

Изучение колебаний струны

Цель работы: изучение поперечных стоячих волн на струне; определение собственных частот колебаний струны; исследование зависимости скорости распространения поперечных волн на струне в зависимости от её натяжения.

В работе используются: закрепленная на станине стальная струна, набор грузов, электромагнитные датчики, звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер.

Введение

Струной в акустике называют однородную тонкую гибкую упругую нить. Примерами могут служить сильно натянутый шнур или трос, струны гитары, скрипки и других музыкальных инструментов. В данной работе изучаются поперечные колебания стальной гитарной струны, натянутой горизонтально и закрепленной между двумя неподвижными зажимами.

Основное свойство струны — *гибкость* — обусловлено тем, что её поперечные размеры малы по сравнению с длиной. Это означает, что напряжение в струне может быть направлено только вдоль неё, и позволяет не учитывать изгибные напряжения, которые могли бы возникать при поперечных деформациях (то есть, при изгибе струны)*.

В *натянутой* струне возникает *поперечная упругость*, т.е. способность сопротивляться всякому изменению формы, происходящему без изменения объема. При вертикальном смещении произвольного элемента струны, возникают силы, действующие на соседние элементы, и в результате вся струна приходит в движение в вертикальной плоскости, т.е. возбуждение «бежит» по струне. Передача возбуждения представляет собой *поперечные бегущие волны*, распространяющиеся с некоторой скоростью в обе стороны от места возбуждения. В ненапрянутом состоянии струна не обладает свойством поперечной упругости и поперечные волны на ней невозможны.

* Следует подчеркнуть, что поперечные колебания *тонких стержней* отличаются от колебаний струны, что связано именно с возникновением изгибных напряжений. К примеру, гитарная струна диаметром ~0,3 мм и длиной 1 м является гибким объектом, а изготовленный из той же стали метровый стержень при диаметре 3–4 мм уже не обладает гибкостью. В нем существенную роль играют внутренние изгибные напряжения, препятствующие изменению его формы, поэтому его нельзя рассматривать как струну. Поперечные колебания стержней описываются существенно более сложными дифференциальными уравнениями 4 порядка (см. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости. — Гл. 3.).

Волны на струне*

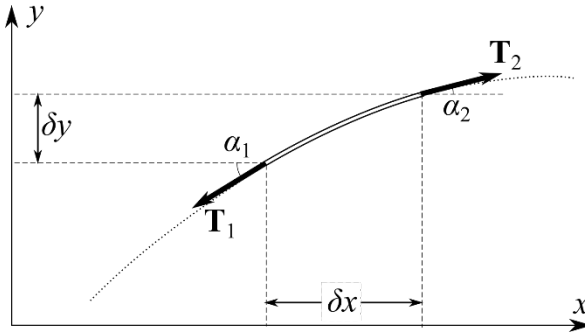


Рис. 1. К выводу уравнения колебаний струны

Рассмотрим гибкую однородную струну, в которой создано натяжение T , и получим дифференциальное уравнение, описывающее её малые поперечные свободные колебания. Отметим, что если струна расположена горизонтально в поле тяжести, величина T должна быть достаточна для того, чтобы в состоянии равновесия струна не провисала, т. е. сила натяжения должна существенно превышать вес струны.

Направим ось x вдоль струны в положении равновесия. Форму струны будем описывать функцией $y(x, t)$, определяющей её вертикальное смещение в точке x в момент времени t (см. рис. 1). Угол наклона касательной к струне в точке x относительно горизонтального направления обозначим как α . В любой момент этот угол совпадает углом наклона касательной к графику функции $y(x)$, то есть $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial y}{\partial x}$.

Рассмотрим элементарный участок струны, находящийся в точке x , имеющий длину δx и массу $\delta m = \rho_l \delta x$, где ρ_l — погонная плотность струны (масса на единицу длины). При отклонении от равновесия на выделенный элемент действуют силы натяжения \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 , направленные по касательной к струне. Их вертикальная составляющая будет стремиться вернуть рассматриваемый участок струны к положению равновесия, придавая элементу некоторое вертикальное ускорение $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$. Заметим, что угол α зависит от координаты x вдоль струны и различен в точках приложения сил \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 . Таким образом, второй закон Ньютона для вертикального движения элемента струны запишется в следующем виде:

$$\delta m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2. \quad (1)$$

* При первом чтении вывод волнового уравнения можно пропустить.

Основываясь на предположении, что отклонения струны от положения равновесия малы, можем сделать ряд упрощений:

1. Длина участка струны в изогнутом состоянии практически равна длине участка в положении равновесия*, поэтому добавочным напряжением вследствие удлинения струны можно пренебречь. Следовательно, силы \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 по модулю равны силе натяжения струны: $T_1 \approx T_2 \approx T$.
2. Углы наклона α малы, поэтому $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ и, следовательно, можно положить $\alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x}$.

