



В. Н. Кологривов

Эффект Доплера в классической физике

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

МОСКВА
МФТИ
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский физико-технический институт
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра общей физики

В. Н. Кологривов

Эффект Доплера в классической физике

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

МОСКВА
МФТИ
2012

УДК 530.1

Р е ц е н з е н т

Доктор физико-математических наук, профессор *Ю. А. Михайлов*

Кологривов, В.Н.

К60 Эффект Доплера в классической физике: учебно-методическое пособие по курсу Общая физика. — М.: МФТИ, 2012. — 32 с.

Эффект Доплера (ЭД) нашёл широкое применение в астрономии, физике, технике и медицине. Пособие посвящено изложению теории ЭД в классическом приближении (когда текущее время одно и то же во всех точках пространства). Рассмотрены, в частности, случаи переменных во времени и пространстве скоростей источника и приёмника волны, а также возникновение эффекта при их неподвижности. Приведён очерк автора об истории признания ЭД учёным сообществом.

Предназначено для студентов и преподавателей естественнонаучных и технических вузов.

УДК 530.1

© федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2012

Предисловие

Автор пособия заинтересовался эффектом Доплера в связи с преподаванием физики в конце 90-х годов и пришёл к соображениям, изложенным в разделе 1. При последующих обсуждениях выяснилось — подобные соображения и формулы использовались ранее Д. И. Блохинцевым [1] и Т. П. Гиллом [2]. В отличие от трудов этих авторов в настоящем пособии рассмотрены случаи переменных и во времени и в пространстве скоростей источника и приёмника. Часть материала, изложенного здесь, опубликована в статье автора [3]. История открытия и признания эффекта Доплера (раздел 5) опубликована в [4].

Я благодарен Ю. В. Юрьеву и Ю. А. Михайлову за полезные замечания, а также Д. А. Александрову и П. В. Попову за подготовку рукописи пособия к печати.

1. Исходные представления

Эффект Доплера (ЭД) обычно определяют как *изменение частоты колебаний, воспринимаемых наблюдателем, при движении источника колебаний и наблюдателя относительно друг друга.*

Такое определение неполно: оно учитывает лишь одно из проявлений эффекта и одну из причин его возникновения. Чтобы прийти к исчерпывающему определению ЭД, следует обратиться к процессам излучения и приёма.

Источник создаёт сигнал, т. е. возмущение среды, интенсивность которого заданным образом меняется во времени. Это возмущение (волна) распространяется в среде со скоростью, соответствующей его физической природе (звук, свет, волны на поверхности жидкости и т. д.). После прохождения через передающую среду сигнал регистрируется приёмником.

Во многих средах сигналы распространяются без искажений, изменяя интенсивность, но сохраняя форму (например, звук в воздухе, свет в воздухе и вакууме). То есть сигналу $f(t)$ соответствует волна $\alpha(r) \cdot f\left(t - \frac{r}{u}\right)$, где t — время, r — расстояние от источника,

u — скорость распространения, $\alpha(r)$ — функция расстояния от источника.¹

Это означает равенство фазовых скоростей гармонических волн разных частот (поскольку сигнал может быть представлен суммой гармонических колебаний, а волна — суммой гармонических волн разных частот).

В средах с дисперсией, где фазовые скорости гармонических волн зависят от частоты, форма зарегистрированного сигнала изменяется.

Пусть в бездисперсной среде источник (излучатель, передатчик) генерирует два одинаковых коротких импульса в моменты t_1 и t'_1 ; обозначим интервал между ними как $\tau_1 = t'_1 - t_1$. Импульсы достигнут приёмника (наблюдателя, детектора) в моменты t_2 и t'_2 , причём $t_2 = t_1 + \tau_{12}$, а $t'_2 = t'_1 + \tau'_{12}$, где через τ_{12} , τ'_{12} обозначены соответствующие времена распространения (длительности прохождения через передающую среду). Интервал между зарегистрированными импульсами $\tau_2 = t'_2 - t_2$. Очевидно равенство

$$\tau_2 = \tau_1 + (\tau'_{12} - \tau_{12}) \quad (1)$$

или

$$dt_2 = dt_1 + d\tau_{12}. \quad (2)$$

Легко понять также, что

$$\tau_{12} = \int_{l_1(t_1)}^{l_2(t_2)} \frac{dl}{u}, \quad (3)$$

где $l_1(t_1)$ и $l_2(t_2)$ — точки расположения излучателя и приёмника на траектории волны, u — скорость волны.

Соотношения (1), (2), (3) останутся в силе, если под t_1 и t'_1 подразумевать моменты начала и окончания сигнала. Из (1) видно: равенство длительностей излучаемого и принимаемого сигналов имеет место только тогда, когда в процессе приёма не происходит изменение длительности распространения: $\tau_{12} = \tau'_{12}$. *Для бездисперсной среды эффект Доплера заключается в неравенстве длительностей*

¹Здесь и далее предполагается «точечность» источника и приёмника — малость их размеров по сравнению с расстоянием между ними, а также изотропность и прозрачность среды.

излучения и приёма сигнала, обусловленном изменением времени распространения в процессе приёма.

В среде с дисперсией гармонические волны (составляющие исходной волны) остаются гармоническими. Время их распространения также может изменяться в процессе приёма.

Если за dt_1 произведено dN гармонических возмущений (волн), то

$$dN = \nu_1 dt_1, \quad (4)$$

где ν_1 — частота передатчика. Эти волны будут зарегистрированы за dt_2 :

$$dN = \nu_2 dt_2 \quad (5)$$

(ν_2 — частота приёма).

Для отношения частот получаем

$$\eta \equiv \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{1}{dt_2/dt_1}. \quad (6)$$

Таким образом, отношение частот — производная функции, связывающей t_1 и t_2 .

Соотношение (6) справедливо для волн любой физической природы.

Из (2) видно

$$\eta = \frac{dt_1}{dt_2} = 1 - \frac{d\tau_{12}}{dt_2}. \quad (7)$$

Интервал τ_{12} зависит как от длины траектории волны, так и от скорости её распространения вдоль этой траектории. Или, другими словами: 1) от положения излучателя и детектора в моменты t_1 и t_2 соответственно; 2) от состояния передающей среды в интервале времени от t_1 до t_2 . Если ввести показатель преломления $n(l, t)$, т. е. отношение некоторой скорости u_0 к скорости волны: $n(l, t) \equiv u_0/u(l, t)$, то (3) можно записать так:

$$\tau_{12} = \frac{1}{u_0} \int_{l_1(t_1)}^{l_2(t_2)} n(l, t) dl \equiv \frac{\mathcal{L}}{u_0}. \quad (8)$$

Здесь l — координата вдоль траектории волны, l_1 и l_2 — соответственно положения излучателя и детектора в моменты излучения и

приёма. Интеграл \mathcal{L} — эквивалентная длина пути $(\text{ЭДП})^2$ — учитывает обе причины изменения τ_{12} .

Теперь возможно другое определение, пригодное и для сред с дисперсией: *эффект Доплера заключается в неравенстве частот излучаемой и принимаемой гармонических волн, если в процессе приёма изменяется эквивалентная длина пути.*

В средах с дисперсией показатель преломления и ЭДП зависят от частоты:

$$n = n(l, t, \nu), \quad \mathcal{L} = \mathcal{L}(\nu).$$

Из (6) следуют полезные формулы:

$$\eta = \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (\omega_i = 2\pi\nu_i; i = 1, 2), \quad (9)$$

$$\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_1} = \frac{\Delta\nu}{\nu_1} = \frac{\Delta\omega}{\omega_1} = \eta - 1. \quad (10)$$

Как видно из изложенного, моменты излучения t_1 и приёма t_2 однозначно связаны. Поэтому в качестве текущего времени можно выбрать как t_1 , так и t_2 .

