2006 год. Вариант А

1А. По медной трубе диаметром $d = 10$ см и длиной $L = 20$ м из реактора выводятся ультрахолодные нейтроны. Их движение по трубе с шероховатыми стенками носит характер одномерной диффузии. Оценить, во сколько раз возрастёт поток нейтронов по трубе с гладкими стенками с зеркальным отражением нейтронов. Столкновениями между нейтронами пренебречь.

2А. Расширение одного моля азота (N_2) в процессе Джоуля—Томсона производится от описываемого уравнением Ван-дер-Ваальса начального состояния с температурой $T_0 = 3T_{\text{кр}}$ ($T_{\text{кр}}$ — критическая температура газа) до сильно разреженного, в котором газ можно считать идеальным. Найти начальный объём V_0 и конечную температуру газа, соответствующие его максимально возможному охлаждению. Теплоёмкость C_V не зависит от температуры. Критические параметры: $T_{\text{кр}} = 126$ К, $V_{\text{кр}} = 114$ см^3/моль.

3А. В цилиндрической центрифуге радиусом $r_0 = 25$ см, вращающейся с угловой скоростью $\omega = 250$ с$^{-1}$, находится водный раствор двух белков с молярными массами $\mu_1 = 20{\cdot}10^3$ г/моль и $\mu_2 = 25{\cdot}10^3$ г/моль. Полные массы белков в смеси и их плотности ($\rho = 1{,}1$ г/см^3) одинаковы. Найти отношение концентраций белков у стенки центрифуги. Температура раствора $T = 300$ К, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3, распределение молекул по высоте не учитывать.

4А. В некотором диапазоне температур T и объёмов V свободная энергия F изучаемой системы описывается соотношением

$$F = AT(1 - \ln T) - RT \ln V - TS_0,$$

где A и S_0 — константы. Доказать, что веществом системы является идеальный газ и выяснить физический смысл константы A.

5А. Упругие свойства углеродной нанотрубки (англ. — buckytube) описываются моделью, в которой она представляет собой тонкостенный цилиндр из вещества с модулем Юнга алмаза $E = 10^{12}$ Па. Определить относительную среднеквадратичную флуктуацию радиуса трубки, если его равновесное значение $r = 0{,}45$ нм, толщина стенки $\Delta = 0{,}1$ нм, а длина $l = 10$ нм. Температура $T = 300$ К, форма трубки при флуктуациях не меняется.

2006 год. Вариант Б

1Б. Оценить отношение скоростей испарения двух одинаковых капель воды радиусом $R = 1$ см, одна из которых находится в вакууме, а другая — в сухом воздухе. Длина свободного пробега молекул воды в воздухе $\lambda = 10^{-5}$ см.

2Б. Расширение одного моля неона (Ne) в процессе Джоуля—Томсона производится от описываемого уравнением Ван-дер-Ваальса начального состояния с температурой $T_0 = T_{\text{инв}}/4$ ($T_{\text{инв}}$ — температура инверсии дифференциального эффекта) до сильно разреженного, в котором газ можно считать идеальным. Найти начальный объём V_0 и конечную температуру газа, соответствующие его максимально возможному охлаждению. Теплоёмкость C_V не зависит от температуры. Параметры уравнения Ван-дер-Ваальса: $a = 0{,}02$ Н·м^4/моль^2, $b = 17$ см^3/моль.

3Б. Смесь двух изотопов газообразного хлора $^{35}Cl_2$ и $^{37}Cl_2$ с исходным отношением концентраций $n(^{35}Cl_2)/n(^{37}Cl_2) = 3{,}065$ находится в цилиндрической центрифуге. Линейная скорость на периферии вращающегося цилиндра $V = 5{\cdot}10^4$ см/с. Найти отношение концентраций изотопов у стенки центрифуги. Температура газа 300 К, распределение молекул по высоте не учитывать.

