

141. Колебательный контур с нелинейной ёмкостью

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ – 26 октября 2012 г.

Цель работы: Изучение свободных и вынужденных колебаний в нелинейной системе.

В работе используются: смонтированный на отдельной плате колебательный контур с варикапом 2В105А в качестве ёмкости, звуковой генератор ГЗ-33, частотомер ЧЗ-54, универсальный источник питания (УНИП), электронный осциллограф GOS-620 (ЭО), мультиметр GDM-8145, дополнительные резисторы и конденсатор.

В работе изучаются резонансные свойства нелинейного колебательного контура. В качестве нелинейного элемента, входящего в состав колебательного контура, используется специальный полупроводниковый диод (варикап), ёмкость которого зависит от величины постоянного напряжения на нём.

Речь идёт о ёмкости $p - n$ -перехода вблизи границы двух полупроводников p -типа и n -типа. В отсутствие внешней разности потенциалов между двумя этими областями на их совместной границе образуется двойной слой пространственного заряда — отрицательные заряды в p -области и положительные заряды в n -области (рис. 1). Следует подчеркнуть, что это не свободные заряды, которые могут участвовать в перемещении по полупроводнику при наложении электрического поля, а неподвижные заряды: в p -области это отрицательно заряженные акцепторные атомы, а в n -области, положительно заряженные донорные атомы (те и другие являются специальными примесями).



Рис. 1. Схема p - n перехода

Между p - и n -областями из-за наличия контактного электрического поля возникает разность потенциалов, которая обычно составляет десятые доли вольта.

Когда к p -области приложен отрицательный потенциал (а к n -области положительный) (обратное смещение), то контактная разность потенциалов возрастает, а это приводит к увеличению их объёмных зарядов. Поскольку объёмные заряды неподвижны и связаны с ионами доноров и акцепторов, увеличение объёмного заряда означает расширение области локализации этих зарядов. А это расширение эквивалентно увеличению расстояния между двойным слоем и, следовательно, приводит к уменьшению ёмкости (её называют зарядной ёмкостью). При прямом смещении к зарядной ёмкости добавляется так называемая диффузионная ёмкость. В работе будет использоваться только обратное смещение на диоде, когда ток через диод чрезвычайно мал и почти не зависит от величины напряжения. В таком режиме диод наиболее близок к идеальному конденсатору.

1. Уравнение колебательного контура с нелинейной ёмкостью

Принципиальная электрическая схема подключения колебательного контура к выходу генератора переменного напряжения показана на рис. 2.

Нагрузочное сопротивление R_0 много больше абсолютной величины импеданса контура даже на резонансной частоте:

$$R_0 \gg \frac{L}{rC}.$$

При этом условии ток через контур (речь идёт о переменном токе) при постоянной амплитуде переменного напряжения генератора не будет зависеть от частоты генератора и будет равен

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 \cos \omega t}{R_0}.$$

Здесь I — мгновенное значение тока через контур. Связь между общим током и токами в ветвях контура (рис. 2):

$$I = I_L + I_C. \quad (1)$$

Пусть на варикапе C поддерживается постоянная разность потенциалов $V = -V_0$ (рабочая точка). Зависимость ёмкости варикапа от напряжения на нём в окрестности рабочей точки запишем в виде:

$$C(U_{\sim}) = C_0 + \varkappa U_{\sim} + \beta U_{\sim}^2. \quad (2)$$

Здесь U_{\sim} — переменное напряжение, отсчитываемое от рабочей точки $V = -V_0$, \varkappa и β — константы, C_0 — ёмкость варикапа в рабочей точке.