Далее в ряде конкретных ситуаций вычисляется величина η , которая в любой среде имеет смысл отношения регистрируемой частоты к излучаемой, а в бездисперсной среде — обратной мгновенной деформации сигнала во времени (см. (6)).

2. Стационарная среда

Примем здесь, что скорость волны постоянна не только во времени, но и в пространстве.

2.1. Одномерное движение

Движущиеся источник и приёмник (рис. 1). Воспользовавшись формулой (3), находим

$$u \tau_{12} = \int_{x_1(t_1)}^{x_2(t_2)} dx = x_2(t_2) - x_1(t_1), \quad (11)$$

²В оптике полагают $u_0 = c$ — скорость света в вакууме, а \mathcal{L} называют оптической длиной пути.

где

$$x_j(t_j) = x_j(0) + \int_0^{t_j} v_{jx}(t) dt \quad (j = 1, 2). \quad (12)$$

После дифференцирования (11) с учётом (12) имеем

$$d\tau_{12} = \frac{v_{2x}(t_2)}{u} dt_2 - \frac{v_{1x}(t_1)}{u} dt_1. \quad (13)$$

Сопоставляя (13) и (2), видим

$$d\tau_{12} = \beta_{2x}(t_2) dt_2 - \beta_{1x}(t_1) dt_1 = dt_2 - dt_1, \quad (14)$$

где $\beta_{jx}(j = 1, 2)$ — отношение проекции скорости v_{jx} к u : $\beta_{jx}(t) \equiv v_{jx}(t)/u$.

Из (14) следует

$$\eta = \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{1 - \beta_{2x}(t_2)}{1 - \beta_{1x}(t_1)}. \quad (15)$$

Таким образом, *отношение частот* определяется проекциями скоростей источника в момент излучения t_1 и приёмника в момент регистрации t_2 , т. е. *в общем случае переменнo во времени*.

Если скорости от времени не зависят, получаем хорошо известное выражение:

$$\eta = \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{1 - \beta_{2x}}{1 - \beta_{1x}} = \frac{1 - \frac{v_{2x}}{u}}{1 - \frac{v_{1x}}{u}}. \quad (16)$$

Если среда движется со скоростью \mathbf{w} (ветер), то, заменяя в (16) u на $u + w_x$, имеем

$$\eta = \frac{1 + \frac{w_x - v_{2x}}{u}}{1 + \frac{w_x - v_{1x}}{u}}. \quad (17)$$

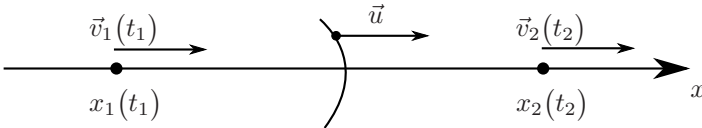


Рис. 1. Положения x и скорости \mathbf{v} источника (1) и приёмника (2) в моменты излучения t_1 и приёма t_2 . Ось x направлена от (1) к (2). Проекция на x скорости волны \mathbf{u} равна модулю u

Поскольку в (15), (16), (17) использованы проекции скоростей на направление движения волны, эти формулы описывают ЭД при любых направлениях \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 (в одномерном движении). Сближение источника и приёмника происходит, если $v_{2x} < v_{1x}$, удаление — если $v_{2x} > v_{1x}$, и, как видно из (16), в первом случае $\eta > 1$ ($\nu_2 > \nu_1$), во втором — $\eta < 1$ ($\nu_2 < \nu_1$).

Обычно v_1 и v_2 существенно меньше u , так что согласно (15)

$$\eta \approx 1 - \beta_{2x}(t_2) + \beta_{1x}(t_1) = 1 - \frac{v_{2x}(t_2) - v_{1x}(t_1)}{u}. \quad (18)$$

Для иллюстрации зависимости η от времён рассмотрим уско-
ренное движение детектора при неподвижном излучателе и примем $v_{1x} = 0$, $t_2 = t$. Тогда

$$\beta_{1x} = 0, \quad \beta_{2x} = \frac{u_{2x}(0) + a_{2x}t}{u} = \beta_{2x}(0) + \frac{a_{2x}t}{u}, \quad (19)$$

где a_{2x} — проекция ускорения. После подстановки (19) в (15) обнаруживаем

$$\eta = 1 - \beta_{2x}(t_2) = 1 - \beta_{2x}(0) - \frac{a_{2x}t}{u}. \quad (20)$$

Если $a_{2x} > 0$, детектор все быстрее удаляется, воспринимаемая частота падает. Так происходит до $v_{2x} \leq u$, после чего волна не сможет догнать детектор. Напротив, если $a_{2x} < 0$, сближение происходит при все большей скорости и ν_2 возрастает.

Возвращаясь к (15), отметим — *перемещая излучатель или приёмник надлежащим образом, можно получить необходимую частотную модуляцию принимаемого сигнала*. Например, смещая приёмник по гармоническому закону $v_{2x} = v_{20} \cos \Omega t$, находим (при $v_1 = 0$):

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{v_{20}}{u} \cos \Omega t.$$

Отражение от двигающегося зеркала (рассеяние назад, рис. 2). На рис. 2 неподвижные излучатель и приёмник расположены в начале координат ($x_1 = x_2 = 0$).

Используя формулу (3), получаем

$$u\tau_{12} = 2 \int_0^{x_3(t_3)} dx = 2x_3(t_3). \quad (21)$$

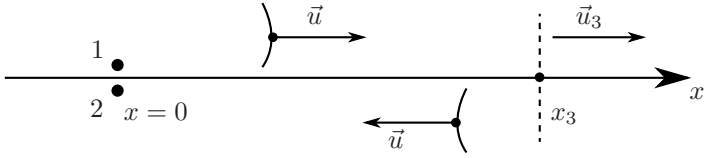


Рис. 2. Источник (1), приёмник (2) и зеркало (рассеиватель) (3) в момент отражения волны t_3

Равенство времён движения волны до зеркала и обратно

$$t_3 - t_1 = t_2 - t_3$$

даёт

$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (22)$$

Из рис. 2 видно

$$x_3(t_3) = x_3(0) + \int_0^{t_3} v_{3x}(t) dt, \quad (23)$$

а из (21) и (23) —

$$u(t_2 - t_1) = 2x_3(0) + 2 \int_0^{t_3} v_{3x}(t) dt. \quad (24)$$

Дифференцируя по t_2 (24) и учитывая (22), обнаруживаем

$$u(1 - \eta) = 2v_{3x}(t_3) \frac{dt_3}{dt_2} = v_{3x} \left(\frac{t_2 + t_1}{2} \right) (1 + \eta).$$

Разрешая последнее уравнение относительно η , находим

$$\eta = \frac{1 - \frac{v_{3x}(t_3)}{u}}{1 + \frac{v_{3x}(t_3)}{u}} = \frac{1 - \beta_{3x}(t_3)}{1 + \beta_{3x}(t_3)}. \quad (25)$$

Из (25) видно, что при сближении отражателя и приёмника ($v_{3x} < 0$, $\beta_{3x} < 0$) частота ν_2 возрастает, в противном случае — убывает.

Как и ранее, возможна модуляция ν_2 .