4Б. В некотором диапазоне температур T и давлений p термодинамический потенциал Гиббса G изучаемой системы описывается соотношением

$$G = AT(1 - \ln T) + RT \ln p - TS_0,$$

где A и S_0 — константы. Доказать, что веществом системы является идеальный газ и выяснить физический смысл константы A.

5Б. Упругие свойства молекулы фуллерена C_{60} (англ. — buckyball) описываются моделью, в которой она представляет собой тонкостенную сферу из вещества с модулем Юнга алмаза $E = 10^{12}$ Па. Определить относительную среднеквадратичную флуктуацию радиуса фуллерена, если его равновесное значение $r = 0{,}36$ нм, а толщина стенки $\Delta = 0{,}1$ нм. Температура $T = 300$ К, форма фуллерена при флуктуациях не меняется.

2007 год. Вариант А

1А. Идеальная тепловая машина работает между двумя резервуарами, один из которых первоначально содержит массу $m_1 = 1$ кг водяного пара при температуре $t_1 = 100\,^\circ$C, а другой — массу $m_2 = 4$ кг льда при температуре $t_2 = -25\,^\circ$C. Машина перестаёт работать, когда в обоих сосудах оказывается вода при равной конечной температуре. Определить эту конечную температуру t_x и полное количество полученной работы A. В сосудах поддерживается нормальное давление. Теплоёмкость воды равна $c_1 = 4{,}18$ кДж/(кг·К), льда — $c_2 = 2{,}09$ кДж/(кг·К). Теплота испарения воды $\lambda = 2{,}26{\cdot}10^3$ кДж/кг, теплота плавления льда $q = 335$ кДж/кг.

2А. В тонкостенном сосуде с идеальным газом на очень короткое время открывается маленькое отверстие, через которое молекулы вылетают в вакуум и, пролетев достаточно большое расстояние, попадают в небольшой детектор. Максимальный поток частиц наблюдается на детекторе через время t_0 после открытия отверстия. Определите, во сколько раз потоки, наблюдаемые через времена $t_0/2$ и $2t_0$, отличаются от максимального потока. Распределение молекул в сосуде по скоростям — максвелловское.

3А. В результате изотермического всестороннего сжатия двух одинаковых стальных кубиков величина их относительной деформации $\varepsilon = \left|\frac{V-V_0}{V_0}\right|$ составила $\varepsilon_1 = 0{,}001$ и $\varepsilon_2 = 0{,}01$ соответственно. Найти, во сколько раз различаются отношения Q/W полученного количества теплоты Q к работе деформации W кубиков, если их температура одинакова. Полагать, что при сжатии давление пропорционально относительной деформации, а коэффициент объёмного теплового расширения и модуль всестороннего сжатия — постоянны.

4А. Оценить, во сколько раз изменится теплоёмкость при постоянном объёме C_V моля оксида азота NO при увеличении его температуры от $T_1 = 74$ К до $T_2 = 177$ К. Характеристическая вращательная температура окиси азота $T_{\text{вр}} = 2{,}4$ К, собственная частота колебаний атомов $\nu = 5{,}64{\cdot}10^{13}$ с$^{-1}$. Разность энергий между основным и первым возбуждённым электронными состояниями равна $\mathscr{E} = 0{,}0155$ эВ, другие возбуждённые состояния не учитывать.

5А. Шарообразные частицы золота радиуса $a_1 = 2{\cdot}10^{-8}$ см и шарообразные частицы соли NaCl радиуса $a_2 = 4{\cdot}10^{-8}$ см испытывают броуновское движение в воде, имеющей температуру $T = 293$ К. При сближении частиц в результате случайных блужданий на малое расстояние $R = 8{\cdot}10^{-8}$ см друг от друга частица золота и частица соли коагулируют (т.е. слипаются). Оценить полное число коагуляций частиц золота и соли в единице объёма в единицу времени, если концентрация золота и соли $n_1 = n_2 = 5{\cdot}10^{14}$ см$^{-3}$, а вероятность тройных, четверных и т.д. сближений частиц пренебрежимо мала. Вязкость воды $\eta = 0{,}01$ дин·с/см^2.