Разделим обе части уравнения движения (1) на δx и устремим размер элемента к нулю, $\delta x \rightarrow 0$. Тогда правая часть (1) примет вид

$$\rho_l \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T_2 \sin \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1}{\delta x} \approx T \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\delta x} \rightarrow T \frac{\partial \alpha}{\partial x}$$

(в последнем переходе использовано определение производной функции как предела отношения приращения функции к приращению аргумента). Наконец, подставляя $\alpha = \frac{\partial y}{\partial x}$, и вводя обозначение

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}, \quad (2)$$

что, как мы увидим далее, есть *скорость распространения волн* на струне, находим окончательно *уравнение свободных малых поперечных колебаний струны*:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Уравнение (3) называют *волновым уравнением*. Кроме волн на струне, оно может описывать волновые процессы в самых разных системах, в том числе волны в сплошных средах (звук), электромагнитные волны и т.д.

Бегущие волны

Как показывается в математических курсах, общее решение дифференциального уравнения в частных производных (3) представимо в виде суммы двух волн произвольной формы, бегущих в противоположные стороны со скоростями $\pm u$:

$$y(x, t) = y_1(x - ut) + y_2(x + ut), \quad (4)$$

где u — скорость распространения волны (2), y_1 и y_2 — произвольные функции, вид которых в конкретной задаче определяется из начальных и граничных условий.

* Нетрудно убедиться, что поправка к длине элемента имеет второй (квадратичный) порядок малости по углу α : $\delta l = \sqrt{\delta y^2 + \delta x^2} = \delta x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \approx \delta x \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2\right) \approx \delta x$.

Упражнение. Прямой подстановкой убедитесь, что (4) есть решение (3).

Особый интерес представляет случай гармонических волн*:

$$y(x, t) = a \cos[k(x - ut)] + b \cos[k(x + ut)] = \\ = a \cos(\omega t - kx) + b \cos(\omega t + kx). \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой суперпозицию двух гармонических волн, бегущих навстречу друг другу со скоростью

$$u = \frac{\omega}{k} = v\lambda. \quad (6)$$

Их длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, частота $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$. Величина $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ называется *волновым числом* или *пространственной частотой* волны.

Заметим, что формула (2) означает, что скорость u распространения поперечных волн на струне зависит только от силы натяжения струны T и её погонной плотности ρ_l .

Собственные колебания струны. Стоячие волны

Найдем вид свободных колебаний струны с *закрепленными концами*.

Пусть струна закреплена в точках $x = 0$ и $x = L$. Концы струны не колеблются, поэтому $y(0, t) = 0$ и $y(L, t) = 0$ для любых t . Используя (5), находим

$$y(0, t) = a \cos \omega t + b \cos \omega t = 0,$$

откуда следует, что $a = -b$. Тогда после тригонометрических преобразований выражение (5) примет вид

$$y(x, t) = 2a \sin kx \cdot \sin \omega t. \quad (7)$$

Колебания струны, описываемые функцией (7), называются *стоячими волнами*. Видно, что стоячая волна может быть получена как сумма (интерференция) двух гармонических бегущих волн, имеющих равную амплитуду и движущихся навстречу друг другу.

Как видно из (7), точки струны, в которых $\sin kx = 0$, в любой момент времени неподвижны. Такие точки называются *узлами*. Остальные точки совершают в вертикальной плоскости гармонические колебания с частотой

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda}.$$

Амплитуда колебаний распределена вдоль струны по гармоническому закону: $y_0(x) = 2a \sin kx$. В точках, где $\sin kx = 1$, амплитуда колебаний максимальна — они называются *пучностями*. Между двумя соседними узлами все участки струны колеблются в фазе (их скорости имеют одинаковое направление), а при переходе через узел фаза колебаний меняется на π вследствие изменения знака $\sin kx$.

* Известно, что *любую* периодическую функцию можно представить в виде суперпозиции гармонических функций («гармоник») с разными частотами.

