг} = 15$ В.

3. Для наблюдения параметрических колебаний поставьте ключ K_1 в положение «Фигура Лиссажу». Увеличивая постоянный ток подмагничивания, определите момент возникновения параметрических колебаний (при $U_{зг} = 15$ В) по появлению на экране ЭО фигуры Лиссажу, имеющей одно самопересечение (рис. 4а).

Оцените интервал ΔI , внутри которого эти колебания существуют.

Используя показания генератора, определите по виду фигуры Лиссажу частоту параметрических колебаний.

4. Убедитесь в том, что Вы наблюдаете именно параметрические колебания, внося в контур дополнительное затухание — увеличивая сопротивление магазина R_M . Колебания, возбуждаемые внешним источником, при увеличении затухания постепенно уменьшаются по амплитуде, в то время как параметрические колебания при критическом сопротивлении $R_{кр}$ срываются.

5. Определите $R_{кр}$ для токов: $I_1 = 100$ мА и $I_2 = 160$ мА. Увеличивая сопротивление магазина, следите за постоянством напряжения на генераторе ($U_{зг} = 15$ В).

6. При фиксированных значениях: $I = 160$ мА, $U_{зг} = 15$ В, $R_M = 0$ — проследите, как изменяется фигура Лиссажу при уменьшении частоты от 150 до 50 Гц. Определите резонансную частоту и частоту срыва колебаний.



а) 150 Гц б) 60 Гц

Рис. 4. Фигуры Лиссажу при отношении частот 1:2 (масштабы разные)

7. Для наблюдения петли гистерезиса переключите ключ K_1 в положение «Петля».

Снова задайте параметры: $I = 160$ мА, $R_M = 0$, $\nu = 150$ Гц, $U_{зг} = 15$ В. Подберите чувствительность осциллографа так, чтобы на экране была видна петля гистерезиса в удобном масштабе.

При наличии параметрических колебаний петля гистерезиса имеет сложную форму. Увеличьте сопротивление R_M до критического. В этом случае параметрические колебания срываются и на экране видна частная петля (на рис. 1 она выделена пунктиром).

Чтобы посмотреть форму полной петли, уберите сопротивление R_M и ток I до нуля. При увеличении напряжения $U_{зг}$ до 20–25 вольт полная петля становится предельной.

8. Увеличивая постоянный ток, проследите, как меняется форма петли в момент возникновения и срыва параметрических колебаний, как перемещается частная петля.
9. Для тока $I = 160$ мА, $U_{зг} = 15$ В определите $R_{кр}$, выводя параметрон на самую границу колебаний.
10. При сопротивлении чуть больше критического зарисуйте петлю. Для этого установите ручки плавной регулировки усиления по каналам X и Y в крайнее правое положение (до щелчка), тогда цифры возле дискретных переключателей усиления задают масштабы изображения K_X и K_Y в мВ/дел.

Подберите коэффициенты усиления так, чтобы петля занимала практически весь экран. Зарисуйте на кальку петлю, оси координат, деления шкалы и запишите на ней рабочие параметры схемы и коэффициенты K_X и K_Y .

11. Исследуйте зависимость выходного напряжения параметрона от частоты. Для этого уменьшите сопротивление магазина до нуля и поставьте ключ K_2 в положение « $U_{вых}$ ». Снимите зависимость напряжения на ёмкости C колебательного контура $U_{вых} = f(\nu)$, уменьшая частоту от 150 Гц до срыва колебаний. Напряжение $U_{зг} = 15$ В и ток $I = 160$ мА следует поддерживать постоянными.

Обработка результатов

1. Определите по рисунку петли максимальный и минимальный наклоны касательных ($\Delta U_Y / \Delta U_X$) и рассчитайте величину ΔL по формуле (9).
Проверьте справедливость условия (3). Сопротивление контура включает в себя сопротивление магазина и сопротивление параметрона между точками 5 и 7, указанное на установке.
2. Постройте график $U_{вых} = f(\nu)$ и определите по нему резонансную частоту контура ν_0 . Рассчитайте индуктивность контура ($\Omega^2 = 1/LC$, $\Omega =$

$= 2\pi\nu_0)$ и проверьте справедливость условия (3) на этой частоте, полагая $\Delta L \simeq L$.