Чтобы выразить t_3 через текущее время, например t_2 , нужно знать зависимость $v_3(t)$. Пусть $v_3 = \text{const}$, тогда из (24) получаем

$$u(t_2 - t_1) = 2x_3(0) + 2v_{3x}t_3.$$

Введём характерное время $\tau_0 \equiv 2x_3(0)/u$ и учтём (22), после чего это соотношение примет вид

$$\theta_2 - \theta_1 = 1 + \beta_{3x}(\theta_1 + \theta_2),$$

где $\theta_j = t_j/\tau_0$ ($j = 1, 2, 3$) — удобное для расчёта безразмерное время. Воспользовавшись снова (22), обнаруживаем

$$\theta_3 = \frac{\theta_2 - \frac{1}{2}}{1 + \beta_{3x}}.$$

Таким образом, при $v_3 = \text{const}$

$$t_3 = \theta_3\tau_0 = \frac{t_2 - \frac{x_3(0)}{u}}{1 + \beta_{3x}}. \quad (26)$$

Обычно $|\beta_{3x}| \ll 1$, так что из (25) следует

$$\eta \approx 1 - 2\beta_{3x}, \quad (27)$$

то есть отношение частот такое же, как и в случае излучателя, удаляющегося со скоростью $|2v_{3x}|$ при неподвижном приёмнике (сравните (27) и (15) с $|\beta_{1x}| \ll 1$ и $\beta_{2x} = 0$).

Как известно, мнимое изображение источника в зеркале движется со скоростью $2v_{3x}$. Это обстоятельство даёт повод говорить о том, что «отражение волны от движущегося зеркала эквивалентно движению источника с вдвое большей, чем у зеркала, скоростью».

Однако, сопоставив (15) и (25), убеждаемся — подобное утверждение в принципе неверно. Отражение следует рассматривать как приём волны движущимся детектором (зеркалом) и её мгновенное переизлучение движущимся источником (тем же зеркалом).

2.2. Движение в пространстве

Рис. 3 иллюстрирует общий случай движения источника и приёмника.

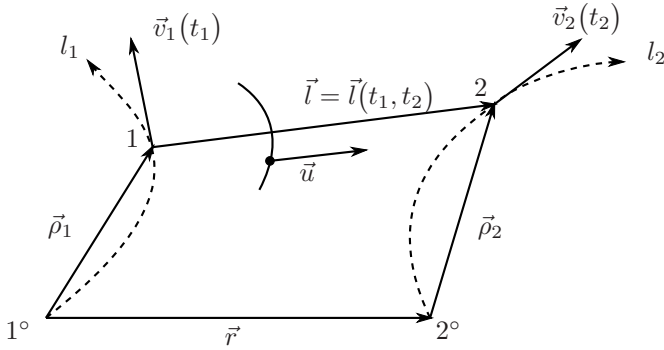


Рис. 3. В начальный момент времени источник (1) и приёмник (2) находятся в точках 1° и 2° ; они движутся по траекториям l_1 и l_2 ; как и ранее, t_1 — момент излучения, t_2 — момент регистрации.

Из рис. 3 получаем

$$\rho_1 + \mathbf{l} = \mathbf{r} + \rho_2,$$

$$\rho_1 = \int_0^{t_1} \mathbf{v}_1(t) dt = \rho_1(t_1), \quad \rho_2 = \int_0^{t_2} \mathbf{v}_2(t) dt = \rho_2(t_2),$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{r} + \rho_2(t_2) - \rho_1(t_1) = \mathbf{l}(t_1, t_2). \quad (28)$$

Дифференцируя (28) по t_2 (с учётом $\mathbf{r} = \text{const}$), найдём

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt_2} = \frac{d\rho_2}{dt_2} - \frac{d\rho_1}{dt_2} = \mathbf{v}_2(t_2) - \mathbf{v}_1(t_1) \cdot \eta. \quad (29)$$

Примем во внимание, что

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}^0(t_1, t_2)l(t_1, t_2) \quad (\mathbf{l}^0 - \text{опр } \mathbf{l}),$$

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt_2} \equiv \mathbf{l}^0 \frac{dl}{dt_2} + l \frac{d\mathbf{l}^0}{dt_2},$$

$$\mathbf{l}^0 \frac{d\mathbf{l}}{dt_2} = \frac{dl}{dt_2},$$

так как \mathbf{l}^0 и $\frac{d\mathbf{l}^0}{dt_2}$ ортогональны друг другу.

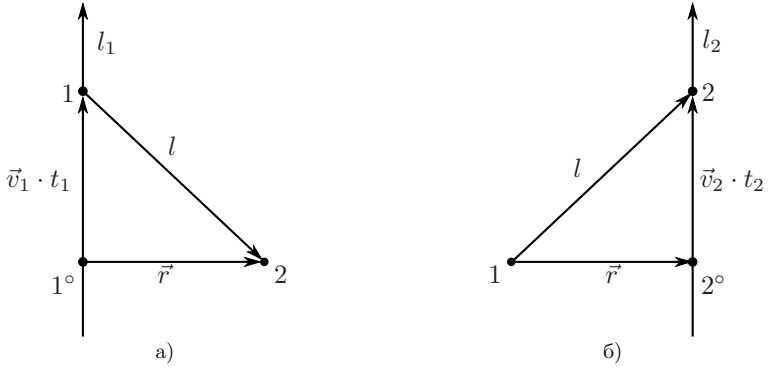


Рис. 4. а) Приёмник неподвижен; 1° , 1 — положения источника в моменты $t = 0$, $t = t_1$ соответственно; r — наименьшее расстояние от приёмника до траектории источника. б) Источник неподвижен; 2° , 2 — положения приёмника в моменты $t = 0$, $t = t_2$ соответственно; r — наименьшее расстояние от источника до траектории приёмника. В обоих случаях $r = \text{const}$

Теперь из (29) получаем

$$\frac{dl}{dt_2} = \mathbf{l}^0 \frac{d\mathbf{l}}{dt_2} = \mathbf{l}^0 \mathbf{v}_2(t_2) - \mathbf{l}^0 \mathbf{v}_1(t_1) \cdot \eta = v_{2l}(t_2) - v_{1l}(t_1) \cdot \eta.$$

Но $l = u\tau_{12}$, $\frac{dl}{dt_2} = u \frac{d\tau_{12}}{dt_2} = u(1 - \eta)$ (см. формулы (2), (3)), так что

$$u(1 - \eta) = v_{2l}(t_2) - v_{1l}(t_1)\eta,$$

откуда следует

$$\eta = \frac{1 - \beta_{2l}(t_2)}{1 - \beta_{1l}(t_1)}. \quad (30)$$

Последнее выражение аналогично (15) и переходит в него, если излучатель и детектор движутся вдоль соединяющей их прямой ($\mathbf{l}^0 = \mathbf{x}^0$). В общем случае, однако, и направление, и модуль \mathbf{l}^0 — функции времени, так что даже при постоянных скоростях v_1 и v_2 отношение частот — функция времени.

Проиллюстрируем (30) двумя простыми примерами: а) движение источника (при покоящемся приёмнике) и б) движение приёмника (при покоящемся источнике) с постоянными скоростями (рис. 4).