Используя второе граничное условие $y(L, t) = 0$ (точки крепления струны должны быть узлами стоячей волны), найдём условие образования стоячих волн на струне: $y(x, t) = 2a \sin kL \sin \omega t = 0$, откуда

$$\sin kL = 0 \quad \rightarrow \quad kL = n \frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Таким образом, стоячие волны на струне с закреплёнными концами могут образовываться только если на длине струны укладывается целое число полуволн:

$$L = \frac{\lambda_n}{2} n. \tag{8}$$

Поскольку длина волны однозначно связана с её частотой, струна может колебаться только с определёнными частотами:

$$v_n = \frac{u}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}, \quad n \in \mathbb{N}. \tag{9}$$

Набор (спектр) разрешённых частот v_n называют *собственными частотами* колебаний струны. Режим колебаний, соответствующий каждой из частот v_n , называется *собственной* (или *нормальной модой*) колебаний (от англ. *mode* — режим). Произвольное колебание струны может быть представлено в виде суперпозиции её собственных колебаний. Наименьшая частота v_1 называется также *основным тоном* (или *первой гармоникой*), а остальные ($v_2 = 2v_1$, $v_3 = 3v_1$, ...) — *обертонами* (*высшими гармониками*). Термин «гармоника» иногда употребляется в обобщенном смысле — как элементарная составляющая сложного гармонического колебания.

На Рис. 2 показана картина стоячих волн для $n = 1, 2, 3$. Заметим, что число n определяет число пучностей (но не узлов!) колеблющейся струны.

Таким образом, спектр собственных частот струны определён её погонной плотностью ρ_l , силой натяжения T и длиной струны L (отдельно отметим, что собственные частоты не зависят от модуля Юнга материала струны).

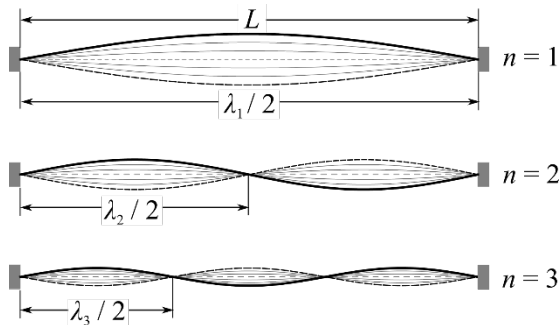


Рис. 2. Стоячие волны (собственные моды колебаний струны) для $n = 1, 2, 3$

Возбуждение колебаний струны

При колебаниях реальной струны всегда имеет место потеря энергии (часть теряется вследствие трения о воздух; другая часть уходит через неидеально закрепленные концы струны и т.д.). Поддержание незатухающих колебаний в струне может осуществляться точечным источником, в качестве которого в данной работе используется электромагнитный вибратор. При этом возникает необходимость переноса энергии от источника по всей струне.

Рассмотрим вопрос о передаче энергии по струне. В стоячей волне поток энергии вдоль струны *отсутствует* — колебательная энергия, заключенная в отрезке струны между двумя соседними узлами, не транспортируется в другие части струны. В каждом таком отрезке происходит периодическое (дважды за период) превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно*. Передача энергии между различными участками струны возможна только благодаря *бегущим* волнам, которые, однако, в рассмотренной выше идеальной модели струны не возникают. Парадокс снимается, если учесть, что из-за потерь энергии при отражении волны от концов не происходит полной компенсации падающей и отраженной волны, поэтому к стоячей волне на струне добавляется малая бегущая компонента — именно она служит «разносчиком» энергии по всей системе.

Для эффективной раскачки колебаний используется явление резонанса — вынуждающая частота ν должна совпадать с одной из собственных частот струны ν_n (см. (9)). Когда потери энергии в точности компенсируются энергией, поступающей от вибратора, колебания струны становятся стационарными и на ней можно наблюдать стоячие волны. Если потери энергии за период малы по сравнению с запасом колебательной энергии в струне, то искажение стоячих волн бегущей волной не существенно — наложение бегущей волны малой амплитуды на стоячую визуально приводит к незначительному «размытию» узлов.

Для достижения максимального эффекта от вибратора, его следует располагать вблизи *узловой* точки. Это можно показать из следующих элементарных соображений. Пусть вибратор, размещенный в точке x_0 , способен раскачать соответствующий элемент струны до амплитуды A . Если частота вибратора близка к резонансной (т.е. собственной), то как следует из (7), амплитуда колебаний струны в пучности будет равна $2a = \frac{A}{\sin kx_0}$. Таким образом, максимальная раскачка струны достигается, если значение $\sin kx_0$ устремить к нулю, что и соответствует положениям узлов (из идеализированной модели струны следует, что при размещении вибратора в узле амплитуда колебаний

* В этом смысле струна аналогична обычной колебательной системе, например, маятнику или грузу на пружине. Отличие заключается в том, что у систем с одной степенью свободы имеется единственная собственная (резонансная) частота, а струна обладает бесконечным спектром резонансных частот ν_n .

устремится к бесконечности, однако в реальности она ограничивается силами трения и нелинейными эффектами).

