Теоремы Карно

Булыгин В. С.

22 февраля 2012 г.

1. В 1824 году выпускник знаменитой парижской высшей школы Эколь Политекник (основанной в 1794 году), в которой он учился в 1812–1814 годах, Николя́ Леона́р Сади́ Карно́ (1796–1832) опубликовал свою работу «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» [1]. Сразу отметим, что во времена Карно физическая терминология не была устоявшейся и, в частности, под «силой» понимали также энергию, работу или даже мощность,[1] и в «Размышлениях» Карно термин «движущая сила» употребляется в смысле «энергия» или «работа». В начале свой работы Карно отмечает, что изучение преобразования теплоты в работу важно не только для совершенствования тепловых двигателей, но имеет и общенаучное значение[2], поэтому Карно ставит задачу в наиболее общей форме [1, с. 8]:

> «*Чтобы рассмотреть принцип получения движения из теплоты во всей его полноте, надо изучить его независимо от какого-либо механизма, какого-либо определённого агента; надо провести рассуждения, приложимые не только к паровым машинам, но и ко всем мыслимым тепловым машинам, каково бы ни было вещество, пущенное в дело, и каким бы образом на него ни производилось воздействие*».

Огромная эвристическая сила физического образа мышления нередко способствует тому, что исследователь может устанавливать справедливые факты даже при опоре на несовершенные физические модели, и это неоднократно происходило в истории физики. Анализируя процесс преобразования теплоты в работу Карно пользовался теорией теплорода[3], рассматривающей теплоту как невесомую жидкость (нагретое тело весит столько же, сколько оно же холодное! [4]), переходящую от более нагретого тела к более холодному, аналогично тому, как вода течёт с большей высоты на меньшую. С помощью этой теории Карно смог установить важный принцип, подтверждённый всем дальнейшим развитием термодинамики [1, с. 10]:

> «*Недостаточно создать теплоту, чтобы вызвать появление движущей силы: нужно ещё добыть холод; без него теплота стала бы бесполезна*»,

[1] в «лошадиных силах» до сих пор измеряют мощность автомобильных двигателей, а термин «живая сила» даже в 20-м веке применялся как эквивалент термина «кинетическая энергия».

[2] «Теплоте должны быть приписаны те колоссальные движения, которые поражают наш взгляд на земной поверхности; она вызывает движение атмосферы, поднятие облаков, выпадение дождя и других осадков, заставляет течь потоки воды на поверхности земного шара, незначительную часть которых человек сумел применить в свою пользу; наконец землетрясения, вулканические извержения также имеют причиной теплоту» [1, с. 5]

[3] «Впрочем, заметим мимоходом, основные положения, на которые опирается теория тепла, требуют внимательного исследования. Некоторые данные опыта представляются необъяснимыми при современном состоянии теории»[1, с. 22], и далее: «признаваемая в настоящее время теория тепла, нужно сознаться, нам не представляется имеющей непоколебимую твёрдость»[1, с. 50].

[4] Если бы скорость света не была бы так велика, то прецизионные измерения обнаружили бы увеличение массы нагретого тела на величину Q/c^2!

т.е. для работы тепловой машины обязательно необходим не только нагреватель(место с высокой температурой), но и охладитель (место с более низкой температурой).

Карно обосновывает вид обратимого термодинамического цикла, обеспечивающего максимум работы, совершаемой тепловым двигателем [1, с. 16]:

> «Необходимым условием максимума будет: *в телах, употребляемых для развития движущей силы тепла, не должно быть ни одного изменения температуры, происходящего не от изменения объёма*»,

т. е. наилучшим циклом для любого теплового двигателя является такой цикл (называемый теперь «циклом Карно»), в котором теплообмен с рабочим телом происходит *только* при контакте с нагревателем и охладителем (причём этот теплообмен — изотермический), а изменение температуры рабочего тела между температурами нагревателя и охладителя происходит без теплообмена (т. е. только при адиабатическом изменении объёма).