Контрольные вопросы

1. Получите условие возбуждения колебаний (3), когда индуктивность меняется по гармоническому закону:

$$L = L_0[1 - m \sin(2\omega_0 t)].$$

Напишите закон изменения тока, возбуждаемого в контуре.

2. Почему в нашем случае индуктивность пропорциональна дифференциальной магнитной проницаемости?
3. Нарисуйте качественный график зависимости $\mu_{\text{диф}}$ от величины подмагничивающего тока для петли гистерезиса, изображённой на рис. 1.
4. На каких ещё частотах (в принципе) могут возбуждаться колебания в контуре параметрона при больших изменениях индуктивности?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество — М.: Наука, 1983. Гл. III, § 74; гл. X, §§ 122, 123, 127, 135.
2. Калашников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. § 226.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. III, гл. 3, § 3.1.
- 4.* Горелик Г.С. Колебания и волны. — М.: Физматгиз, 1959. Гл. III, § 9.

МИЛЛИВЕБЕРМЕТР

Устройство и принцип действия

Милливеберметр (флюксметр) служит для измерения постоянного во времени магнитного потока. Это прибор магнитоэлектрической системы, работающий в баллистическом режиме: рамка с током вращается в поле постоянного магнита; отклонение рамки пропорционально заряду, если через неё пропускается короткий импульс тока. От обычных гальванометров постоянного тока милливеберметр отличается тем, что на его рамку не действуют никакие упругие силы, поэтому его подвижная часть находится в безразличном равновесии.

В цепь рамки прибора включается наружная измерительная (пробная) катушка. При изменении магнитного потока, пронизывающего эту катушку, в ней возникает ЭДС индукции, и по цепи рамки течёт индукционный ток. При этом отклонение рамки, независимо от её начального положения, пропорционально изменению магнитного потока $\Delta\Phi$ и может служить для его измерения.

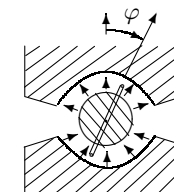


Рис. Д.1. Рамка в магнитном поле милливеберметра

Рассмотрим работу милливеберметра. Второй закон динамики вращательного движения рамки (скорость изменения момента импульса равна моменту действующих сил) может быть записан в виде

$$J\ddot{\varphi} = M, \tag{Д.1}$$

где J — момент инерции рамки милливеберметра, φ — угол её поворота (рис. Д.1). Момент сил M определяется путём умножения силы $F = IN_0B_0$, действующей на каждую из продольных сторон рамки (направленных вдоль оси вращения), на плечо. Здесь I — сила тока в рамке, l — длина продольной стороны, N_0 — число витков, B_0 — индукция поля постоянного магнита милливеберметра. Поле магнита радиально — это обеспечивает равномерность шкалы прибора. Таким образом,

$$J\ddot{\varphi} = IS_0N_0B_0,$$

где S_0 — площадь рамки. Введя обозначение $K = S_0N_0B_0$, получим

$$J\ddot{\varphi} = KI. \tag{Д.2}$$

Вычислим теперь ток I . Этот ток генерируется под действием как внешней ЭДС индукции $\mathcal{E}_к$, возникающей в измерительной катушке, так и

внутренней \mathcal{E}_p , возникающей в рамке при её движении в магнитном поле B_0 милливеберметра:

$$RI = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p, \quad (\text{Д.3})$$

где R — полное сопротивление цепи рамки.