Заметим также, что при наблюдении стоячих волн важно, чтобы колебания происходили в одной (вертикальной) плоскости, т.е. были поляризованы. Кроме того, важно, чтобы колебания струны происходили с малой амплитудой, поскольку при сильном возбуждении нарушаются условия применимости волнового уравнения (3), и в опыте наблюдаются искажения, связанные с нелинейными эффектами (см. Приложение 1).

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на Рис. 3. Стальная гитарная струна 1 закрепляется в горизонтальном положении между двумя стойками с зажимами 2 и 3, расположенными на массивной станине 4. Один конец струны закреплен в зажиме 2 неподвижно. К противоположному концу струны, перекинутому через блок, прикреплена платформа с грузами 5, создающими натяжение струны. Зажим 3 можно передвигать по станине, устанавливая требуемую длину струны. Возбуждение и регистрация колебаний струны осуществляются с помощью электромагнитных датчиков (вибраторов), расположенных на станине под струной. Электромагнитный датчик 6 подключен к звуковому генератору 7 и служит для возбуждения колебаний струны, частота которых измеряется с помощью частотомера 10 (в некоторых установках частотомер встроен в генератор). Колебания струны регистрируются с помощью электромагнитного датчика 8, сигнал с которого передается на вход осциллографа 9. Разъёмы, через которые датчики с помощью кабелей соединяются с генератором и осциллографом, расположены на корпусе станины.

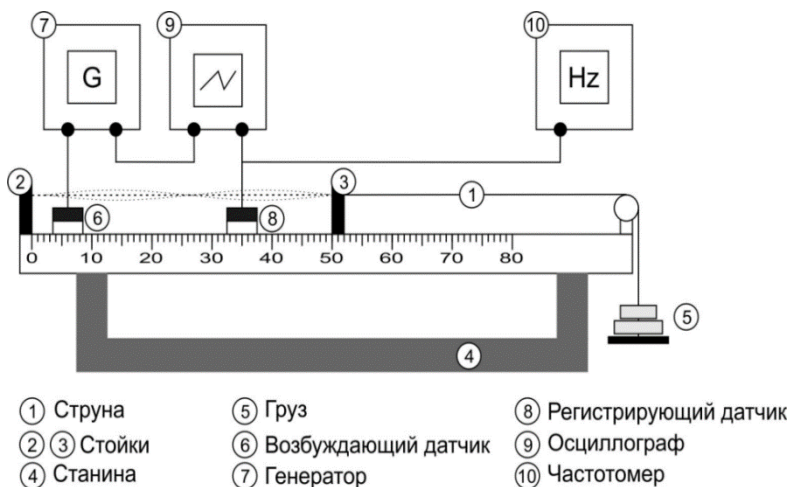


Рис. 3. Экспериментальная установка

Принцип работы датчиков

Устройство и внешний вид электромагнитного датчика показаны на Рис. 4. В пластмассовом корпусе датчика закреплен подковообразный магнит. На полюсах магнита намотаны соединенные последовательно катушки переменного тока, который подается с генератора. Магнитное поле в зазоре между полюсами электромагнита складывается из поля постоянного магнита B_0 и малой добавочной составляющей поля катушек $B_{\sim} \ll B_0$. Сила, с которой электромагнит действует на стальную (магнитную) струну, пропорциональна квадрату индукции B суммарного поля в зазоре электромагнита*:

$$F \propto (B_0 + B_{\sim})^2 \approx B_0^2 + 2B_0B_{\sim}.$$

Отсюда видно, что при $B_{\sim} \ll B_0$ сила F линейно зависит от переменного поля B_{\sim} , а значит и от тока в катушках (т. к. $B_{\sim} \propto I_{\sim}$), и поэтому частота переменной силы $F_{\sim} \propto 2B_0B_{\sim} \propto I_{\sim}$, действующей на струну, совпадает с частотой генератора. То есть участок струны, расположенный над электромагнитом, совершает колебательное движение в вертикальной плоскости с частотой задающего генератора. Колебания далее передаются по всей струне и, если частота колебаний совпадает с одной из собственных частот струны, на струне устанавливается стоячая волна. Колеблющаяся струна возбуждает в регистрирующей катушке переменную ЭДС с амплитудой, пропорциональной амплитуде колебаний струны. Сигнал ЭДС измеряется с помощью осциллографа.

Отметим, что магнитное поле наиболее однородно по координате в центральной части электромагнита, поэтому датчики должны быть повернуты так, чтобы струна располагалась в центральной части перпендикулярно к полюсам магнита. Возбуждающий датчик следует расположить вблизи неподвижного конца струны (ближе к узлу), а регистрирующий — в пучности.