Карно также доказывает, что *максимальная работа* (термина «кпд» тогда ещё не было) не может зависеть от выбора рабочего тела и определяется только температурами нагревателя и охладителя (Карно ещё не получает соответствующей формулы) [1, с. 23]:

> «*Движущая сила тепла не зависит от агентов, взятых для его развития; её количество исключительно определяется температурами тел, между которыми, в конечном счёте, производится перенос теплорода*»,

и «если бы существовали средства более выгодные для использования тепла, чем те, которыми мы пользовались», показывает Карно, то их можно было бы скомбинировать с циклом Карно и создать вечный двигатель (2-го рода), возможность реализации которого в механике, «а так же при употреблении тепла и электричества» (в новейших разделах тогдашней физической науки) Карно категорически не приемлет [1, с. 14–15]:

> «*Это было бы не только вечным движением, но и беспредельным созданием движущей силы без затраты теплорода или каких-либо других агентов. Подобное создавание совершенно противоречит общепринятым идеям, законам механики и здравой физике. Оно недопустимо*».

Это рассуждение Карно фактически эквивалентно некоторым позднейшим формулировкам второго начала термодинамики.[5]

2. Все последующие доказательства теорем Карно также основывались на втором начале термодинамики. Второе начало термодинамики, являющееся аксиоматической основой дальнейшего построения термодинамики (после первого начала термодинамики) может быть сформулировано многими способами: например, в учебнике [2] собрано 18 формулировок второго начала. Для нашего дальнейшего изложения удобно воспользоваться формулировкой, что существует новая (по отношению к внутренней энергии U) *функция состояния*, названная Клаузисом «энтропией», элементарное изменение которой в *равновесных* (обратимых) процессах даётся формулой

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \tag{1}$$

здесь S — энтропия системы, δQ — количество теплоты, *сообщённое* термодинамической системе, имеющей абсолютную температуру T.

[5] В своей неопубликованной рукописи Карно фактически сформулировал и первое начало термодинамики как закон сохранения энергии применительно к тепловым процессам, смог оценить механический эквивалент тепла и (как Ньютон, Ломоносов и др.) выдвинул молекулярно-кинетическую модель теплоты (см. «Приложение»).

Равновесный процесс в любой термодинамической системе может быть изображён линией на диаграмме как в координатах (P, V), так и в координатах (T, S). В координатах (P, V) за ось абсцисс объём V выбирается не только потому, что V является естественной независимой переменной, но и для того, чтобы площадь под графиком процесса $P(V)$ (т. е. интеграл) имела физический смысл — работы, совершаемой термодинамической системой: $\delta A = P\,dV$. По той же причине в координатах (T, S) за ось абсцисс выбирается S (хоть она и «неестественна», как независимая переменная), чтобы придать физический смысл площади под графиком процесса $T(S)$, так как, согласно (1) переданное системе количество теплоты $\delta Q = TdS$ (см. рис. 1).

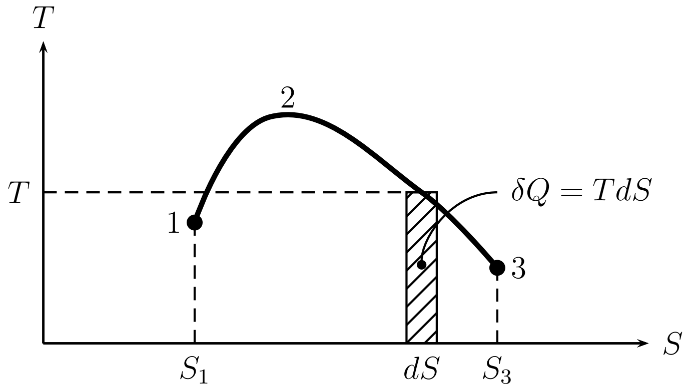

Рис. 1. К связи площади на диаграмме TS с количеством теплоты Q.

Таким образом, в соответствии с геометрическим смыслом интеграла $\int TdS$, площадь криволинейной трапеции $S_1 123 S_3$ на рис. 1 равна количеству теплоты, *сообщённой* системе в процессе её перехода из состояния 1 в состояние 3 ($1 \to 2 \to 3$), или же равна количеству теплоты, *отобранной* от системы в процессе её перехода из состояния 3 в состояние 1 ($3 \to 2 \to 1$).