Следовательно, в произвольный момент времени на конденсаторе C напряжение

$$U_C = -V_0 + U_{\sim}.$$

Ток через конденсатор

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{d[(C_0 + \varkappa U_{\sim} + \beta U_{\sim}^2)(-V_0 + U_{\sim})]}{dt} = \\ &= [(C_0 - \varkappa V_0) + 2(\varkappa - \beta V_0)U_{\sim} + 3\beta U_{\sim}^2]\dot{U}_{\sim}. \end{aligned}$$

Введём обозначения: $(C_0 - \varkappa V_0) = C_k$ — ёмкость контура, $\varkappa - \beta V_0 = \alpha$. В новых обозначениях зависимость I_C будет иметь вид:

$$I_C = (C_k + 2\alpha U + 3\beta U^2)\dot{U}. \quad (3)$$

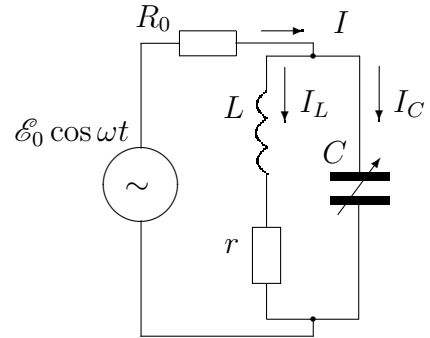


Рис. 2. Схема подключения контура

Здесь и далее мы опускаем индекс « \sim », поскольку речь будет идти о переменном напряжении на варикапе.

По правилу Кирхгофа для замкнутого контура, охватывающего колебательный контур, можно записать

$$-L\dot{I}_L = -U + I_L r. \quad (4)$$

С учётом (1) уравнение (4) принимает вид:

$$-L\dot{I} + L\dot{I}_C = -U + (I - I_C)r + LI. \quad (5)$$

Подставляя (3) в (5), получим

$$LC_k \left(1 + 2\frac{\alpha}{C_k}U + 3\frac{\beta}{C_k}U^2 \right) \ddot{U} + rC_k \left(1 + 2\frac{\alpha}{C_k}U + 3\frac{\beta}{C_k}U^2 \right) \dot{U} + \\ + U + L(2\alpha + 6\beta U)\dot{U}^2 = \frac{r}{R_0}\mathcal{E}_0 \cos \omega t - \frac{L\omega}{R_0}\mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

Пренебрегая последним слагаемым в левой части этого уравнения, и первым слагаемым в правой части, получим уравнение для вынужденных колебаний в контуре с нелинейной ёмкостью:

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \frac{\omega_0^2}{1 + 2\frac{\alpha}{C_k}U + 3\frac{\beta}{C_k}U^2} \cdot U = -\frac{L\omega}{R_0}\omega_0^2\mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

Здесь $\gamma = \frac{r}{2L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC_k}$.

Разлагая коэффициент при U и учитывая первые два члена разложения, окончательно получаем:

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \omega_0^2 \left(1 - 2\frac{\alpha}{C_k}U - 3\frac{\beta}{C_k}U^2 + \frac{4\alpha^2}{C_k^2}U^2 \right) \cdot U = -\frac{L\omega}{R_0}\omega_0^2\mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (6)$$

2. Эффект «удвоения частоты»

Перепишем уравнение (6) в виде:

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \omega_0^2 U = -\omega_0^2 U_0 \sin \omega t + \alpha' U^2 + \beta' U^3, \quad (7)$$

где

$$U_0 = \frac{L\omega}{R_0}\mathcal{E}_0, \quad \alpha' = \frac{2\alpha}{C_k}\omega_0^2, \quad \beta' = \frac{3\beta}{C_k}\omega_0^2.$$

Пусть частота колебаний внешнего напряжения $\omega = \omega_0/2$. В первом (линейном) приближении колебания в контуре описываются уравнением

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \omega_0^2 U = -\omega_0^2 U_0 \sin \left(\frac{\omega_0}{2} t \right). \quad (8)$$