В первом случае, используя (30) и рис. 4а, найдём

$$\eta_a = \frac{1}{1 - \frac{v_1 l}{u}} = \frac{1}{1 + \frac{v_1}{u} \frac{v_1 t_1}{r \sqrt{1 + \left(\frac{v_1 t_1}{r}\right)^2}}}. \quad (31)$$

Для расчётов удобно ввести масштаб времени $\tau \equiv r/u$ и безразмерное время $\theta \equiv t/\tau$. Тогда (31) принимает вид

$$\eta_a = \frac{1}{1 + \beta_1^2 \frac{\theta_1}{\sqrt{1 + (\beta_1 \theta_1)^2}}}, \quad (32)$$

где $\beta_1 = v_1/u$ и $\theta_1 = t_1/\tau_0$.

Чтобы перейти от момента излучения t_1 к моменту приёма t_2 , воспользуемся геометрическим соотношением (рис. 4а):

$$(v_1 t_1)^2 + r^2 = l^2 = u^2 (t_2 - t_1)^2,$$

откуда следует

$$\begin{aligned} (\beta_1 \theta_1)^2 + 1 &= (\theta_2 - \theta_1)^2, \\ \theta_1 &= \frac{\theta_2 - \sqrt{\theta_2^2 - (1 - \beta_1^2)(\theta_2^2 - 1)}}{1 - \beta_1^2}, \end{aligned} \quad (33)$$

или

$$\theta_2 = \theta_1 + \sqrt{1 + (\beta_1 \theta_1)^2}. \quad (34)$$

Во втором случае аналогично (рис. 4б) получаем

$$\eta_b = 1 - \frac{v_2 l}{u} = 1 - \beta_2^2 \frac{\theta_2}{\sqrt{1 + (\beta_2 \theta_2)^2}}, \quad (35)$$

($\beta_2 = v_2/u$, $\theta_2 = t_2/\tau_0$).

Результаты расчётов по (32) (с учётом (33)) и (35) представлены на рис. 5.

3. Нестационарная среда

Нестационарность передающей среды приводит к несовпадению частот ν_1 и ν_2 , даже если излучатель и приёмник неподвижны. Рассмотрим некоторые ситуации.

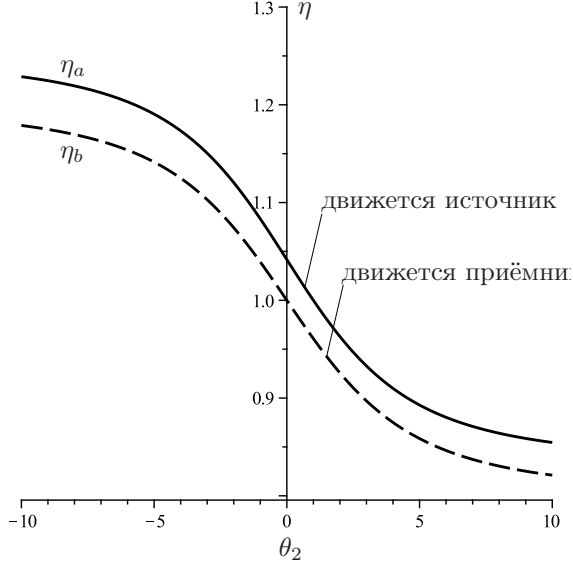


Рис. 5. Результаты расчёта (32) и (35) для случаев а) движется источник, $\beta_1 = 0,2, \beta_2 = 0$, б) движется приёмник, $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0,2$

Прохождение волны через подвижную границу раздела сред (рис. 6). Положение границы x_a описывается следующим законом:

$$x_a(t) = x_a(0) + \int_0^t v_x(t) dt.$$

В момент t_a пересечения границы волной

$$x_a(t_a) = x_a(0) + \int_0^{t_a} v_x(t) dt.$$

Из рис. 6 видно

$$t_a - t_1 = \frac{x_a(t_a) - x_1}{u_1}, \quad t_2 - t_a = \frac{x_2 - x_a(t_a)}{u_2}, \quad (36)$$

то есть

$$t_1 = t_a - \frac{x_a(t_a) - x_1}{u_1}, \quad t_2 = t_a + \frac{x_2 - x_a(t_a)}{u_2}.$$

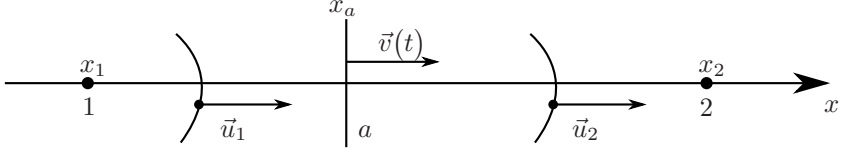


Рис. 6. неподвижны источник (1) и приёмник (2). Граница между средами a смещается со скоростью $v(t)$. В области $[x_i, x_a]$ скорость волны u_1 , в области $[x_a, x_2]$ — u_2

Продифференцировав последние равенства, найдём

$$dt_1 = dt_a \left(1 - \frac{v_x(t_a)}{u_1} \right) \equiv dt_a (1 - \beta_{1x}(t_a)),$$

$$dt_2 = dt_a \left(1 - \frac{v_x(t_a)}{u_2} \right) \equiv dt_a (1 - \beta_{2x}(t_a)),$$

где через $\beta_{jx}(t)$ ($j = 1, 2$) обозначено отношение $v_x(t)/u_j$.

Разделив первое равенство на второе, обнаруживаем

$$\frac{dt_1}{dt_2} \equiv \eta = \frac{1 - \beta_{1x}(t_a)}{1 - \beta_{2x}(t_a)} = \eta(t_a). \quad (37)$$

Если $\beta_{jx} \ll 1$, то

$$\eta = 1 - \beta_{1x}(t_a) + \beta_{2x}(t_a) = 1 + v_x(t_a) \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} \right). \quad (38)$$

Связать момент t_a с текущим временем (t_1 или t_2) становится возможным, если известна зависимость $x_a(t)$. В частности, когда $v_x = \text{const}$, из (36) после несложных выкладок находим

$$t_a = \frac{t_2 - \frac{x_2 - x_a(0)}{u_2}}{1 - \beta_{2x}} = \frac{t_1 + \frac{x_a(0) - x_1}{u_1}}{1 - \beta_{1x}}.$$

Зависимость $\eta(t_a)$ означает возможность управления частотой ν_2 (частотную модуляцию $\nu_2 = \nu_2(t_a)$).

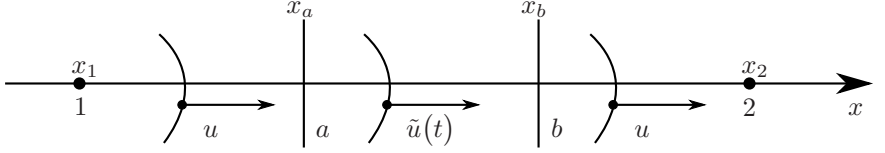


Рис. 7. Неподвижны источник (1), приёмник (2) и границы (a, b) участка нестационарности. В областях $[x_1, x_a]$ и $[x_b, x_2]$ скорость волны $-u = \text{const}$, на участке $[x_a, x_b]$ $\tilde{u} = \tilde{u}(t)$

Участок траектории с нестационарной скоростью волны (рис. 7). Волна достигает левой границы области нестационарности (a) в момент t_a ; выходит из области в момент t_b .