Пусть с термодинамической системой проводится замкнутый равновесный термодинамический цикл $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ (рис. 2).

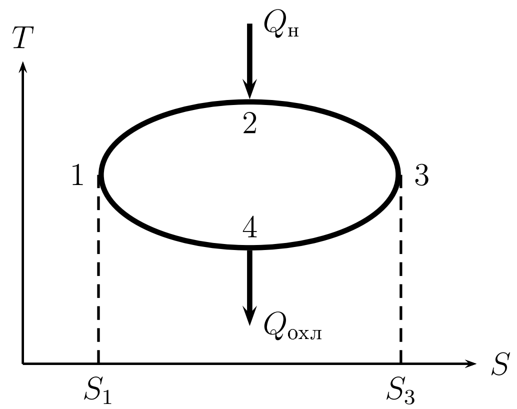

Рис. 2. К вычислению работы и кпд обратимого цикла.

На стадии цикла $1 \to 2 \to 3$ система получает тепло (обозначим его $Q_\text{н}$), так как на каждой части этой стадии $dS > 0$ и поэтому, согласно (1), на каждой части этой стадии и $\delta Q > 0$, а на стадии $3 \to 4 \to 1$ (где $dS < 0$) термодинамическая система отдаёт тепло, величину которого мы обозначим $Q_{\text{охл}}$. По первому началу термодинамики для результирующего количества теплоты, полученной системой за цикл, имеем равенство:

$$Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}} = \Delta U + A = A,$$

потому что в цикле $\Delta U = U_1 - U_1 = 0$ ($U_{\text{кон}} = U_{\text{нач}}$, внутренняя энергия U является функцией состояния, $\oint dU = 0$) и, следовательно, совершённая за цикл работа, с учётом (1), равна

$$A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}} = \int\limits_{1\to2\to3} \delta Q - \int\limits_{1\to4\to3} \delta Q = \int\limits_{1\to2\to3} \delta Q + \int\limits_{3\to4\to1} \delta Q = \oint \delta Q = \oint T dS, \qquad (2)$$

или (вспомним рис. 1) равна разности площадей криволинейных трапеций $S_1 123 S_2$ и $S_1 143 S_2$, т. е. равна площади, охваченной циклом. Поскольку величина площади цикла не зависит от того, разбиваем мы её на вертикальные столбики TdS или же на горизонтальные $S\,dT$, то для работы, совершаемой *в цикле*, мы также можем написать:

$$A = \oint T dS = \oint S\,dT \ ;$$

заметим, что так же опираясь на геометрический смысл интеграла, мы и в координатах (P, V) можем написать для работы, совершаемой *в цикле*:

$$A = \oint P\,dV = \oint V\,dP \ .$$

Кпд (коэффициентом полезного действия) **теплового двигателя называется**, по определению, **отношение полезного эффекта функционирования двигателя** (в данном случае работы A, хотя можно также использовать и сбрасываемое тепло $Q_{\text{охл}}$, например, для отопления) **к затратам на функционирование двигателя** (в данном случае взятому от нагревателя количеству теплоты $Q_{\text{н}}$), с учётом (2) получаем

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}} = 1 - \frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}} \ , \qquad (3)$$

таким образом кпд теплового двигателя при любом термодинамическом цикле определяется через отношение количеств теплот: $Q_{\text{охл}}$— отданного охладителю, и $Q_{\text{н}}$— полученного от нагревателя.