Измерения с помощью осциллографа

Для регистрации колебаний струны в работе используется электронный осциллограф, соединённый с электромагнитным датчиком 8. Он позволяет регистрировать колебания в случаях, когда это невозможно сделать визуально. Также с помощью осциллографа можно измерять амплитуду возбуждения и форму сигнала, что даёт возможность установить, является ли режим возбуждения стоячих волн *линейным*, иными словами, имеет ли место прямая

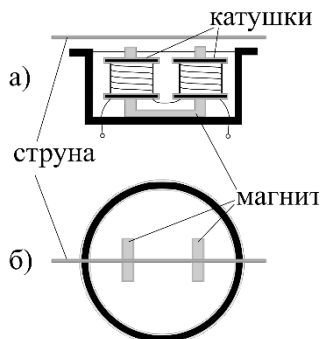


Рис. 4. Электромагнитный датчик:
а) вид спереди, б) вид сверху

* См., напр., *Калашиников С.Г.* Электричество. — М.: Физматлит, 2003. — §121.

пропорциональность между силой возбуждения и амплитудой колебаний струны, и не возникает ли отклонений от закона (7).

Контролировать величину и форму сигнала колебаний струны на экране осциллографа можно несколькими способами: в одноканальном (переключатель MODE в положении CH2) и двухканальном (переключатель MODE в положении DUAL) режимах работы осциллографа — по временной развертке сигналов, а также в режиме сложения двух взаимно перпендикулярных сигналов — основного и опорного (режим X–Y).

При возбуждении стоячей волны на экране осциллографа в режиме развертки должен появиться сигнал синусоидальной формы. При чрезмерном возбуждении вид синусоиды искажается, что свидетельствует об отклонении от линейного режима. В двухканальном режиме осциллографа можно сравнить опорный (подаваемый одновременно на возбудитель колебаний 6 и канал CH1 осциллографа) и основной (снимаемый с датчика 8) сигналы — в отсутствие нелинейных искажений они должны совпадать. Кроме того, в режиме сложения сигналов (X–Y) на экране должен прорисовываться эллипс правильной формы.

Дополнительным критерием того, что частота гармоника определена верно, является симметричность «резонансной кривой» — амплитудно-частотной характеристики системы (Рис. 5). А именно, при подходе к резонансной частоте со стороны как высоких, так и со стороны низких частот, максимум сигнала наблюдается при одном и том же значении частоты.

ЗАДАНИЕ

I. Визуальное наблюдение стоячих волн

1. Освободите зажим струны на стойке 3, установите длину струны $L = 50$ см. Натяните струну, поставив на платформу грузы ($F \approx 1$ кг) (учтите вес платформы и крепежа). Осторожно зажмите струну в стойке, не деформируя струну. Возбуждающий датчик 6 должен располагаться рядом с неподвижной стойкой 2, т.е. вблизи узла стоячей волны.

2. Проведите предварительные расчёты. Оцените скорость распространения волн по формуле (2), используя табличное значение плотности стали и приняв диаметр струны равным $d \approx 0,3$ мм. Для заданных значений длины струны и силы натяжения рассчитайте частоту основной гармоника ν_1 согласно (9).

3. Включите в сеть звуковой генератор и частотомер. Установите на генераторе тип сигнала — синусоидальный, частоту основной гармоника ν_1 и максимальную амплитуду напряжения. При этом сигнал с выхода генератора должен быть подан на возбуждающий датчик 6 (проверьте правильность соединения проводов!).

4. Медленно меняя частоту звукового генератора в диапазоне $\nu = \nu_1 \pm 5$ Гц, добейтесь возбуждения стоячей волны на основной гармонике (одна

пучность). Если при колебаниях струна касается регистрирующего датчика 8, осторожно сдвиньте датчик по скамье в сторону *подвижного* зажима струны 3. Определите частоту первой гармоники по частотомеру.

5. Увеличив частоту в 2 раза, получите картину стоячих волн на второй гармонике, а затем и на более высоких гармониках. Обычно визуально удастся наблюдать до 5-7 гармоник. Запишите значения частот ν_n стоячих волн, которые удастся пронаблюдать.

II. Регистрация стоячих волн с помощью осциллографа

В работе используется осциллограф GOS-620. *Перед включением осциллографа необходимо ознакомиться с назначением ручек управления осциллографа* (см. Приложение 2).

6. Визуально настройте струну на основной гармонике, не меняя нагрузку струны и её длину. Установите регистрирующий датчик 8 в центре под струной (в пучности стоячей волны). Уменьшите уровень выходного сигнала генератора так, чтобы при колебаниях струна не касалась датчика. Проверьте правильность соединения проводов. Сигнал колебаний струны с регистрирующего датчика 8 (основной сигнал) подается на вход канала CH2(Y) осциллографа. На вход канала CH1(X) подается опорный сигнал с генератора на частоте возбуждения струны.

