ФИО ____________________

группа ____________________

1A	2A	3A	4A	5A	Σ	Оценка

Максимум за задачу — 1 балл. Оценка = [2Σ].

ПОЛУСЕМЕСТРОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

21 октября 2017 г.

Вариант **А**

1А. Точка движется по прямой без начальной скорости, так что в каждый момент времени её среднее ускорение (за всё предшествующее время движения) вдвое меньше мгновенного ускорения: $\overline{a} = a/2$. Найти зависимости координаты $x(t)$ и скорости $v(t)$ точки от времени, если в момент t_0 мгновенное ускорение было равно a_0. Начальная координата $x_0 = 0$.

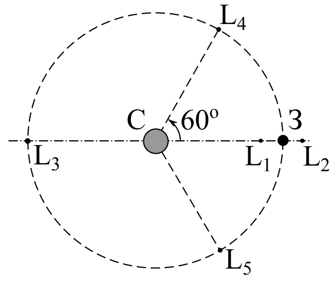
2А. Сила натяжения резинового шнура зависит от его длины ℓ как $T(\ell) = -k\left(\frac{\ell}{\ell_0} - \frac{\ell_0^2}{\ell^2}\right)$, где $\ell_0 = 10$ см — длина в свободном состоянии, $k > 0$ — некоторая константа. Груз массы $m = 100$ г подвешен на шнуре в поле тяжести, и его длина в равновесии равна $\ell_1 = 15$ см. Какую минимальную работу надо совершить, прикладывая к грузу вертикальную силу, чтобы растянуть шнур до $\ell_2 = 20$ см?

3А. Кальмар массы m при движении заполняет свою внутреннюю полость водой, которую почти сразу выбрасывает назад в виде струи, скорость которой относительно стоячей воды постоянна и равна V. Масса воды, прокачиваемой кальмаром через себя в единицу времени, равна μ. Сила лобового сопротивления пропорциональна квадрату скорости кальмара, $F_{\text{тр}} \propto v^2$, а его установившаяся скорость равна v_∞. Считая процесс непрерывным, найти время t_1 разгона кальмара из состояния покоя $v_0 = 0$ до скорости $v_1 = v_\infty/2$.

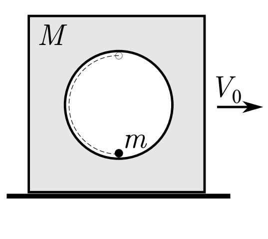
Указание: при вычислении интеграла можно использовать тождество $\frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$.

4А. В системе из двух массивных тел M_1 и M_2 существуют пять точек (см. рис.), называемых точками Лагранжа, в которых третье тело малой массы $m \ll M_1, M_2$ может оставаться неподвижным относительно M_1 и M_2. Точка Лагранжа L_1, расположенная на отрезке между Землёй и Солнцем, используется для размещения космических обсерваторий, наблюдающих за Солнцем. Найти расстояние r_1 от L_1 до Земли. Расстояние Земля–Солнце $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ км, отношение масс $\beta = M_З/M_С \approx 3 \cdot 10^{-6}$.

Указание: $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$, $\forall \alpha$ при $|x| \ll 1$.



5А. Куб массой M, в котором имеется сферическая полость радиусом R, стоит на гладком горизонтальном столе. На дне полости находится маленький шарик массой $m = M/2$. В начальный момент кубу кратковременным ударом сообщили горизонтальную скорость V_0. Найти минимальное V_0, необходимое для того, чтобы шарик затем сделал полный оборот по полости, не оторвавшись в верхней точке. Трением пренебречь.



ФИО ____________________

группа ________________

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	Σ	Оценка

Максимум за задачу — 1 балл. Оценка = [2Σ].

ПОЛУСЕМЕСТРОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

21 октября 2017 г.

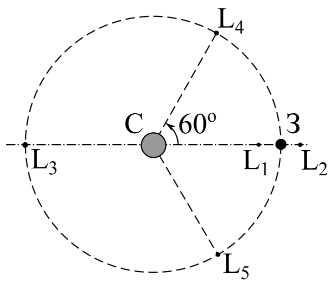
Вариант **Б**

1Б. Точка движется по прямой без начальной скорости так, что в каждый момент времени её мгновенная скорость втрое больше средней скорости за предшествующее время движения: $v = 3\overline{v}$. Найти зависимости координаты $x(t)$ и мгновенного ускорения $a(t)$ точки от времени, если в момент t_0 её мгновенная скорость была равна v_0. Начальная координата $x_0 = 0$.

2Б. Зависимость силы натяжения T резинового шнура от его удлинения $\Delta\ell = \ell - \ell_0$ может быть аппроксимирована формулой $T = -k\Delta\ell\left(1 + 2\frac{\Delta\ell}{\ell_0}\right)$, где $\ell_0 = 8$ см — длина шнура в свободном состоянии, $k > 0$ — некоторая константа. К исходно не растянутому висящему вертикально шнуру подвешивают груз и отпускают без начальной скорости. Найти максимальное удлинение шнура $\Delta\ell_{\max}$ при колебаниях груза, если после того, как колебания прекратились, его удлинение оказалось равно $\Delta\ell_1 = 5$ см.

3Б. Кальмар массы m при движении заполняет свою внутреннюю полость водой, которую почти сразу выбрасывает назад в виде струи, относительная скорость u которой поддерживается постоянной. Масса воды, прокачиваемой кальмаром через себя в единицу времени, равна μ. Считая процесс непрерывным, найти зависимость скорости кальмара от времени $v(t)$ при нулевой начальной скорости. Принять, что сила лобового сопротивления пропорциональна скорости кальмара, $F_{\text{тр}} \propto v$, а его установившаяся скорость равна v_∞.

4Б. В системе из двух массивных тел M_1 и M_2 существуют пять точек, называемых точками Лагранжа, в которых третье тело малой массы $m \ll M_1,M_2$ может оставаться неподвижным относительно M_1 и M_2. Точка Лагранжа L_2, расположенная на линии Солнце–Земля за Землёй (см. рис.), используется для размещения космических телескопов, наблюдающих за Вселенной. Найти расстояние r_2 от L_2 до Земли. Расстояние Земля–Солнце $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ км, отношение масс $\beta = M_{\text{С}}/M_{\text{З}} \approx 3 \cdot 10^5$.
Указание: $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$, $\forall\alpha$ при $|x| \ll 1$.



5Б. Куб массой M стоит на горизонтальном столе, по которому он может скользить без трения. В кубе имеется цилиндрическая полость радиусом R, на дне которой помещен маленький шарик массой $m = M/4$. Какую минимальную начальную скорость v_0 нужно сообщить шарику, чтобы он сделал полный оборот по полости, не оторвавшись в верхней точке?