По обратному циклу, когда происходит отбор тепла $Q_{\text{охл}}$ от охладителя (холодного места) и передача тепла $Q_{\text{н}}$ нагревателю (тёплому месту) за счёт внешней работы $A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}}$ работают обычные холодильники, а также тепловые насосы. Затратами на функционирование этих устройств является внешняя работа A, а полезным эффектом — количество отобранной теплоты $Q_{\text{охл}}$ для холодильника, или количество переданной теплоты $Q_{\text{н}}$ для теплового насоса, поэтому эффективность работы этих устройств будет характеризоваться уже не кпд (3), а другими показателями (правда, связанными с кпд прямого цикла (3)); для теплового насоса:

$$\eta_{\text{тн}} = \frac{Q_{\text{н}}}{A} = \frac{Q_{\text{н}}}{Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}}} = \frac{1}{1 - \frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}}} = \frac{1}{\eta} > 1 \, ,$$

для холодильника:

$$\eta_{\text{хол}} = \frac{Q_{\text{охл}}}{A} = \frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}} - Q_{\text{охл}}} = \frac{\frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}}}{1 - \frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}}} = \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{1}{\eta} - 1 = \eta_{\text{тн}} - 1 \, .$$

3. Перейдём к доказательству теорем Карно.

Теорема 1 (Карно)**.** *Кпд теплового двигателя, работающего по циклу Карно, не зависит от природы используемого рабочего вещества, определяется только температурами нагревателя и охладителя, и не зависит от других параметров цикла.*

Доказательство. В координатах (T, S) для *любого* вещества изотермы ($T = \text{const}$) изображаются горизонтальными отрезками, а адиабаты ($S = \text{const}$) — вертикальными отрезками. Поэтому циклы Карно (состоящие из изотерм и адиабат) изображаются в координатах (T, S) прямоугольниками независимо от того, с каким веществом проводится цикл Карно. Следовательно, кпд тепловой машины, работающей по циклу Карно, может зависеть только от параметров прямоугольника, изображающего цикл Карно в координатах (T, S), но не может зависеть от природы используемого рабочего вещества.

Покажем теперь, что кпд произвольного цикла Карно определяется только температурой нагревателя и температурой охладителя тепловой машины. Рассмотрим два произвольных цикла Карно с одинаковыми температурами нагревателя $T_{\max}$ и охладителя $T_{\min}$ (рис. 3).

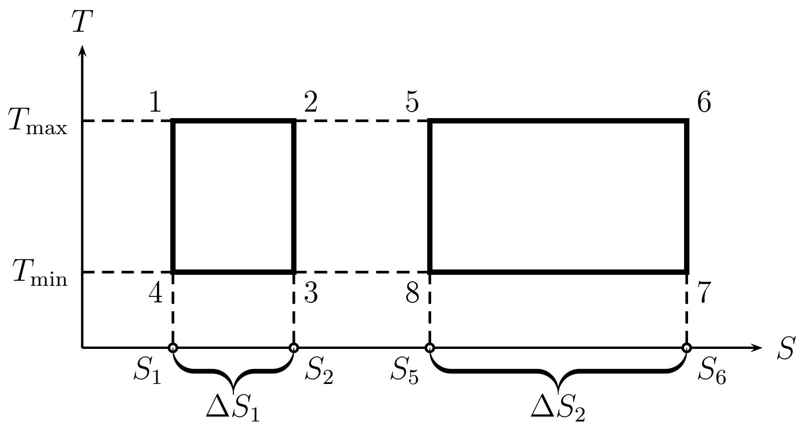

Рис. 3. К равенству кпд всех циклов Карно с одинаковыми $T_{\max}$ и $T_{\min}$

В цикле $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ тепло поступает на участке $1 \to 2$, и его количество равно площади $S_1 12 S_2$

$$Q_{\text{н}_1} = \int\limits_{1\to 2} T dS = \int\limits_{1\to 2} T_{\max} dS = T_{\max} \int\limits_{1\to 2} dS = T_{\max} \Delta S_1 \ ,$$

а отдаётся тепло на участке цикла $3 \to 4$, и его количество равно площади $S_1 34 S_2$

$$Q_{\text{охл}_1} = \left| \int\limits_{3\to 4} T dS \right| = \int\limits_{4\to 3} T dS = \int\limits_{4\to 3} T_{\min} dS = T_{\min} \int\limits_{4\to 3} dS = T_{\min} \Delta S_1 \ ,$$

таким образом для цикла $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$

$$\frac{Q_{\text{охл}_1}}{Q_{\text{н}_1}} = \frac{T_{\min} \Delta S_1}{T_{\max} \Delta S_1} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \ .$$