2007 год. Вариант Б

1Б. Идеальная тепловая машина работает между двумя резервуарами, один из которых первоначально содержит массу $m_1 = 1$ кг водяного пара при температуре $t_1 = 100\,^\circ$C, а другой — некоторую массу m_2 льда при температуре $t_2 = -25\,^\circ$C. Машина перестаёт работать, когда в обоих сосудах оказывается вода при температуре $t = 37\,^\circ$C. Определить массу m_2 льда и полное количество полученной работы A. В сосудах поддерживается нормальное давление. Теплоёмкость воды равна $c_1 = 4{,}18$ кДж/(кг·К), теплоёмкость льда $c_2 = 2{,}09$ кДж/(кг·К). Теплота испарения воды $\lambda = 2{,}26{\cdot}10^3$ кДж/кг, теплота плавления льда $q = 335$ кДж/кг.

2Б. В тонкостенном сосуде с идеальным газом на очень короткое время открывается маленькое отверстие, через которое молекулы вылетают в вакуум и, пройдя достаточно длинный путь, попадают в небольшой детектор. Время, через которое на детекторе регистрируется наибольший поток молекул, определяет некоторую эффективную скорость v_0, с которой распространяется сгусток вылетевшего в вакуум газа. Определите отношение скорости v_0 к наивероятнейшей скорости молекул в сосуде, где распределение скоростей является максвелловским.

3Б. Два одинаковых упругих стержня изотермически растянули так, что их относительная деформация $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$ составила $\varepsilon_1 = 0{,}001$ и $\varepsilon_2 = 0{,}01$ соответственно. Найти, во сколько раз различаются отношения Q/W полученного количества теплоты Q к работе деформации W стержней. Уравнение состояния стержней можно представить в виде:

$$\sigma = E\left(\frac{l}{l_0}(1 - \alpha T) - 1\right),$$

где σ — напряжение, E — модуль Юнга, α — коэффициент линейного теплового расширения, $\alpha T \ll$. Считать, что температура T стержней одинакова.

4Б. Оценить, во сколько раз изменится теплоёмкость при постоянном давлении C_P моля молекул брома Br_2 при увеличении его температуры от $T_1 = 230$ К до $T_2 = 460$ К. Характеристическая вращательная температура брома $T_{\text{вр}} = 0{,}23$ К, собственная частота колебаний атомов $\nu = 9{,}7{\cdot}10^{12}$ с$^{-1}$. Разность энергий между основным и первым возбуждённым электронными состояниями равна $\mathscr{E} = 0{,}45$ эВ, другие возбуждённые состояния не учитывать.

5Б. Шарообразные частицы оксида железа Fe_2O_3 радиуса $a_1 = 8{\cdot}10^{-8}$ см и шарообразные частицы соли KCl радиуса $a_2 = 4{\cdot}10^{-8}$ см испытывают броуновское движение в воде при температуре $T = 293$ К. При сближении частиц в результате случайных блужданий на малое расстояние $R = 18{\cdot}10^{-8}$ см друг от друга частица Fe_2O_3 и частица KCl коагулируют (т.е. слипаются). Оценить полное число коагуляций частиц Fe_2O_3 и KCl в единице объёма в единицу времени, если концентрация оксида железа и соли $n_1 = n_2 = 10^{14}$ см$^{-3}$, а вероятность тройных, четверных и т.д. сближений частиц пренебрежимо мала. Вязкость воды $\eta = 0{,}01$ дин·с/см^2.

2008 год. Вариант А

1А. В летний день температура воздуха на улице, сначала равная 26 °C, повысилась на 5 °C. Считая кондиционер идеальной машиной (работающей между комнатой и улицей) определить, во сколько раз при этом изменились затраты энергии для поддержания температуры в комнате, равной 21 °C.