Решение этого уравнения при малом затухании ($\gamma \ll \omega_0$):

$$U_1 = -\frac{4}{3}U_0 \sin\left(\frac{\omega_0}{2}t\right). \quad (9)$$

При учёте нелинейных членов (во втором приближении) решение (9) приведёт к появлению в правой части уравнения (7) члена с частотой $2\omega = \omega_0$. Поэтому решение в виде колебания с частотой ω_0 обозначим через U_2 и суммарное решение $U_1 + U_2$ подставим в (7). С учётом того, что U_1 является решением уравнения (8), получим

$$\ddot{U}_2 + 2\gamma\dot{U}_2 + \omega_0^2 U_2 - \alpha'U_2^2 - \beta'U_2^3 = \alpha'U_1^2. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), получим уравнение, которое описывает отклик колебательного контура на его резонансной частоте ω_0 :

$$\ddot{U}_2 + 2\gamma\dot{U}_2 + \omega_0^2 U_2 - \alpha'U_2^2 - \beta'U_2^3 = \frac{8\alpha'}{9}U_0^2 - \frac{8\alpha'}{9}U_0^2 \cos\omega_0 t. \quad (11)$$

Найдём решение уравнения (11) в линейном приближении (пренебрегая членами $\alpha'U_2^2$, $\beta'U_2^3$ и $\alpha'U_1U_2$):

$$U_2 = -\frac{8\alpha'}{9\omega_0^2}U_0^2 - \frac{4\alpha'}{9\gamma\omega_0}U_0^2 \sin\omega_0 t. \quad (12)$$

Подведём итог: при воздействии на контур внешней ЭДС с частотой $\omega_0/2$, где ω_0 — резонансная частота контура, в контуре возникают как колебания с частотой внешней ЭДС (9), так и колебания с удвоенной частотой ω_0 (12). Помимо этого на конденсаторе возникает дополнительное постоянное напряжение [первый член в (12)].

В дальнейшем считаем β малым и рассматриваем уравнение только с квадратичной нелинейностью.

3. «Деление частоты на два»

Рассмотрим уравнение (7), пренебрегая слагаемым $\beta'U^3$:

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \omega_0^2 U = -\omega_0^2 U_0 \sin\omega t + \alpha'U^2. \quad (13)$$

Пусть теперь частота внешнего напряжения $\omega = 2\omega_0$. В первом (линейном) приближении колебания в контуре описываются уравнением

$$\ddot{U} + 2\gamma\dot{U} + \omega_0^2 U = -\omega_0^2 U_0 \sin 2\omega_0 t. \quad (14)$$

Решение этого уравнения при условии $\gamma \ll \omega_0$ (первое приближение) имеет вид

$$U_1 = \frac{U_0}{3} \sin 2\omega_0 t. \quad (15)$$

Чтобы найти второе приближение, подставим $U = U_1 + U_2$ в уравнение (13) и получим

$$\ddot{U}_2 + 2\gamma\dot{U}_2 + \omega_0^2 U_2 - \alpha' U_2^2 - 2\alpha' U_1 U_2 = \ddot{U}_2 + \omega_0^2 \left(1 - \frac{2\alpha' U_1}{\omega_0^2}\right) U_2 \simeq \alpha' U_1^2. \quad (16)$$

В отличие от предыдущего случая колебания (15) не приводят к появлению в правой части уравнения (7) члена с частотой ω_0 . Однако, возникает резонанс параметрического типа от члена, пропорционального произведению $U_1 \cdot U_2$, где U_2 — решение с частотой ω_0 . Множитель перед ω_0^2 в (16) меняется по синусоидальному закону, как при параметрических колебаниях.

Пусть, например, в результате флуктуации в контуре возникло колебание

$$U_2 = A \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Тогда суммарное решение

$$U_1 + U_2 = \frac{U_0}{3} \sin(2\omega_0 t) + A \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Из квадратичного члена в правой части уравнения (7) мы получим

$$U_1 \cdot U_2 \sim \sin(2\omega_0 t) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \sim [\cos(\omega_0 t - \varphi) - \cos(3\omega_0 t + \varphi)].$$

Это решение в виду его сложности выходит за рамки нашего описания. Здесь мы изложим качественный результат. Решение U_2 можно представить в виде:

$$U_2 = B \cos \left[\left(\omega_0 + \frac{\varepsilon}{2} \right) t + \delta \right],$$

где ε — малый параметр: $\varepsilon = \omega - 2\omega_0$, а ω — частота внешнего источника; δ — фазовый сдвиг.