Аналогично в цикле $5 \to 6 \to 7 \to 8 \to 5$

$$Q_{\text{н}_2} = \text{площадь}\,(S_5 56 S_6) = T_{\max} \Delta S_2 \ , \qquad Q_{\text{охл}_2} = \text{площадь}\,(S_5 87 S_6) = T_{\min} \Delta S_2 \ ,$$

и для этого цикла тоже

$$\frac{Q_{\text{охл}2}}{Q_{\text{н}2}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \ .$$

Таким образом, для обоих произвольных (и разных) циклов Карно с одинаковыми температурами $T_{\max}$ и $T_{\min}$ мы имеем

$$\frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \ , \tag{4}$$

что, согласно (3), даёт *для любого* цикла Карно следующее выражение для кпд

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \ , \tag{5}$$

зависящее, как и требовалось доказать, только от температуры нагревателя $T_{\max}$ и температуры охладителя $T_{\min}$. □

В ходе доказательства мы также подтвердили для цикла Карно правило равенства приведённых теплот, установленное Клаузисом, и вытекающее из (4):

$$\frac{Q_{\text{н}}}{T_{\max}} = \frac{Q_{\text{охл}}}{T_{\min}} \ ;$$

это равенство справедливо и в обратном цикле Карно (когда количества теплоты $Q_{\text{н}}$ и $Q_{\text{охл}}$ меняют знак на обратный).

Теорема 2 (Карно)**.** *Из всех термодинамических циклов, температура рабочего тела у которых изменяется в заданных пределах, наибольший кпд имеет цикл Карно.*

Доказательство. Окружим произвольный цикл $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ циклом Карно $B \to C \to D \to E \to B$ с тем же перепадом температур $T_{\min} - T_{\max}$ и той же максимальной разностью энтропии в цикле ΔS (рис. 4); напомним, что по *теореме 1* кпд цикла Карно определяется только $T_{\min}$ и $T_{\max}$ и не зависит от ΔS.

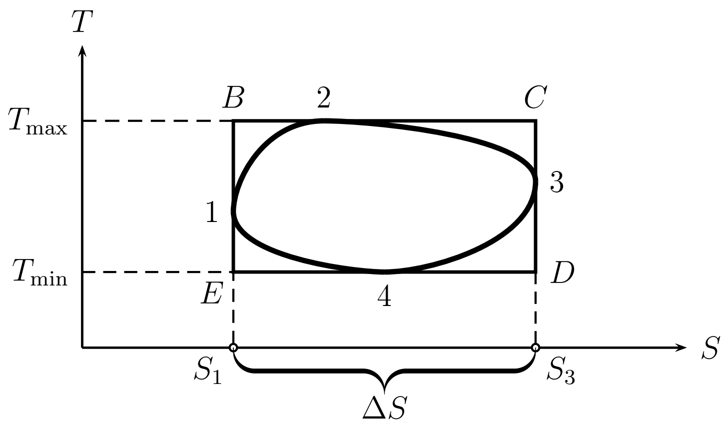

Рис. 4. К максимальности кпд цикла Карно по сравнению с любым циклом с теми же $T_{\max}$ и $T_{\min}$

Обозначив через $\Delta Q_{\text{н}}$ сумму площадей криволинейных треугольников $1B2$ и $2C3$ можем написать для количества тепла $Q_{\text{н}}$, получаемого рабочим телом от нагревателя в цикле $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$:

$$\begin{aligned} Q_{\text{н}} &= \text{площадь}\,(S_1 123 S_3) = \text{площадь}\,(S_1 BC S_3) - \Delta Q_{\text{н}} = \\ &= T_{\max}\Delta S - \Delta Q_{\text{н}} = T_{\max}\Delta S \cdot (1 - \delta_{\text{н}}) \ , \end{aligned}$$

где обозначено $\delta_{\text{н}} = \frac{\Delta Q_{\text{н}}}{T_{\max}\Delta S} > 0$.