7. Включите осциллограф в сеть и проверьте его настройку (см. Приложение 2). Для наблюдения колебаний струны в одноканальном режиме переключатель режима работы MODE блока вертикального отклонения должен стоять в положении CH2; тумблер режима работы канала Y — в положение AC; на блоке синхронизации установите SOURCE — CH2. Установите такие значения коэффициента усиления канала Y (VOLTS/DIV); постоянную времени развертки (TIME/DIV) и уровень синхронизации (LEVEL), чтобы на экране было удобно наблюдать форму сигнала.

Подстройте частоту ν генератора так, чтобы амплитуда сигнала была максимальной. Добейтесь отсутствия нелинейных искажений, уменьшая уровень возбуждения (амплитуду напряжения генератора) и подстраивая при этом частоту так, чтобы она соответствовала максимуму сигнала. Запишите окончательное значение частоты основной гармоники ν_1 .

8. Проведите измерение частот не менее 5 *нечетных* ($n = 1, 3, 5, 7, 9$) гармоник стоячих волн при длине струны 50 см и массе грузов ≈ 1 кг. Для наблюдения нечетных гармоник регистрирующий датчик следует размещать в центре под струной (как для основной гармоники).

9. Измерьте частоты *четных* ($n = 2, 4, \dots$) гармоник. Для этого осторожно смещайте регистрирующий датчик 8 по станине в предварительно рассчитанные положения пучностей. Во избежание взаимного влияния («резонирования») датчиков регистрирующий датчик следует сдвигать в сторону подвижного зажима струны 3.

10. Проведите опыты пп. 8 и 9 не менее, чем для пяти различных натяжений струны. При изменении нагрузки следует *ослабить зажим* струны в стойке 3, положить груз на чашку и вновь осторожно зажать струну. *Максимальная нагрузка — не выше 3,5 кг!*

11*. Благодаря высокой добротности струны, возможно возбуждение её колебаний при кратных частотах генератора, меньших, чем ν_1 . Для наблюдения явления переключите осциллограф в режим (X-Y) и настройте установку на наблюдение основной гармоники. Затем уменьшите частоту возбуждения в два раза, установив на генераторе $\nu = \nu_1/2$. На экране осциллографа должна наблюдаться фигура Лиссажу с одним самопересечением. Зарисуйте (или сфотографируйте) наблюдаемую фигуру. Постарайтесь объяснить явление.

12†. Определите добротность Q струны как колебательной системы, измерив её амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) вблизи одной из резонансных частот (в качестве таковых рекомендуется выбрать ν_1 или ν_3) для нескольких натяжений струны (по указанию преподавателя).

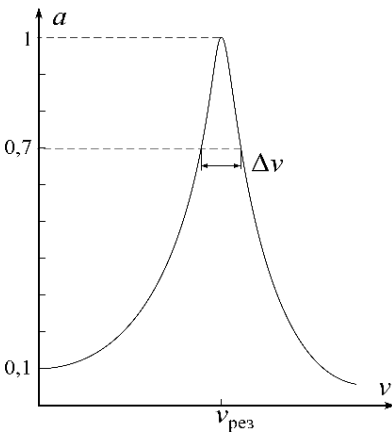


Рис. 5. АЧХ вынужденных колебаний (линейный режим возбуждения)

Для расчётов воспользуйтесь известным из теории колебаний результатом: добротность колебательной системы связана с резонансной частотой $\nu_{рез}$ и шириной резонансной кривой $\Delta\nu$ соотношением

$$Q = \frac{\nu_{рез}}{\Delta\nu},$$

где ширина резонансной кривой $\Delta\nu$ измеряется на уровне амплитуды, составляющей 0,7 от амплитуды в резонансе (Рис. 5).

Обработка результатов измерений

1. Сравните значения частот ν_n , полученных при визуальном наблюдении и наблюдении с помощью осциллографа. Объясните результаты.

2. По результатам измерений пп. 8 и 9 постройте графики зависимостей частоты ν_n от номера n гармоники для различных натяжений T (по возможности представьте результаты на одном графике). Определите скорости волн u , бегущих по струне. Оцените погрешности измерения u .

* Дополнительное задание, выполняется по указанию преподавателя.

† Дополнительное задание. Выполняется по указанию преподавателя на установках, оснащенных генераторами АК ИП-3408, имеющими разрешение по частоте не менее 0,1Гц.

3. Постройте график зависимости квадрата скорости u^2 от силы натяжения T . Определите погонную плотность струны ρ_l и оцените погрешность результата. Сравните полученное значение ρ_l со значением погонной плотности струны, указанной на установке.