Нелинейность β' в (10) определяет небольшую поправку к собственной частоте ω_0 .

Качественная зависимость $B(\varepsilon)$ для нашего контура изображена на рис. 3. Рассмотрим поведение контура при постепенном приближении частоты вынуждающей ЭДС к частоте $2\omega_0$. До достижения точки b на частоте ω_0 амплитуда колебаний $B = 0$, а затем (в точке b) происходит резкое возрастание этой амплитуды с переходом на ветвь dc . При дальнейшем увеличении частоты амплитуда колебаний с частотой ω_0 уменьшается до нуля в точке c . При обратном ходе по кривой cd «срыв» происходит левее точки b , т.е. наблюдается гистерезис в зависимости $B(\varepsilon)$.

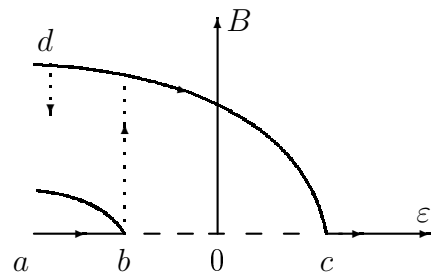


Рис. 3. Резонансные кривые параметрических колебаний

Точки b и c расположены симметрично относительно точки $\varepsilon = 0$, а их координаты равны

$$\varepsilon_{b,c} = \pm \sqrt{\left(\frac{4\alpha\omega_0^2 L}{3C_{\kappa} R_0} \mathcal{E}_0\right)^2 - 4\gamma^2}. \quad (17)$$

Экспериментальная установка. Схема экспериментальной установки показана на рис. 4. В качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ-33 с диапазоном частот от 0 до 200 кГц. К выходу генератора подключается колебательный контур через нагрузочное сопротивление резистора $R_0 \simeq 1$ МОм. Большое по сравнению с импедансом контура сопротивление резистора R_0 позволяет поддерживать постоянный (по амплитуде) ток в цепи генератора, а контур выступает в качестве нагрузки, импеданс которой зависит от частоты.