Из рис. 7 видно

$$\begin{aligned} t_a - t_1 &= \frac{x_a - x_1}{u}, \\ x_b - x_a &= \int_{t_a}^{t_b} \tilde{u}(t) dt = \text{const}, \\ t_2 - t_b &= \frac{x_2 - x_b}{u}. \end{aligned} \quad (39)$$

Найдя дифференциалы в системе (39), обнаружим

$$dt_1 = dt_a, \quad \tilde{u}(t_a) dt_a = \tilde{u}(t_b) dt_b, \quad dt_2 = dt_b.$$

Отсюда для отношения частот имеем

$$\eta \equiv \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{dt_a}{dt_b} = \frac{\tilde{u}(t_b)}{\tilde{u}(t_a)}. \quad (40)$$

Предполагая медленность изменения $\tilde{u}(t)$, ограничимся первыми членами разложения в ряд Тейлора:

$$\tilde{u}(t_b) = \tilde{u}(t_a) + \left. \frac{d\tilde{u}}{dt} \right|_{t=t_a} (t_b - t_a).$$

Тогда из (40) получим

$$\eta \approx 1 + \frac{x_b - x_a}{\tilde{u}^2(t_a)} \left. \frac{d\tilde{u}}{dt} \right|_{t=t_a}, \quad (41)$$

то есть разность частот пропорциональна длине участка нестационарности и скорости изменения $\tilde{u}(t)$.

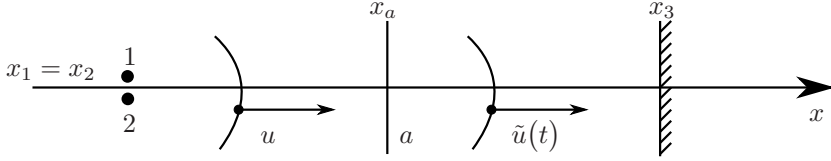


Рис. 8. Неподвижны: источник (1), приёмник (2), граница (a) и зеркало (3). В области $[x_1, x_a]$ скорость волны $u = \text{const}$, в области $[x_a, x_3]$ — $\tilde{u} = \tilde{u}(t)$

Отражение от зеркала в области нестационарной среды (рис. 8). Из рис. 8 следует

$$\begin{aligned}
 t_a - t_1 &= \frac{x_a - x_1}{u} = \text{const}, \\
 \int_{t_a}^{t_3} \tilde{u}_x dt &= x_3 - x_a = \text{const}, \\
 \int_{t_3}^{\tilde{t}_a} \tilde{u}_x dt &= x_3 - x_a = \text{const}, \\
 t_2 - \tilde{t}_a &= \frac{x_a - x_2}{u} = \text{const},
 \end{aligned} \tag{42}$$

где t_a — момент входа в область неустойчивости, а \tilde{t}_a — момент выхода из неё, t_3 — момент отражения.

Найдя дифференциалы в системе (42), обнаруживаем

$$\begin{aligned}
 dt_a &= dt_1, & dt_2 &= d\tilde{t}_a, \\
 \tilde{u}_x(t_a) dt_a &= \tilde{u}_x(t_3) dt_3, & \tilde{u}_x(t_3) dt_3 &= \tilde{u}_x(\tilde{t}_a) d\tilde{t}_a.
 \end{aligned}$$

Из последних соотношений следует

$$\eta = \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{dt_a}{d\tilde{t}_a} = \frac{\tilde{u}_x(\tilde{t}_a)}{\tilde{u}_x(t_a)}. \tag{43}$$

Ограничиваясь для $\tilde{u}(t)$ двумя членами разложения в ряд Тейлора, аналогично (41) получим из (43)

$$\eta \approx 1 + 2 \frac{x_3 - x_a}{\tilde{u}^2(t_a)} \left. \frac{d\tilde{u}}{dt} \right|_{t=t_a}. \tag{44}$$

Сравнивая (41) и (44), видим: за счёт отражения можно (при прочих равных условиях) создать заданный сдвиг частоты с ячейкой вдвое меньшей длины.

4. Итоги

Изложенный материал позволяет понять следующее.

- 1) Для расчёта ЭД удобна формула (6). Получение явной связи t_1 и t_2 при этом не обязательно, достаточно выразить dt_2 и dt_1 через дифференциалы зависящей от них величины (см., например, вывод (25), (37) или (40)).
- 2) ЭД возникает и при неподвижных источнике и приёмнике, если в передающем тракте имеется элемент, динамично изменяющий ЭДП (например, движущееся зеркало или ячейка с переменным во времени показателем преломления).
- 3) Воздействуя на ЭДП, можно модулировать регистрируемую волну.
- 4) Эффект, как правило, зависит от времени. Исключением является одномерное движение при линейной зависимости ЭДП от времени. Однако именно такая ситуация рассматривается в курсах физики.
- 5) Знакомство с ЭД целесообразно начинать с вывода формулы (6). После этого, ограничиваясь одномерным движением, получить (15) и (16). Из (15) видно, что эффект зависит от времени; (16) представляет хорошо известное и часто используемое выражение.

5. История признания эффекта (принципа) Доплера

Принцип этот долго не мог укорениться в науке и подвергался жестокой критике со стороны чистых математиков и физиков. Однако какая-то сила заставляла другую часть учёных продолжать изыскания в этом направлении эмпирическим путём, и через полстолетия после Доплера принцип, наконец, установился как прочный метод.

Белопольский А.А., 1912 г. [13]

Исторический доклад К. Доплера «О цветах двойных звёзд» впервые, 25 мая 1842 г., слушали всего 5 человек. Председательствовал его старший друг и наставник Б. Больцано, философ и математик.

В протоколе [7] записано: «Доплер рассказал о необычных цветах двойных и некоторых других звёзд на небе и попытался объяснить эти достойные внимания явления, предложив новую теорию, которая включает теорему Бредлея об аберации как составную часть».

Вскоре доклад, состоящий из одиннадцати параграфов, вышел отдельным изданием [5] и был опубликован в трудах королевского Богемского общества учёных.

В первом параграфе Доплер говорит о трудностях теории, рассматривающей свет, как продольные волны эфира, и отмечает успехи теории, считающей свет поперечными волнами эфира. Однако, по мнению автора, этот вопрос может быть разрешён лишь в будущем; автор отдаёт предпочтение теории продольных волн.

Второй параграф посвящён постановке проблемы. Тон звука и цвет света зависит от временного интервала между пульсациями соответственно воздуха или эфира, а интенсивность — от размаха пульсаций. Световые явления можно объяснять по аналогии со звуковыми. Все, что влияет на временной интервал между пульсациями эфира, неминуемо вызывает изменение цвета; все, что влияет на размах пульсаций частицы эфира — влияет на интенсивность света.

До сих пор не обращали внимания на то, что восприятие звуковых и световых волн зависит от движения наблюдателя или источника, если оно совершается со скоростью, сравнимой со скоростью распространения волн. Именно, утверждает Доплер, при сближении