2А. Определить разность теплоёмкостей $C_p - C_v$ в точке инверсии для дифференциального эффекта Джоуля–Томсона произвольной термодинамической системы с объёмом V при давлении P. Температурный коэффициент давления равен β.

3А. Температура ансамбля квантовых гармонических осцилляторов, собственная частота которых равна $\nu = 10^{12}$ с$^{-1}$, повысилась в 1,5 раза, при этом заселённость уровня с энергией $\varepsilon_{20} = 20h\nu$ (h — постоянная Планка) не изменилась. Определить начальную температуру ансамбля T_0, если можно принять, что $h\nu \ll kT_0$.

4А. В демонстрационном опыте тонкостенную пористую колбу объёмом $V = 100$ см^3, заполненную азотом $\mathrm{N_2}$, помещают в сосуд значительно большего объёма с гелием He, находящимся при том же давлении. Суммарная площадь поперечного сечения пор стенок колбы $F = 0{,}01$ см^2, поперечные размеры пор меньше длины свободного пробега молекул. Считая процесс изотермическим при $T = 300$ К, найти, в какой момент времени давление в колбе будет максимальным.

5А. На Юпитере атмосфера состоит из молекулярного водорода $\mathrm{H_2}$. Полагая водород идеальным газом и атмосферу адиабатической, определить ускорение свободного падения g, если на перепаде высоты $H = 2{,}1$ км относительное изменение скорости звука $\left|\frac{a-a_0}{a_0}\right| = 0{,}01$ ($\mathrm{a_0}$ — скорость звука на меньшей высоте). Температура на меньшей высоте $T_0 = 180$ К. Считать, что ускорение свободного падения g не зависит от высоты.
Указание. Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, всё время остаются в механическом равновесии.

2008 год. Вариант Б

1Б. В зимний день температура воздуха на улице, сначала равная −9 °C, понизилась ещё на 10 °C. Для обогрева комнаты используется тепловой насос, работающей между комнатой и улицей. Считая тепловой насос идеальной машиной, определить, во сколько раз при этом изменились затраты энергии для поддержания температуры в комнате, равной 21 °C.

2Б. Определить разность теплоёмкостей $C_p - C_v$ в точке инверсии для дифференциального эффекта Джоуля–Томсона произвольной термодинамической системы с объёмом V при температуре T. Изотермическая сжимаемость равна γ.

3Б. Температура ансамбля квантовых гармонических осцилляторов, первоначально равная $T_0 = 1150$ К, понизилась до $T_1 = 960$ К, при этом заселённость уровня с энергией $\varepsilon_{14} = 14h\nu$ (h — постоянная Планка) не изменилась. Определить собственную частоту осцилляторов ν, если можно принять, что $h\nu \ll kT_1$.

4Б. Тонкостенный бак объёма $V = 100$ дм^3, наполненный водородом $\mathrm{H_2}$, находится на планете, атмосфера которой состоит из углекислого газа $\mathrm{CO_2}$. В баке возникла щель площади $F = 10^{-4}$ см^2, причём ширина щели оказалась меньше длины свободного пробега молекул. Считая процесс изотермическим при $T = 280$ К, найти, через какое время после образования щели давление в баке будет минимальным. Начальное давление водорода равно атмосферному.

5Б. Атмосфера планеты Марс состоит из углекислого газа $\mathrm{CO_2}$. Считая углекислый газ идеальным и атмосферу адиабатической, оценить температуру у поверхности планеты T_0, если скорость звука, измеренная на высоте H = 9,8 км, равна a = 240 м/с. Ускорение свободного падения $g = 3{,}72$ м/с^2 и не зависит от высоты. Показатель адиабаты $\gamma = 1{,}3$.
Указание. . Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, всё время остаются в механическом равновесии.