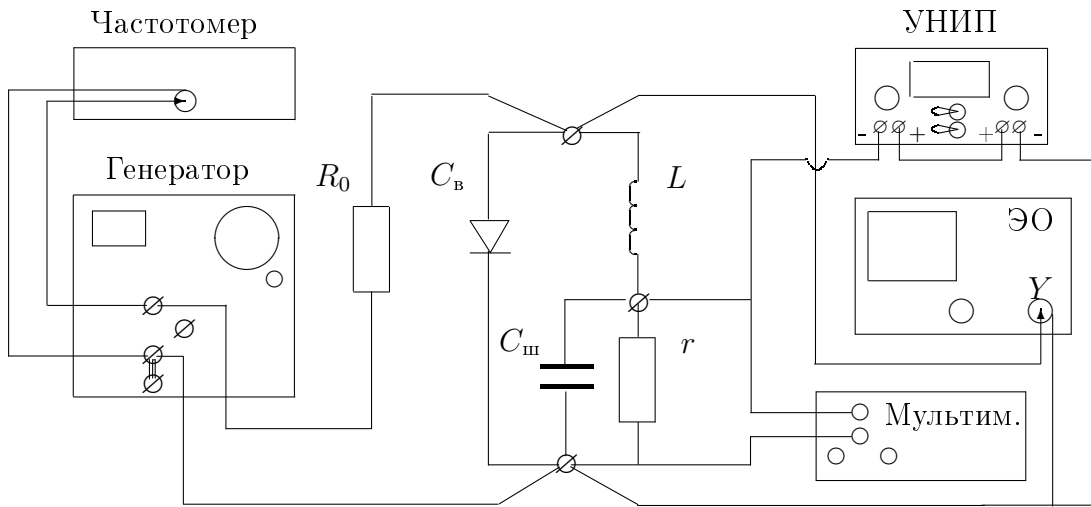


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

Колебательный контур включает в себя катушку индуктивности L , намотанную на ферритовый сердечник с воздушным зазором ($L = 3,3$ мГн), а в качестве переменной ёмкости $C_{\text{в}}$ — варикап 2В105А. Постоянное по величине напряжение смещения (обычно отрицательное — «запирающее») подаётся на варикап с универсального источника питания УНИП через резистор r , зашунтированный большой ёмкостью $C_{\text{ш}} = 1$ мкф (ёмкостное сопротивление $C_{\text{ш}}$ мало по сравнению с сопротивлениями варикапа $C_{\text{в}}$, катушки L и резистора r).

Величина напряжения смещения на варикапе измеряется с помощью мультиметра GDM-8145, подключённого параллельно выходу источника.

Переменное напряжение на варикапе (равное напряжению на контуре) наблюдается и измеряется с помощью осциллографа GOS-620. Частота колебаний напряжения в контуре определяется по частотомеру ЧЗ-54.

ЗАДАНИЕ

I. Резонансный метод измерения зависимости емкости варикапа от величины заpornого напряжения на нем

В этом упражнении предлагается визуально по экрану осциллографа определить резонансную частоту контура. Для этого с источника постоянного напряжения УНИП на варикап подаём запирающее напряжение (несколько вольт), которое измеряем мультиметром; с генератора на контур подаём переменное напряжение малой амплитуды, которое измеряем вольтметром генератора; изменяя частоту сигнала с ГЗ, находим резонансную частоту контура ω_0 и измеряем её частотомером. Величину ёмкости контура рассчитываем по формуле

$$C_k = \frac{1}{\omega_0^2 L}. \quad (18)$$

Суммарная ёмкость контура в наших условиях совпадает с ёмкостью варикапа.

1. Ознакомьтесь со схемой установки (см. рис. 4).
2. Перед включением звукового генератора установите ручку «РЕГ.ВЫХОДА» в нулевое положение (крайнее левое). Включите в сеть генератор, частотомер и осциллограф. Переключатели передней панели генератора установите в следующие положения:

«ШКАЛА ПРИБОРА» — « $\times 1$ »,
«ВЫХ. СОПРОТИВЛЕНИЕ Ω » — «600»,
«ПРЕДЕЛЫ ШКАЛ» — «100 mV»,
«ВНУТР. НАГРУЗКА» — «ВКЛ.»,
«МНОЖИТЕЛЬ» — «1000».

Установите частоту выходного сигнала генератора вблизи 80 кГц и проверьте по частотомеру.

3. Сфокусируйте и отцентрируйте горизонтальную линию на экране ЭО.¹ При переводе переключателя в положение «DC» или «AC» (здесь безразлично) горизонтальная линия должна оставаться на середине экрана, пока на ЭО не подано напряжение.²
4. Установите УНИП на минимум выходного напряжения, используя обе ручки «РЕГ.НАПР.»; тумблер «5 В–15 В» установите в положение 5 В; положение тумблера « $\leftarrow - \rightarrow$ » безразлично, т.к. этот вольтметр не используется для измерений.

Включите УНИП в сеть.

¹ Переведите переключатель «вид входа канала» ЭО в положение «ЗЕМЛЯ» — «GND» и ручкой вертикального смещения «POSITION» установите горизонтальную линию на центр экрана ЭО.

² «DC» (direct current) — «ОТКРЫТЫЙ ВХОД» — вход открыт постоянному и переменному сигналу; «AC» (alternate current) — «ЗАКРЫТЫЙ ВХОД» — вход открыт только переменному сигналу (подключается дополнительный конденсатор, который не пропускает постоянное напряжение).

5. Включите мультиметр. Установите режим измерения напряжения «V», предел — «2 В», вход — «DC». Настройте УНИП на минимальное значение запирающего напряжения V_3 . Измерьте его мультиметром (убедитесь, что оно близко к нулю).
6. Для определения резонансной частоты контура подайте с УНИП на варикап минимальное U_3 ; подайте с ГЗ на контур переменное напряжение 50 мВ (при меньших напряжениях плохо работает частотомер)³; плавно меняя частоту генератора, определите резонансную частоту $\omega_0 = 2\pi f_{\text{рез}}$ по максимуму сигнала на экране ЭО.