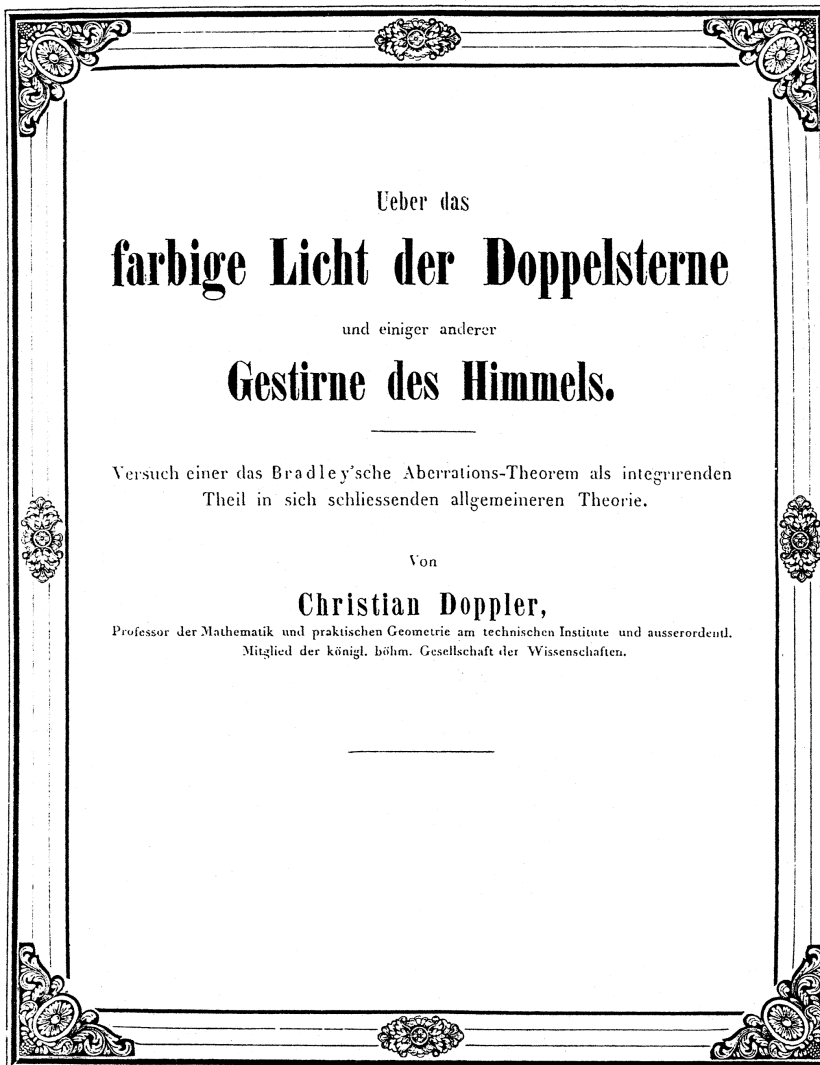


Рис. 9. Обложка оригинальной работы Доплера

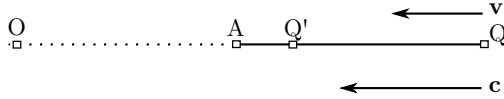


Рис. 10. К доказательству эффекта Доплера

источника и наблюдателя частота и интенсивность увеличиваются, при удалении — уменьшаются.

«Мы знаем из опыта, что достаточно глубоко сидящий корабль, который идёт навстречу волнам, за то же самое время принимает больше волн и с большей интенсивностью по сравнению с кораблём, который неподвижен или идёт в направлении волн. Если это справедливо для волн на воде, то почему это не применимо с необходимыми изменениями для волн в воздухе или эфире?» [5].

В третьем параграфе выводятся формулы, связывающие излучаемые и принимаемые частоты в случаях движения наблюдателя или источника волн, вдоль соединяющей их прямой. (В [5] в формуле (2) и на рис. 2 допущены опечатки, которые исправлены в [6]. — В. К.) Но сначала Доплер отмечает: при движении под углом к указанной прямой направление волн, приходящих к наблюдателю, тоже зависит от движения наблюдателя, и это составляет содержание всеми признанной теоремы Бредлея.

Приведём часть доказательства, относящуюся к случаю неподвижного наблюдателя (O) и приближающегося к нему со скоростью v источника (Q). Скорость волны — c (см. рис. 10, мы используем принятые в настоящее время обозначения. — В. К.)

Волна, вышедшая из Q в начальный момент времени, пройдёт за период (T_0) расстояние $QA = cT_0$. За это же время сам источник переместится в Q' , пройдя расстояние $QQ' = vT_0$. Через точку A волна будет проходить в течение интервала времени $T = \frac{AQ'}{c} = \frac{cT_0 - vT_0}{c}$. Далее волна распространяется без изменений так, что T — период волны, воспринимаемый наблюдателем. Если источник удаляется — знак перед v изменится на плюс.

Аналогичным образом, рассматривая каждый раз ближайшую к источнику или приёмнику волну, Доплер получает: при движении наблюдателя со скоростью v

$$cT \pm vT = cT_0,$$

откуда следует

$$T = T_0 \frac{c}{c \pm v}, \quad v = \pm c \left(1 - \frac{T_0}{T} \right), \quad (45)$$

при движении источника со скоростью v

$$cT_0 \mp vT_0 = cT,$$

откуда следует

$$T = T_0 \frac{c \mp v}{c}, \quad v = \mp c \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right), \quad (46)$$

(в обоих случаях верхний знак — сближение, нижний — удаление).

«Что касается изменений в интенсивности, — заканчивает этот раздел Доплер, — то, поскольку скорость вибрации отдельных частиц ещё не определена, мы должны довольствоваться общими ображениями, изложенными ранее».

Следующие параграфы посвящены обсуждению формул (45) и (46) применительно к звуку (§ 4) и свету (§ 5): при каких условиях волны не воспринимаются (в частности, при удалении наблюдателя со скоростью $v = c$), каково изменение тона или окраски при различных конкретных скоростях. При расчётах в § 5 Доплер считает спектр белого света содержащим частоты только от $458 \cdot 10^{12}$ до $727 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. (Соответствующие длины волн от 655 до 413 нм; инфракрасные и ультрафиолетовые лучи не учитываются. — В.К.) Тогда при удалении со скоростью $136 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ весь спектр сместится в сторону низких частот, фиолетовые и тем более другие лучи станут невидимы. Красные лучи будут погашены уже при удалении со скоростью $12,1 \cdot 10^3 \text{ км/с}$. (Мы перевели скорости из австрийских миль/с в км/с. — В.К.) Полагая, что наблюдатель способен замечать изменения цвета при исчезновении сотой части лучей, Доплер находит, что «звезда, излучающая белый свет, которая приближается или удаляется от наблюдателя со скоростью 235 км/с, кажется ему более зелёной в первом случае и оранжевой во втором. Это число может считаться нижним пределом».

При удалении по мере роста скорости фиолетовые лучи становятся синими, синие, пройдя зелёный цвет, становятся жёлтыми, жёлтые — красными, при дальнейшем возрастании скорости красные более не воспринимаются. При сближении первыми исчезают фиолетовые лучи, белый свет становится зелёным, затем синим и потом

фиолетовым (после чего с ростом скорости тоже не воспринимается). В дальнейшем Доплера интересует только свет.

В § 6 он подводит итоги анализа (45) и (46) применительно к астрономии: «...если принять, что естественный свет звёзд белый или слегка желтоватый, и что среди бесконечного количества их есть такие, которые движутся со скоростями от 235 до 136 000 км/с, то звёздное небо должно представляться нам в виде отдельных звёзд разной окраски и некоторые из них должны даже временно исчезать, тогда как другие появляться...».

В § 7 и § 8 излагаются известные к тому времени результаты наблюдений за двойными, переменными, новыми и погасшими звёздами.

В § 9 отмечается, что скорости планет Солнечной системы (60 км/с — Меркурий, 33 км/с — Земля) слишком малы, чтобы вызвать сколько-нибудь заметное изменение в цвете неподвижных звёзд. Но поскольку по существующему мнению, вероятно, имеются звезды, превосходящие Солнце по массе в миллионы раз, то их спутники должны иметь и существенно большие скорости, чем спутники Солнца, вплоть до сверхсветовых. Утверждается также, что высокие скорости комет должны сказываться на цвете их свечения.

