

ФИО _____

группа _____

1А	2А	3А	4А	5А	Σ	Оценка

Максимум за задачу — 3 очка. Таблица соответствия:

Σ	0-2	3-4	5	6-7	8	9-10	11	12	13-14	15
Оценка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	неуд		удовл		хор			отл		

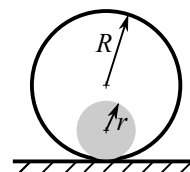
Вариант А

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МЕХАНИКЕ

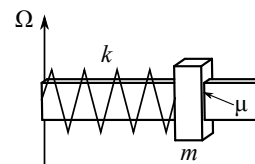
14 января 2013 г.

1А. Гоночный «болид» приводится в движение турбиной с осью перпендикулярной направлению движения, вращающейся в направлении вращения колёс. Скорость вращения турбины $n = 2000$ об/мин. Момент инерции вращающейся части турбины относительно оси вращения $I = 50$ кг · м². Найти обусловленный гироскопическими силами опрокидывающий момент при движении «болида» по плоской круговой траектории радиуса $R = 500$ м со скоростью $V = 200$ км/час.

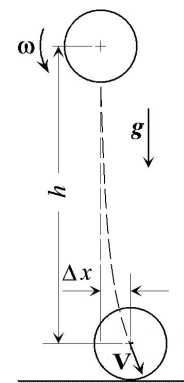
2А. Внутри деревянного шара радиуса $R = 10$ см и плотности $\rho_0 = 0,5$ г/см³ сделана сферическая полость радиуса $r = 4$ см, которая касается поверхности шара (см. рис.). Пустота залита свинцом, плотность которого $\rho_1 = 11,3$ г/см³. Данное устройство (модель «ваньки-встаньки») размещено на горизонтальном столе. Определить период его малых колебаний около положения равновесия. Проскальзывания при колебаниях нет.



3А. Длинная штанга прямоугольного сечения может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её концов (см. рис.). На штангу надета муфта массой $m = 100$ г, прикрепленная к оси вращения с помощью пружины жёсткостью $k = 5 \cdot 10^3$ дин/см. Коэффициент трения муфты о боковые стенки штанги $\mu = 0,2$, верхняя и нижняя стенки гладкие. Штангу раскручивают до постоянной угловой скорости Ω , удерживая муфту, а затем муфту отпускают. Определить, при каких значениях Ω движение муфты вдоль штанги будет колебательным.

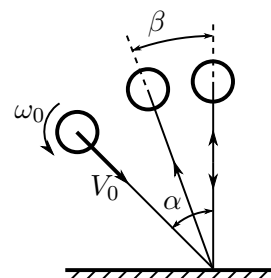


4А. Найти максимальное отклонение Δx от вертикали (см. рис.) свободно падающего с высоты $h = 1$ м цилиндра массы $m = 40$ г, радиуса $R = 2$ см и длины $\ell = 40$ см, если перед сбрасыванием ему была сообщена скорость вращения $n = 72$ об/мин относительно его оси. Лобовым сопротивлением и вертикальной составляющей силы Магнуса по сравнению с весом цилиндра можно пренебречь. Скорость вращения цилиндра считать постоянной.



Примечание: На движущийся в воздухе со скоростью \mathbf{V} и вращающийся относительно своей оси симметрии с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ длинный цилиндр радиуса R ($R \ll \ell$) действует сила (эффект Магнуса), значение которой можно определить по формуле $\mathbf{F} = 2\pi\rho R^2\ell[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}]$, где $\rho = 1,2$ кг/м³ — плотность воздуха.

5А. На горизонтальную шероховатую поверхность под углом $\alpha = 45^\circ$ падает шар радиусом R . Непосредственно перед ударом скорость шара была V_0 и он вращался с угловой скоростью $\omega_0 = 4V_0 \sin \alpha / R$. Ось вращения перпендикулярна плоскости падения. После первого удара шара о поверхность он отскочил вертикально вверх. Определите угол β отскока мяча после второго удара. Принять, что вертикальная составляющая скорости шара при ударе меняет своё направление, но не величину (удар упругий, энергия расходуется только на трение). Коэффициент трения шара о поверхность не меняется в процессе соударений.