Для более точного определения максимума используйте ручку «РАССТРОЙКА» (изменение частоты $\pm 1,5\%$) и каждый раз подбирайте чувствительность канала «CH2-Y» переключателем «VOLTS/DIV».

Сравните показания вольтметра ГЗ с напряжением, измеренным с помощью ЭО⁴. Напомним, что вольтметр показывает эффективное значение напряжения, а на экране ЭО — амплитудное.

7. Повторите измерение $f_{\text{рез}}$, задав $V_3 = V_0 = -0,3$ В (это рабочая точка для следующего упражнения). Определите добротность контура Q и затухание γ в этой точке по ширине резонансной кривой: разность резонансной частоты ω_0 и частоты ω , при которой амплитуда падает до $0,7 U_{\text{рез}}$, равна γ , добротность $Q = \omega_0/2\gamma$ (используйте ручку «РАССТРОЙКА» генератора).

Рассчитайте ёмкость варикапа C_0 в рабочей точке по формуле (18).

8. Снимите зависимость резонансной частоты $f_{\text{рез}}$ от величины запирающего напряжения V_3 при напряжении с ГЗ 50 мВ: изменяя V_3 в диапазоне от нуля до -1,5 В через 0,05 В, измеряйте V_3 мультиметром и определяйте $f_{\text{рез}}$ по сигналу на экране ЭО.
9. Вычислите значения ёмкостей варикапа и постройте график зависимости $C_{\text{в}}$ от $|V_3|$. Через точку $C_{\text{в}}$ при $|V_3| = 0,3$ В проведите касательную; используя формулу

$$C(V) = C_0 + \kappa(V - V_0) + \beta(V - V_0)^2,$$

определите из графика коэффициенты κ и β , для любой точки V вблизи V_0 ; рассчитайте параметры C_k и α , используя формулу (2) и обозначения, принятые для формулы (3).

II. Эффект «удвоения частоты»

В этом упражнении при малом значении V_3 на варикапе и малых амплитудах U_{\sim} на контуре определяем резонансную частоту ω_0 контура; затем устанавливаем частоту вблизи $\omega_0/2$, увеличиваем до максимума амплитуду

³ При выборе предела шкалы 100 мВ используйте верхнюю шкалу вольтметра ГЗ (10 дел. — 100 мВ). Если выбранный предел кратен трём, используется вторая сверху шкала вольтметра ГЗ.

⁴ Чувствительность каналов соответствует цифрам, указанным возле дискретных переключателей, ТОЛЬКО при установке ручек плавной регулировки усилителей на максимум — поворотом по часовой стрелке ДО ЩЕЛЧКА.

переменного напряжения, и плавно приближаясь к частоте $\omega_0/2$, следим за формой сигнала на экране ЭО.

При частоте генератора $\omega_0/2$, картина на экране будет иметь вид, изображённый на рис. 5. Такая форма сигнала соответствует сумме двух гармонических колебаний с частотами $\omega_0/2$ и ω_0 :

$$U(t) = A_1 \cos \frac{\omega_0}{2}t - A_2 \cos \omega_0 t,$$

где амплитуды гармоник

$$A_1 = \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2}, \quad A_2 = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2}. \quad (19)$$

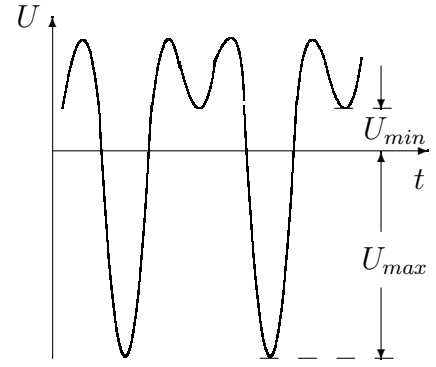


Рис. 5. Напряжение на варикапе при удвоении частоты

Помимо появления гармоники на частоте ω_0 , можно наблюдать дополнительную постоянную составляющую напряжения на варикапе.