Литература

1. *Кингсеп А. С., Локишин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика / под ред. А.С. Кингсепа. — М.: Физматлит, 2001. — Ч. III, гл. 5.
2. *Стрелков С.П.* Общий курс физики. Механика. — М.: Наука, 1975. — §§137, 138, 141–143.
3. *Хайкин С.Э.* Физические основы механики. — М.: Наука, 1971. — §§148–150.

Контрольные вопросы

1. Как связаны между собой частота, длина волны, волновое число и скорость распространения бегущей волны?
2. Выведите волновое уравнение для поперечных волн в струне.
3. Напишите выражение для гармонической бегущей волны и убедитесь, что оно является решением волнового уравнения.
4. Напишите выражение для стоячей волны. Как стоячая волна может быть получена из бегущих?
5. Сформулируйте условие образования стоячих волн в струне с закрепленными концами. Получите выражение для собственных частот струны.
6. От каких параметров зависит скорость распространения поперечных волн в струне?
7. Для чего необходимо создавать натяжение в струне? Влияет ли продольная упругость струны на распространение исследуемых в работе волн?
8. Рассчитайте максимальное значения кинетической энергии стоячей волны с амплитудой a на основной частоте. Чему равна полная энергия, запасённая в этой волне?
9. Покажите, что при отражении гармонической волны от закреплённого конца происходит изменение её фазы на π .
10. Найдите величину относительного размытия узлов $\delta a/a$ (δa — амплитуда колебаний в узле, a — в пучности), если при отражении волны от крепления её амплитуда уменьшается на 1%. Другие потери не учитывать.

*Составители:
Смирнова О.И.,
Попов П.В.*

09.10.2016

Приложение 1. Нелинейные эффекты*

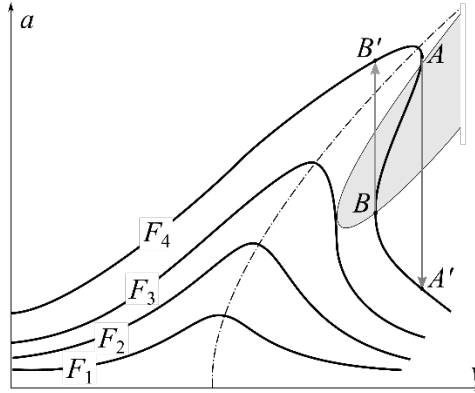


Рис. 1. «Опрокидывание» резонансной кривой в нелинейном режиме колебаний струны при разных амплитудах вынуждающей силы ($F_1 < F_2 < F_3 < F_4$)

При сильном возбуждении струны нарушаются основные условия, при которых получено волновое уравнение (3). Возвращающая сила $T \sin \alpha$, действующая на элемент струны δx , в этом случае будет сама зависеть от величины y — отклонения элемента струны от положения равновесия. Кроме того, начинает играть существенную роль продольная деформация (растяжение) струны — возникают добавочные напряжения, определяемые модулем Юнга материала струны. Поэтому форма резонансной кривой (амплитудно-частотной характеристики) струны начнет искажаться (см. рис. 1).

Каждый участок струны будем представлять как *нелинейный* осциллятор. Как известно, частота собственных колебаний нелинейного осциллятора зависит от амплитуды. При умеренных амплитудах вынуждающей силы (F_2 на рис. 1) это приводит к *смещению максимума резонансной кривой*. Эффект смещения частоты тем сильнее, чем больше амплитуда колебаний струны. Вследствие этого, начиная с некоторого значения амплитуды силы (F_3 на рис. 1), резонансные кривые «опрокидываются» и приобретают неоднозначную «клювообразную» форму (F_4 на рис. 1). В таком случае в определенном интервале частот стационарная амплитуда вынужденных колебаний оказывается зависящей от предыстории установления колебаний — возникает явление колебательного *гистерезиса*. При увеличении частоты (при подходе к резонансу «слева») амплитуда достигает максимума, после чего почти сразу происходит срыв колебаний (переход $A \rightarrow A'$), а при уменьшении частоты (подходе к резонансу «справа») возникает резкая раскочка колебаний на частоте, меньшей, чем резонансная (переход $B \rightarrow B'$). При этом на плоскости (ν, a) образуется область физически нереализуемых режимов (закрашена серым).

* См. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. — §29.

Приложение 2

Назначение органов управления осциллографа GOS 620

1. Экран осциллографа показан на рис. 1.

POWER (выключатель сетевого питания) — при включении выключателя загорается индикатор под кнопкой «POWER».

INTEN (яркость) — регулирует яркость изображения.

FOCUS (фокус) — регулировка фокуса изображения.

TRACE ROTATION (поворот) — регулировка угла наклона линии развертки изображения относительно линий шкалы экрана.