ФИО _____

группа _____

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	Σ	Оценка

Максимум за задачу — 3 очка. Таблица соответствия:

Σ	0-2	3-4	5	6-7	8	9-10	11	12	13-14	15
Оценка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	неуд		удовл		хор			отл		

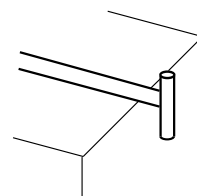
Вариант Б

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МЕХАНИКЕ

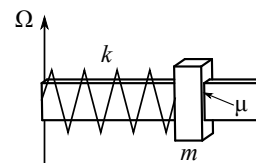
14 января 2013 г.

1Б. Колёсная тележка железнодорожного вагона представляет собой соединённые осью длиной $\ell = 1,58$ м два колеса диаметром $D = 0,96$ м с суммарным моментом инерции $I = 500$ кг · м². Найти разность вертикальных сил давления колёс на рельсы при движении поезда по горизонтальной поверхности со скоростью $V = 60$ км/час, если железнодорожный путь имеет радиус кривизны $R = 250$ м. Центробежные силы не влияют на искомый результат из-за поперечного наклона железнодорожного полотна.

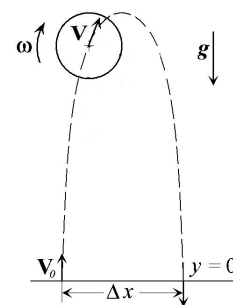
2Б. На горизонтальном столе лежит трость, рукоятка которой находится вне стола (см. рис.). Найти период малых колебаний трости, считая что она представляет собой однородный цилиндр (ствол трости) радиуса $r = 1$ см и длины $\ell = 1$ м, к торцу которого перпендикулярно прикреплена цилиндрическая рукоятка, сделанная из того же материала, радиус которой также $r = 1$ см, а длина $h = 12$ см. Рукоятка закреплена так, что в равновесии её центр масс находится на уровне поверхности стола. Проскальзывания при колебаниях нет.



3Б. Длинная штанга прямоугольного сечения вращается в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью $\Omega = 5$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её концов (см. рис.). На штангу надета муфта массой $m = 100$ г, прикрепленная к оси вращения с помощью пружины жёсткостью $k = 5 \cdot 10^3$ дин/см. Коэффициент трения муфты о боковые стенки штанги $\mu = 0,2$, верхняя и нижняя стенки гладкие. Определить период колебаний и характерное время затухания колебаний муфты.



4Б. Подброшенный вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 3$ м/с и вращающийся вокруг горизонтальной оси цилиндр массы $m = 30$ г, радиуса $R = 2$ см, длины $\ell = 30$ см после падения сместился на $\Delta x = 4$ см (см. рис.). Найти угловую скорость вращения цилиндра ω , полагая, что лобовым сопротивлением и вертикальной составляющей силы Магнуса по сравнению с весом цилиндра можно пренебречь. Скорость вращения цилиндра считать постоянной.



Примечание: На движущийся в воздухе со скоростью \mathbf{V} и вращающийся относительно своей оси симметрии с угловой скоростью ω длинный цилиндр радиуса R ($R \ll \ell$) действует сила (эффект Магнуса), значение которой можно определить по формуле $\mathbf{F} = 2\pi\rho R^2\ell[\omega \times \mathbf{V}]$, где $\rho = 1,2$ кг/м³ — плотность воздуха.

5Б. По горизонтальной ледяной поверхности без трения скользит вращающаяся цилиндрическая шайба радиуса R . Шайба последовательно ударяется о два параллельных шероховатых вертикальных бортика. Угол падения при первом ударе равен $\alpha = 45^\circ$, при этом непосредственно перед ударом скорость шайбы равна V_0 , а угловая скорость её вращения $\omega_0 = 3V_0 \sin \alpha / R$. После первого удара шайба отскочила перпендикулярно бортику. Определите угол β отскока шайбы от второго бортика. Принять, что при ударе составляющая скорости шайбы, перпендикулярная бортику, меняет своё направление, но не величину (удар упругий, энергия расходуется только на трение). Коэффициенты трения шайбы о поверхность обоих бортиков равны и не меняются в процессе соударений.