Внешняя ЭДС \mathcal{E}_k наводится в измерительной катушке при изменении проходящего сквозь неё магнитного потока Φ :

$$\mathcal{E}_k = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (\text{Д.4})$$

а \mathcal{E}_p возникает в продольной стороне рамки при её движении в поле постоянного магнита со скоростью v ($\mathcal{E}_p = -lN_0B_0v$). Заменив v через ширину рамки и $\dot{\varphi}$, найдём, что

$$\mathcal{E}_p = S_0N_0B_0\dot{\varphi} = K\dot{\varphi}. \quad (\text{Д.5})$$

Подставим (Д.3) – (Д.5) в (Д.2), и уравнение движения рамки принимает вид

$$\frac{JR}{K^2}\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} = -\frac{1}{K}\dot{\Phi}. \quad (\text{Д.6})$$

Проинтегрируем это уравнение по времени:

$$\frac{JR}{K^2}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + (\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{1}{K}(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (\text{Д.7})$$

Для измерения магнитного потока с помощью милливеберметра можно

а) вынести измерительную катушку из области измеряемого в область нулевого поля;

б) оставив катушку в поле неподвижной, отключить измеряемое поле.

В любом из этих вариантов скорость изменения потока $\dot{\Phi}$ в начале и в конце опыта равна нулю. В начале опыта рамка милливеберметра не движется, так что $\dot{\varphi}_1 = 0$. Покажем, что и $\dot{\varphi}_2 = 0$.

В самом деле, при $\dot{\Phi} = 0$ в уравнении (Д.6) пропадает правая часть. В отсутствие внешних сил рамка рано или поздно должна остановиться вследствие действия электромагнитного торможения. Можно найти закон движения при торможении, решив дифференциальное уравнение (Д.6):

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(0) \exp\left(-\frac{K^2}{JR}t\right), \quad (\text{Д.8})$$

где $\dot{\varphi}(0)$ — начальная угловая скорость рамки. При больших t угловая скорость $\dot{\varphi}$ оказывается экспоненциально мала, т. е. $\dot{\varphi}_2 \rightarrow 0$.

Подставляя $\dot{\varphi}_1 = 0$ и $\dot{\varphi}_2 = 0$ в (Д.7), найдём

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{K}(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (\text{Д.9})$$

Таким образом, *угол отклонения рамки милливеберметра пропорционален изменению магнитного потока, пронизывающего измерительную катушку*. Коэффициент пропорциональности выбирается так, что шкала прибора градуируется в милливеберах. Разделив поток на площадь и число витков измерительной (пробной) катушки, мы определим индукцию B внешнего магнитного поля.

Обратим внимание на структуру формулы (Д.8). Время t , в течение которого затухает движение рамки, должно быть небольшим, т.к. рамка находится в безразличном равновесии и склонна дрейфовать. Самопроизвольное перемещение стрелки искажает результаты измерений. Из (Д.8) видно, что время успокоения прибора падает с уменьшением R , поэтому *милливеберметр работает правильно лишь при замыкании его рамки на достаточно малое сопротивление*. Допустимая величина сопротивления измерительной катушки указана на приборе.

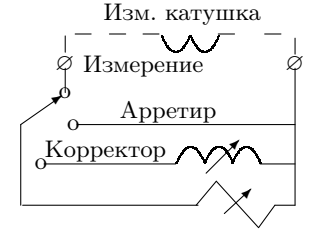


Рис. Д.2. Схема прибора

Принципиальная схема милливеберметра изображена на рис. Д.2. Так как прибор не имеет противодействующего механического момента, стрелка его после измерения не возвращается к начальному положению. Для установки стрелки на нужную отметку служит электромагнитный *корректор* — вторая магнитная система, состоящая из постоянного магнита и сердечника с обмоткой. Когда ручка переключателя находится в положении «Корректор», обмотка корректора замкнута на рамку прибора, в которой в момент поворота ручки корректора (вследствие пересечения силовых линий магнита корректора) возникает ток. Изменяя направление и угол поворота ручки корректора, можно установить стрелку прибора на любом делении шкалы.

При положении ручки переключателя на отметке «Арретир» рамка прибора замкнута накоротко, и подвижная система прибора находится в сильно успокоенном режиме.

В положении «Измерение» прибор готов к работе.

Правила работы

1. Общие указания

1. Для измерения магнитного потока подключённая к прибору измерительная катушка помещается в магнитное поле перпендикулярно ему.