Рис.1.Экран осциллографа GOS-620.

2. Органы управления развёрткой расположены в блоке «HORIZONTAL» передней панели осциллографа (рис.2)

TIME/DIV — устанавливает коэффициент развёртки от 0,2 мс/дел (микросекунд на деление) до 0,5 с/дел (секунд на деление) 20 ступенями. При переводе в положение **X-Y** (крайнее левое) обеспечивается наблюдение фигур Лиссажу.

SWP.VAR (развертка плавно) — обеспечивает плавную регулировку коэффициента развёртки с перекрытием 2,5 раза в каждом положении переключателя время/дел. **Обратите внимание!** При измерении промежутков времени по расстоянию на экране осциллографа эта ручка должна находиться в *крайнем правом положении (риска CAL)*.

POSITION (положение) — перемещает изображение по горизонтали.

×10 MAG (увеличение в 10 раз) — при нажатой кнопке скорость развёртки увеличивается в 10 раз.



Рис.2. Расположение ручек управления на передней панели осциллографа

3. Органы управления тракта вертикального отклонения (VERTICAL)

CH 1(X) (канал 1) — вход канала 1. В режиме X–Y — входной канал X-оси.

CH 2(Y) (канал 2) — вход канала 2. В режиме X–Y — входной канал Y-оси.

AC–DC–GND — переключатели режима входов усилителя.

DC: открытый вход (на вход усилителя пропускается весь сигнал, включая постоянную составляющую);

AC: закрытый вход (на вход пропускается только переменная составляющая сигнала, то есть последовательно с источником сигнала и осциллографом включается конденсатор емкостью ~ 1 мкФ).

GND: вход усилителя заземлен и отключен от источника сигнала.

POSITION (положение) — регулировка положения лучей обоих каналов по вертикали.

ALT/CHOP — при нажатии на кнопку коммутатор принудительно переключается в режим «попеременный». Происходит одновременная прорисовка обоих каналов — эффект двухлучевого осциллографа. Когда кнопка отжата в двухканальном режиме, режим работы коммутатора выбирается автоматически, исходя из положения ручки время/дел.

INV CH 2 (инвертирование в канале 2) — инвертирование сигнала в канале 2.

VOLTS/DIV (вольт/дел) — дискретные переключатели, устанавливающие коэффициенты отклонения каналов от 5 мВ/дел до 5 В/дел в 10 диапазонах. В середине — ручка плавного изменения коэффициентов отклонения каналов с перекрытием не менее, чем в 2,5 раза в каждом положении переключателей В/дел. Когда ручка вытянута (режим $\times 5$), происходит увеличение размера изображения (чувствительности усилителя) в 5 раз. *Для измерения амплитуд ручка плавной регулировки должна находиться в крайнем левом положении (до щелчка).*

Переключателями **VERTICAL-MODE** устанавливается режим работы для наблюдения двух сигналов одновременно или по очереди:

CH 1: на экране наблюдается сигнал канала 1.

CH 2: на экране наблюдается сигнал канала 2.

DUAL: на экране наблюдаются изображения сигналов обоих каналов.

ADD: На экране наблюдается алгебраическая сумма или разность (при нажатии кнопки **CH 2 INV**) сигналов каналов 1 и 2.

4. Органы управления синхронизации (**TRIGGER**)

TRIG.ALT — при нажатии развертка поочередно синхронизируется сигналом с 1-го и 2-го каналов. В результате на экране осциллографа появляется устойчивая картина 1-го и 2-го каналов.

TRIGGER MODE — выбор режима работы запуска развертки:

AUTO: автоматический режим запуска развертки; используется, если нет сигнала синхронизации, или его частота меньше 25 Гц;

NORM: ждущий режим: развертка запускается только при наличии входного сигнала;

TV-V: синхронизация по вертикали (по кадрам, в работе не используется);

TV-H: синхронизация по горизонтали (по строкам, в работе не используется).

SOURCE (источник) — выбирает режим внутренней и (или) внешней синхронизации:

CH 1 (канал 1) (**X-Y**): развертка синхронизируется сигналом с первого канала.

CH 2 (канал 2): развертка синхронизируется сигналом со второго канала.

LINE (сеть): развёртка синхронизируется от питающей сети переменного напряжения.

EXT (внешний): развёртка синхронизируется внешним сигналом.

LEVEL (уровень) — выбирает уровень исследуемого сигнала, при котором происходит запуск развёртки.

SLOPE (полярность) — переключатель полярности синхронизирующего сигнала:

"+": развёртки синхронизируются положительным перепадом исследуемого сигнала;

"-": развёртки синхронизируются отрицательным перепадом исследуемого сигнала.