1. Установите на варикапе запирающее напряжение $V_3 = 0,3$ В, подайте на схему переменное напряжение от генератора 50 мВ и ещё раз определите резонансную частоту ω_0 .
2. Настройте ГЗ на максимальную выходную мощность: переключите «ПРЕДЕЛЫ ШКАЛ» на ГЗ в положение 30 В, «ШКАЛА ПРИБОРА» — « $\times 2$ » и ручкой «РЕГ. ВЫХОДА» установите МАКСИМАЛЬНОЕ выходное напряжение (30 делений по второй шкале $\times 2 = 60$ В).
3. Перестройте ГЗ на частоту $\omega_0/2$. Подстраивая частоту генератора, получите на экране осциллографа картину, подобную изображённой на рис. 5 (симметричную). Замерьте частоту генератора и сравните её с частотой ω_0 при $U = 50$ мВ.

Измеряя U_{\max} и U_{\min} на экране ЭО в вольтах, определите амплитуды гармоник A_1 и A_2 по формуле (19).

4. Повторите предыдущие измерения, уменьшив выходное напряжение ГЗ до 30 В ручкой «РЕГ.ВЫХОДА».
5. Рассчитайте амплитуду A_2 (гармоника на частоте ω_0) по формуле:

$$A_2 = \frac{4}{9} \frac{\alpha}{C_k} \frac{\omega_0 L}{2\gamma} \left(\frac{\omega_0 L}{R_0} \right)^2 \mathcal{E}_0^2 = \frac{4\alpha Q}{9C_k} \left(\frac{\omega_0 L}{R_0} \right)^2 \mathcal{E}_0^2, \quad (20)$$

где $Q = \frac{\omega_0 L}{2\gamma}$ — добротность контура,

\mathcal{E}_0 — напряжение генератора, $R_0 = 1$ МОм.

Эта формула следует из (12) при $\omega = \omega_0/2$ подстановкой выражения для α' .

6. Изобразите экспериментальные результаты (две точки) на графике в координатах A_2 и U^2 . Определите по графику коэффициент K ($A_2 = K \cdot U^2$) и сравните его с теоретическим [см. (20)].

III. «Деление частоты на два»

В этом упражнении предлагается проследить за изменением амплитуды параметрических колебаний с частотой (см. рис. 3). Для этого устанавливаем выходную мощность ГЗ на максимум, а частоту — немного меньше ω_0 . При увеличении частоты наблюдаем резкое установление параметрических колебаний с частотой ω_0 (точка *b* на рис. рис. 3), а затем уменьшение амплитуды этой гармоники и её полное исчезновение в точке *c*.

1. При максимальном напряжении с генератора (30 делений по второй шкале $\times 2 = 60$ В) установите частоту немного меньше ω_0 ($\simeq 60$ кГц).
2. Медленно увеличивая частоту генератора, отметьте, при какой частоте ω_1 происходит скачкообразное возбуждение колебаний с частотой ω_0 в контуре (точка *b* на рис. 3). При этом напряжение смещения V_3 на варикапе увеличивается.

Замерьте эту частоту с помощью частотомера. В контуре остаются и колебания с частотой $2\omega_0$, но их вклад мал.

3. Продолжая увеличивать частоту генератора, качественно наблюдайте уменьшение амплитуды гармоники с частотой ω_0 . Определите частоту ω_2 , при которой эта гармоника полностью исчезает и остаётся колебание с частотой $2\omega_0$ (в точке *c* на рис. 3). Согласно теории частоты ω_1 и ω_2 должны быть расположены симметрично относительно частоты $2\omega_0$ (точки *b* и *c* расположены симметрично относительно начала координат).

Проведите качественные наблюдения при уменьшении частоты от ω_2 до ω_1 (от точки *c* к точке *d* по кривой на рис. 3).

Исправлено 26-X-2012