В § 10 Доплер сопоставляет результаты наблюдений за звёздами, представленные в § 7 и 8, с итогами анализа § 6 и показывает, что они согласуются друг с другом, если сделать определённые предположения относительно звёздных скоростей, орбит и ориентации последних.

Наконец, в заключительном, одиннадцатом, параграфе высказывается мнение, что скорости движения тел, сравнимые со скоростью света, возможны, хотя это и противоречит установившимся представлениям. Выражается надежда, что связь скорости движения тел и цвета их свечения будет подтверждена. «...Если считать доводы, изложенные здесь, верными, теория... в не столь отдалённом будущем даёт астрономам желанный способ определять движение и расстояния до таких звёзд, которые вследствие их неизмеримых расстояний от нас и соответственно ничтожных углов параллакса до настоящего момента едва ли дают надежду их измерения и определения».

Как видно, работа Доплера состоит из двух частей. В первой (§§ 1–5), посвящённой общей теории волн, утверждается, что направление на источник, интенсивность и частота воспринимаемых волн зависят от движения источника и приёмника, и доказывается тео-

рема о связи регистрируемой частоты со скоростями источника или приёмника волн любой физической природы. Во второй части (§§ 6–15) теорема применяется для объяснения цвета различных светил. Этот труд — один из первых примеров перехода естествознания от аналитической к синтетической стадии развития, произошедшего во 2-й половине XIX века. Работа является началом и общей теории волн и астрофизики.

Первым печатным откликом на статью Доплера было высказывание известного астронома Мэдлера, который отметил, что все достоверно определённые скорости звёзд (10–70 км/с) слишком малы по сравнению со скоростью света, чтобы вызвать заметные глазу изменения в цвете. Очевидно, подобных взглядов придерживались многие, что пробудило Б. Больцано выступить в защиту Доплера [9], указав на его вклад в общую теорию волн.

Закономерности (45) и (46) проще всего было проверить на звуковых волнах. Впервые это сделал Бойс-Баллот [10] в Голландии. Он убедил правительство страны предоставить ему возможность провести эксперимент на недавно построенной железной дороге между Утрехтом и Амстердамом. Бойс-Баллот получил локомотив, развивающий скорость до 70 км/ч, и вагон-платформу. Опыт заключался в том, что музыканты-горнисты на движущейся платформе и стоящие на земле вблизи пути поочерёдно слушали друг друга. (В первом случае двигался источник звука, во втором — приёмник.) Опыты в феврале 1845 г. были безрезультатными, так как снег и град мешали музыкантам играть. Эксперименты в июне 1845 г. показали: при сближении издаваемая нота воспринималась на полтона выше, при удалении — на полтона ниже в соответствии с предсказаниями Доплера. Разнообразные опыты других исследователей (Скотт Рассел (Англия), Монтиньи (Бельгия), Физо (Франция), Мах (Австрия), Майер (Америка), Кёниг (Германия), см. [11, 14]) подтвердили справедливость (45) и (46) в акустике.

Однако Бойс-Баллот, как и Мэдлер, считал, что доплеровский сдвиг частоты не может объяснять цвета звёзд по следующим причинам: 1) Доплер преувеличил чувствительность глаза к изменениям цвета; 2) до этого не обнаруживалось никакого влияния движения светил на цвет их свечения; 3) движение светил не могло привести к изменению цвета, поскольку при смещении (в случае сближения) красных лучей на смену им приходят инфракрасные лучи, а при смещении фиолетовых (в случае удаления) — ультрафиолетовые, так что снова возникает белый свет; 4) известные скорости звёзд очень

малы по сравнению со скоростью света, значит, малы и сдвиги частот.

В то же время Бойс-Баллот отмечал, что отдельные линии спектров переменных звёзд из-за быстрого орбитального движения компонентов должны периодически менять своё положение.

Таким образом, Бойс-Баллот возражал не против принципа Доплера, но против его недостаточно обоснованного применения в астрономии. Пункты 1), 3) и 4) верны и по современным представлениям. Среди астрономов взгляды Доплера поддержал лишь один — Б. Сестини [8], надеявшийся своими наблюдениями подтвердить их. С указанными оговорками к 1850 г. принцип Доплера был принят научной общественностью.

Однако в 1852 году против него резко выступил известный австрийский физик и математик Йозеф Петцваль [22, 23, 26]. Он предложил свой «принцип сохранения периода колебания», рассмотрев для доказательства распространение волны в движущейся среде. По Петцвалю при неподвижном источнике и приёмнике воспринимаемая частота совпадала с излучаемой. Но и по Доплеру в этом случае должно быть то же самое. Петцваль вывел и формулы (45), (46), но считал, что положения, из которых при этом он исходил, неверны, а посему неверны и формулы. Ирония судьбы: впоследствии Дунер и Мах признали петцвальское доказательство наиболее удачным и весьма общим [14]. Хотя взгляды Петцваля оказались ошибочными, его статьи породили сомнения и на два десятилетия задержали признание принципа Доплера.

В 1859 г. Кирхгоф и Бунзен открыли спектральный анализ, показав, что каждый элемент характеризуется своим линейчатым спектром. В 1868 г. Хеггинс [15] обнаружил смещение линий водорода в спектре Сириуса в красную сторону (по сравнению со спектром водорода на Земле), что указывало на удаление звезды от Земли с «разумной» скоростью около 50 км/с.

Прямым подтверждением формул Доплера явились наблюдения Фогеля (Германия, 1871 г. [16, 25]). Спектрограф, изобретённый Цельнером, позволил Фогелю наблюдать друг под другом спектры противоположных краёв солнечного экватора. Спектральный интервал между положениями в этих спектрах одной и той же линии Фраунгофера приводил по Доплеру к относительной скорости краёв около 4 км/с; та же скорость, вычисленная по смещению солнечных пятен, получалась 4,0 км/с. Более поздние и более точные измерения Юнга (Англия, 1876 г. [17]), Толлона (Франция, 1879 г. [18]) и

других дали по Доплеру для скоростей точек экватора Солнца значения 2,3 км/с (т. е. относительную скорость противоположных краёв 4,6 км/с). Примерно в эти годы вспомнили и о работе Физо (1848 г., [24]), который показал, что эффект Доплера должен приводить к малому смещению спектральных линий при движении с орбитальной скоростью Земли.

В 1889 г. Фогель определил по смещению линий в спектре Венеры её орбитальную скорость, которая совпала со скоростью, известной из астрономических наблюдений. К 90-м годам XIX столетия принцип Доплера для света подтвердился многими астрономическими наблюдениями, а позже уже использовался для решения некоторых проблем, как, например, строение колец Сатурна [8].

Успех астрофизических измерений не отменял необходимости проверки в лаборатории, поскольку априори нельзя было отрицать возможного влияния на смещение спектральных линий межзвёздного пространства или условий возникновения свечения звёзд. В 1855 году такая попытка была сделана Ангстромом [14, 21], использовавшим в качестве источника света частицы, вырывающиеся электрической искрой с концов электродов. Ангстром не обнаружил эффекта. Позднее выяснилось: он преувеличивал скорости частиц, оказавшиеся всего $\sim 0,1$ км/с, и, кроме того, работал на спектральном приборе с недостаточной дисперсией.

В 1890-х годах для опытов реальными представлялись два пути: либо создание быстродвижущегося источника света, либо использование спектрального прибора с большой дисперсией. Первый способ был осуществлён Белопольским (Россия, 1900 г. [12]), второй — Фабри и Бюиссоном (Франция, 1914 г. [20]).