Аналогично для количества тепла $Q_{\text{охл}}$, отдаваемого рабочим телом охладителю в этом же цикле $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$:

$$
\begin{aligned}
Q_{\text{охл}} &= \text{площадь}\,(S_1 143 S_3) = \text{площадь}\,(S_1 EDS_3) + \Delta Q_{\text{охл}} = \\
&= T_{\min}\Delta S + \Delta Q_{\text{охл}} = T_{\min}\Delta S \cdot (1 + \delta_{\text{охл}})\ ,
\end{aligned}
$$

где $\Delta Q_{\text{охл}}$ — сумма площадей криволинейных треугольников $E14$ и $43D$, и также введено обозначение $\delta_{\text{охл}} = \frac{\Delta Q_{\text{охл}}}{T_{\min}\Delta S} > 0$.

Таким образом, для нашего произвольного цикла $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ имеем:

$$
\frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{T_{\min}\Delta S \cdot (1 + \delta_{\text{охл}})}{T_{\max}\Delta S \cdot (1 - \delta_{\text{н}})} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \cdot \frac{1 + \delta_{\text{охл}}}{1 - \delta_{\text{н}}} > \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\ ,
$$

и поэтому кпд этого произвольного цикла, согласно (3) и (5),

$$
\eta = 1 - \frac{Q_{\text{охл}}}{Q_{\text{н}}} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \cdot \frac{1 + \delta_{\text{охл}}}{1 - \delta_{\text{н}}} < 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \eta_C\ ,
$$

что и доказывает теорему. Заметим, что доказательство останется справедливым, если одно из чисел: $\delta_{\text{н}}$ или $\delta_{\text{охл}}$ будет равно нулю. □

4. При выводе кпд цикла Карно обычно предполагается, что в тепловой машине Карно температура рабочего тела при его контакте с нагревателем или охладителем не отличается (или отличается бесконечно мало) от температуры, соответственно, нагревателя или охладителя. Так как для переноса тепла необходима разность температур, то теплообмен рабочего тела двигателя с нагревателем и охладителем будет при этом предположении бесконечно слабым и, следовательно, будет продолжаться бесконечно долго. Таким образом, идеальный двигатель Карно, обладая максимально возможным кпд, имеет нулевую мощность.

Можно рассмотреть более реальную модель теплового двигателя, в которой температура рабочего тела при теплообмене отличается от температур нагревателя и охладителя, и поэтому получение тепла от нагревателя, передача его охладителю и получение полезной работы происходят уже за конечное время. Пусть фиксированные температуры нагревателя и охладителя равны $T_{\max}$ и $T_{\min}$ соответственно, а цикл Карно проводится между температурами $T_1 < T_{\max}$ и $T_2 > T_{\min}$ (рис. 5).

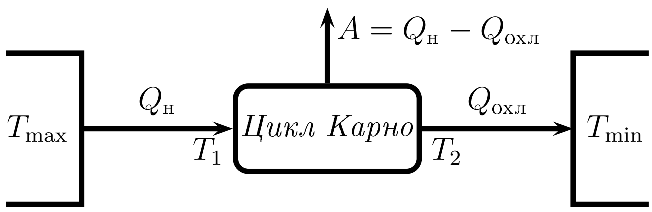

Рис. 5. Двигатель Карно с ненулевой мощностью $(T_{\max} > T_1 > T_2 > T_{\min})$.

С увеличением разностей температур $\Delta T_1 = T_{\max} - T_1$ и $\Delta T_2 = T_2 - T_{\min}$ теплообмен рабочего тела с нагревателем и охладителем будет более интенсивным и, следовательно, время цикла t будет при этом уменьшаться. Однако, при фиксированных $T_{\max}$ и $T_{\min}$, с увеличением ΔT_1 и ΔT_2 рабочие температуры двигателя T_1 и T_2 будут сближаться, что будет уменьшать кпд двигателя $\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ и, следовательно, снижать работу A двигателя за цикл. Таким образом, мощность $N = A/t$ этого двигателя, будучи по определению неотрицательной, обращается в нуль при $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 0$ (когда $t \to \infty$), а также при $\Delta T_1 + \Delta T_2 = T_{\max} - T_{\min}$ (когда $T_1 = T_2$, $\eta_C = 0$ и $A = 0$), поэтому мощность N должна иметь максимум.