2. Для исключения погрешности от паралакса отсчёт показаний следует проводить так, чтобы изображение стрелки в зеркале шкалы совпадало с самой стрелкой.

II. Измерение магнитного потока

3. Поставьте переключатель в положение «Корректор» и поворотом рукоятки корректора установите начальное положение стрелки, удобное для измерений.

Если ручка корректора дошла до упора, а стрелка сместилась недостаточно, поверните рукоятку корректора в обратную сторону до упора, а затем снова поворачивайте её, пока стрелка не встанет на нужное деление.

4. Поставьте переключатель в положение «Измерение». Заметьте начальное положение стрелки (вся шкала — 10 дел. — 10 мWb).

Измените магнитный поток сквозь катушку до нуля и заметьте новое положение стрелки. Разность показаний определяет магнитный поток.

Изменять магнитный поток Φ рекомендуется одним из способов:

а) быстро удаляя пробную катушку из области действия магнитного поля на расстояние, где магнитный поток практически равен нулю (рекомендуется);

б) выключая магнитное поле, если катушка закреплена жёстко.

Не рекомендуется переполюсовывать магнит для измерений поля, т. к. при этом часто ломаются переключатели.

Величина SN , необходимая для расчёта индукции поля ($\Phi = BSN$), указана на пробной катушке.

5. По окончании работы следует заарретировать прибор — поставить переключатель в положение «Арретир».

6. Не реже одного раза в месяц рекомендуется проверять состояние приборов по образцовому прибору.

Один раз в два года, а также после каждого ремонта, приборы должны проверяться в местном отделении Комитета стандартов, мер и измерительных приборов.

ВАЖНЕЙШИЕ ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН МЕЖДУНАРОДНОЙ СИСТЕМЫ СИ

Величины		Единицы		Соотношение между единицами системы СИ и единицами других систем
Наименование	Обозначение	Наименование	Обозначение	
Основные единицы				
длина	l	метр	м	1 Å (Ангстрем) = 10^{-10} м
масса	m	килограмм	кг	1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
время	t	секунда	с	1 мин = 60 с
сила тока	I	ампер	А	1 ед.СГСМ = $3 \cdot 10^{10}$ ед.СГСЕ = 10 А
Производные единицы				
сила, вес	F, G	ньютон	Н	1 дина = 10^{-5} Н
давление	p	паскаль	Па	1 атм = 760 мм Hg $\approx 10^5$ Па
работа, энергия	A, W	джоуль	Дж	1 эрг = 10^{-7} Дж
мощность	P	ватт	Вт	1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
эл. заряд	Q	кулон	Кл	1 эрг/с = 10^{-7} Вт
эл. напряж.	U	вольт	В	1 ед.СГС = $1/(3 \cdot 10^9)$ Кл
эл. сопрот.	R	ом	Ом	1 ед.СГС(с/см) = $9 \cdot 10^{11}$ Ом
эл. проводим.	G	сименс	См	1 ед.СГС = $1/(9 \cdot 10^{11})$ См
уд. сопрот.	ρ	ом·метр	Ом·м	1 ед.СГС(с ⁻¹) = $9 \cdot 10^9$ Ом·м
уд. проводим.	σ	сименс/метр	См/м	1 ед.СГС = $1/(9 \cdot 10^9)$ См/м
напряжённость эл. поля	E	вольт/метр	В/м	1 ед.СГС = $3 \cdot 10^4$ В/м
эл. индукция	D	кулон/метр ²	Кл/м ²	1 ед.СГС = $10^{-5}/(12\pi)$ Кл/м ²
эл. ёмкость	C	фарада	Ф	1 ед.СГС(см) = $1/(9 \cdot 10^{11})$ Ф
напряжённость магн. поля	H	ампер/метр	А/м	1 Э (эрстед) = 79,6 А/м
магн. поток	Φ	вебер	Вб	1 Мкс(максвелл) = 10^{-8} Вб
магн. индукция	B	тесла	Т	1 Гс (гаусс) = 10^{-4} Т
индуктивность	L	генри	Г	1 ед.СГС(см) = 10^{-9} Г