Быстродвижущийся источник в опытах Белопольского возникал за счёт многократного отражения света от параллельных сближающихся или удаляющихся зеркал (см. рис. 11), заимствованный из [11]). Из геометрической оптики следует: при одновременном движении зеркал с одинаковыми и противоположно направленными скоростями n -е изображение движется вдоль луча со скоростью $v = 2nw \cos \varphi$, где w — модуль скорости зеркал, φ — угол падения (в опытах Белопольского $\varphi \approx 4^\circ$). При сближении зеркал n -е изображение приближается к наблюдателю, при удалении — удаляется.

Установка состояла из двух колёс, каждое с 8-ю зеркалами — лопастями, вращавшихся электромоторами, то в одном, то в другом направлении. Источником света служило Солнце, лучи которого направлялись гелиостатом. Скорость изображения Солнца составляла

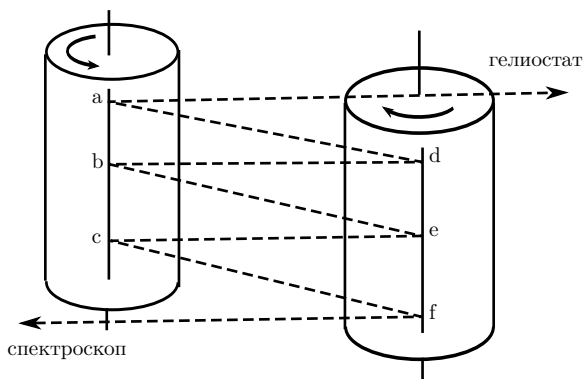


Рис. 11. Создание быстродвижущегося источника в опытах Белопольского

0,67 км/с; регистрировалась область 430–450 нм. Друг под другом фотографировались спектры при удалении и сближении зеркал, таким образом, разность положений фраунгоферовой линии соответствовала относительной скорости 1,34 км/с. Результаты с погрешностью $\sim 5\%$ совпадали с расчётами по Доплеру.

В 1907 г. на усовершенствованной установке Белопольского (источник — ртутная лампа, спектральный прибор — эшелон Майкельсона) Голицын и Вилип [19] получили согласие с расчётами по Доплеру 2,5%.

В опытах Фабри и Бюиссона движущимся источником света служила точка на краю вращающегося белого картонного диска, освещаемого ртутной лампой. В качестве спектрального прибора использовался интерферометр Фабри—Перо. При линейной скорости точки 0,1 км/с измеренный и рассчитанный по Доплеру сдвиги спектральной линии отличались в пределах 2%. В начале XX века оптический эффект Доплера подтвердился и в опытах с каналовыми лучами, где скорости атомов-излучателей достигают ~ 1000 км/с [21].

Литература

1. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. — М.: Наука, 1946.
2. *Gill T.P.* The Doppler effect. — London: Logos Press, Acad. Press, 1965.
3. *Кологривов В.Н.* Нетрадиционная трактовка эффекта Доплера // Физическое образование в вузах. — 2002. — № 2.
4. *Кологривов В.Н.* История признания эффекта (принципа) Доплера // Исследования по истории физики и механики. 2001. — М.: Наука, 2002. — С. 218–226.
5. *Doppler Ch.* Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels // Prag, Borrosch & Andre. — 1842. — 18 p.
6. *Doppler Ch.* Abhandlungen, Leipzig, 1907. — 194 p.
7. *Eden A.* The search for Christian Doppler. — Springer-Verlag, Wien, 1992. — 136 p.
8. *Haas K.* Christian Doppler und seine Entdeckungen. — Festvortrag, Wien, 1904. — 15 p.
9. *Bolzano B.* Ein paar Bemerkungen über die neue Theorie in Herrn Prof. Doppler's Schrift "Ueber das farbige Licht. . ." // Ann. Phys. — 1843. — N 60. — P. 83–88.
10. *Buijs-Ballot C.H.D.* Akustische Versuche auf der Niederländischen Eisenbahn, nebst gelegentlichen Bemerkungen zur Theorie des Prof. Doppler // Ann. Phys. — 1845. — N 66. — P. 321–351.
11. *Белопольский А.А.* О принципе Доплера // Известия русского астроном. общества. — 1898. — Вып. 6. — С. 413–421.
12. *Белопольский А.А.* Опыт исследования принципа Доплера—Физо, не прибегая к космическим скоростям // Астрономические труды. — М.: Гостехиздат, 1954. — 320 с.

13. *Белопольский А.А.* Современные задачи астрономии. Расстояния и движения звезд // Астрономические труды. — М.: Гостехиздат, 1954. — 320 с.
14. *Белопольский А.А.* Астроспектроскопия. Курс астрофизики, Т. 3. — ПГ, Научное книгоиздательство, 1921. — 277 с.
15. *Huggins W.* Observations on the spectra of some of the stars and nebulae // Phil. Trans. — 1868. — V. 158. — P. 529–564.
16. *Vogel C.H.* Spektralanalitische Untersuchungen an der Sonne // Astr. Nach. — 1872. — N 78. — P. 248–250.
17. *Young Ch.* Observation on the displacement of lines in the solar spectrum caused by sun's rotation // Amer. J. Sci. — 1876. — V. 12. — P. 321–328.
18. *Tollon L.* Deplacement de raies spectrales due au mouvement du Soleil // C.R. — 1879. — V. 88. — P. 169–171.
19. *Golicyn B., Wilip J.* Experimentelle Prüfung des Dopplerschen Prinzip für Lichtstrahlen // Astrophys. J. — 1907. — V. 26. — P. 49–58; Известия АН. — 1907. — Т. 1. — С. 213–224;
20. *Fabry Ch., Buisson H.* Verification expérimentale du principe Doppler—Fizeau // C.R. — 1914. — V. 158. — P. 1498–1499.
21. *Франкфурт У.И., Френк А.М.* Оптика движущихся тел. — М.: Наука, 1972. — 212 с.
22. *Спасский Б.И.* История физики. Ч. II. — М.: Высшая школа, 1977. — С. 155–156.
23. *Petzval J.* Über die Unkömlichkeiten gewisser populärer Anschauungsweisen in der Undulationstheorie und ihre Unfähigkeit das Prinzip der Erhaltung der Schwingungsdauer zu ersetzen // Sitzungsber. d. Kaiserl. — Acad. d. Wiss., Wien, 1853. — N 8. — P. 384.
24. *Fizeau H.* Sur les phénomènes que presente le son lorsque le corps sonore ou l'observateur sont en mouvement, et sur les phénomènes correspondants que doit presenter la lumière // L'Institut. — 1849. — V. 17. — P. 11.

25. *Vogel C.H.* Spektralanalytische Untersuchungen an der Sonne // Astr. Nach. — 1873. — N 82. — P. 291–229.
26. *Petzval J.* Über ein allgemeines Prinzip der Undulationslehre: Gesetz der Erhaltung der Schwingungsdauer // Sitzungsber. d. Kaiserl. — Acad. d. Wiss., Wien, 1852. — N 8. — P. 134.

Содержание

Предисловие	3
1. Исходные представления	3
2. Стационарная среда	6
2.1. Одномерное движение	6
2.2. Движение в пространстве	10
3. Нестационарная среда	13
4. Итоги	18
5. История признания эффекта (принципа) Доплера	19
Литература	28

Учебное издание

КОЛОГРИВОВ Виктор Николаевич

ЭФФЕКТ ДОПЛера В КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *И. А. Волкова*

Подписано в печать 04.05.2012. Формат 60 × 84¹/₁₆.
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,8. Тираж 200 экз. Заказ № 74.

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9