Выписав выражение для мощности N двигателя , работающего по схеме рис. 5, и затем максимизируя его по переменным ΔT_1 и ΔT_2 (см. [3]) можно получить следующее выражение для кпд двигателя Карно с максимальной мощностью:

$$\eta_N = 1 - \sqrt{\frac{T_{\min}}{T_{\max}}}\,. \tag{6}$$

Выражение (6) выводилось в различных моделях и различными способами (Новиков И.И. (1957); Curson F.L., Ahlborn B. (1975); Van den Broeck (2005), и др.), поэтому оно обладает определённой общностью и должно хорошо описывать реальные тепловые машины, поскольку инженерные и конструкторские решения нередко нацелены не просто на повышение эффективности, но и на повышение мощности создаваемых тепловых машин.

В таблице приведены рабочие температуры и реальные кпд $\eta_{\text{факт}}$ некоторых тепловых машин, а также вычисленные для этих машин значения кпд при максимальной мощности η_N (см. (6)) и кпд идеального цикла Карно η_C (см. (5)).

Наименование двигателя	$T_{\max}$	$T_{\min}$	$\eta_{\text{факт}}$	η_N	η_C
Паровой турбогенератор	350 °C (623 K)	30 °C (303 K)	0,25	0,30	0,51
	435 °C (708 K)	30 °C (303 K)	0,32	0,35	0,57
	480 °C (753 K)	30 °C (303 K)	0,36	0,37	0,60
	550 °C (823 K)	30 °C (303 K)	0,40	0,39	0,63
Дизель	1830 °C (2103 K)	530 °C (803 K)	0,35–0,37	0,38	0,62
Карбюраторный двигатель	2530 °C (2803 K)	830 °C (1103 K)	0,24–0,27	0,37	0,61
Турбореактивный двигатель	850 °C (1123 K)	510 °C (783 K)	до 0,24	0,17	0,30
Газотурбинная установка	1110 °C (1373 K)	525 °C (798 K)	0,25	0,24	0,42

Как видно из таблицы, значения кпд при максимальной мощности η_N действительно лучше описывают кпд существующих тепловых машин $\eta_{\text{факт}}$, чем кпд η_C идеального цикла Карно.

Приложение.[6]

«Тепло есть ничто иное, как движущая сила или, вернее, движение, изменившее свой вид; это движение частиц тел; повсюду, где происходит уничтожение движущей силы, возникает одновременно теплота в количестве, точно пропорциональном количеству исчезнувшей движущей силы. Обратно: всегда при исчезновении тепла возникает движущая сила.

Таким образом можно высказать общее положение: движущая сила существует в природе в неизменном количестве, она, собственно говоря, никогда не создаётся, никогда не уничтожается; в действительности она меняет форму, т. е. вызывает то один род движения, то другой, но никогда не исчезает.

По некоторым представлениям, которые у меня сложились относительно теории тепла, создание единицы движущей силы требует затраты 2,70 единиц тепла[7]».

[6] Рукопись из архива С. Карно [1, с. 76–77]

[7] Современное значение 4,184 Дж/кал .

Список литературы

[1] Réflexions sur la Puissance Motrice du Feu et sur les Machines Propres a Développer cette Puissance. Par *S. Carnot*, ancien Élève de l'Ecole Polytechnique. A Paris, chez Bachelier, libraire, quai des Augustins, №55. 1824. (Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу. От С. Карно, бывшего ученика Эколь Политекник. Париж, у Башелье, книгоиздателя, набережная Августинцев, №55. 1824.) *Русский перевод*: *Сади Карно.* Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу. (Перевод С.Э. Фриша, под редакцией и с примечаниями В.Р. Бурсиана и Ю.А. Круткова). Серия «Классики естествознания». Книга VII. — Москва, Петроград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1923.

[2] *Путилов К.А.* Термодинамика. — М.: Наука, 1971.

[3] *Булыгин В.С.* Некоторые задачи теории теплопроводности. — Москва, 2006. С. 50–56.