

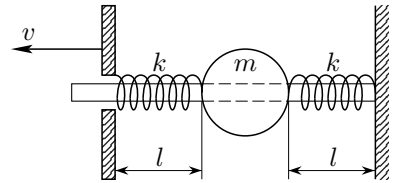
## Экзамен 2005/2006 учебного года. Вариант А

**1А.** На шкив радиуса  $r = 1$  см крестообразного крутильного маятника намотана нить, к которой подвешен груз массы  $m = 100$  г. Груз из состояния покоя опускается с высоты  $h_1 = 108$  см за время  $t_1 = 5,4$  с до нижнего положения, раскручивая «крест», и затем, продолжая движение, поднимается и останавливается на высоте  $h_2 = 96$  см. Какое время  $t_2$  он затрачивает на подъём? На какую высоту  $h_3$  поднимется груз после спуска из положения  $h_2$ ? Чему равен момент инерции маятника? Считать, что трение в оси не зависит от скорости. Потерями энергии во время рывка в нижнем положении груза пренебречь. Отсчёт высоты производится от места рывка.

**2А.** Проволочное кольцо радиуса  $r = 10$  см вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца и лежащей в его плоскости. Надетая на него бусинка в положении равновесия находится в точке, отстоящей на угол  $\varphi$  от нижней точки кольца. При каких значениях угловой скорости вращения кольца  $\Omega$  это возможно? Найти значение  $\Omega$ , при котором частота малых колебаний бусинки около положения равновесия  $\omega = \Omega/2$ . Бусинка может скользить по кольцу без трения.

**3А.** Барабан центрифуги цилиндрической формы радиусом  $R = 100$  мм вращается с частотой  $n = 400$  об/с. Насколько увеличился при вращении диаметр тонкостенного барабана, если модуль упругости стали, из которой он сделан, равен  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па, а плотность стали  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Какую прочность  $\sigma_{пр}$  должна иметь сталь, чтобы барабан не разрушился?

**4А.** К грузу массой  $m = 900$  г, надетому на гладкий горизонтальный стержень, с разных сторон прикреплены две одинаковые лёгкие пружины. Другие концы пружин прикреплены к стенкам так, как указано на рисунке. Длина пружин равна  $l = 40$  см и в начальный момент пружины не деформированы. В момент  $t = 0$  левая стенка начинает двигаться влево с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с. Чему равна жёсткость  $k$  пружин, если за время перемещения стенки на  $l/2$  скорость груза монотонно возросла до значения  $V = 25$  см/с?



**5А.** Скопления звёзд образуют бесстолкновительные системы — галактики, в которых звёзды движутся по окружностям вокруг оси симметрии системы. В некоторых галактиках (например, NGC 801), состоящих из скопления в виде сферы (ядра с радиусом  $r_{я} = 5$  кпк) с равномерным распределением звёзд и тонкого диска из звёзд (с пренебрежимо малой по сравнению с ядром массой), обнаружено, что линейная скорость движения звёзд в диске (равная  $v_0 = 200$  км/с) на краю ядра и на расстоянии  $10r_{я}$  от центра одна и та же. Такое

явление может быть объяснено наличием несветящейся массы («тёмной материи»), распределённой вне ядра галактики с постоянной плотностью. Найти среднюю плотность ядра  $\rho_{\text{я}}$  и «тёмной материи»  $\rho_{\text{т}}$ , соотношение между массой ядра  $M_{\text{я}}$ , и массой «тёмной материи»  $M_{\text{т}}$ , влияющей на движение звёзд в диске, а также вычислить максимальное отклонение  $\Delta v$  скорости движения  $v(r)$  звёзд в диске от  $v_0$  в интервале  $r_{\text{я}} - 10r_{\text{я}}$ . (1 кпк = 1 килопарсек =  $3,1 \cdot 10^{16}$  км).

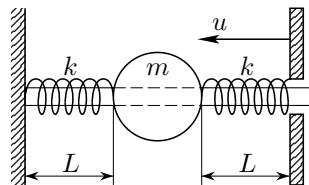
## Экзамен 2005/2006 учебного года. Вариант Б

**1Б.** На шкив радиуса  $r = 2$  см крестообразного крутильного маятника намотана нить, к которой подвешен груз массы  $m = 200$  г. Груз из состояния покоя опускается с высоты  $h_1 = 112$  см за время  $t_1 = 6,4$  с до нижнего положения, раскручивая «крест», и затем, продолжая движение, поднимается и останавливается на высоте  $h_2$ , затрачивая на подъём время  $t_2 = 5,6$  с. Определить высоту  $h_2$ . На какую высоту  $h_3$  поднимется груз после спуска из положения  $h_2$ ? Вычислить момент инерции маятника. Считать, что трение в оси не зависит от скорости. Потерями энергии во время рывка в нижнем положении груза пренебречь. Отсчёт высоты производится от места рывка.

**2Б.** Проволочное кольцо радиуса  $r = 10$  см вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца и лежащей в его плоскости, с постоянной угловой скоростью  $\Omega = 5 \text{ с}^{-1}$ . Определить период  $T$  малых колебаний надетой на него лёгкой бусинки и её равновесное местоположение на кольце, для которого такие колебания возможны. Бусинка может скользить по кольцу без трения.

**3Б.** При испытаниях центрифуги цилиндрической формы радиусом  $R = 50$  мм барабан увеличил свой диаметр на  $\alpha = 0,02\%$  при вращении со скоростью  $n_1 = 230$  об/с и разрушился при  $n_2 = 450$  об/с. Определить модуль упругости и предел прочности материала, из которого сделан барабан, если его плотность  $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$ . Считать, что толщина барабана мала по сравнению с его диаметром.

**4Б.** К грузу, надетому на гладкий горизонтальный стержень, с разных сторон прикреплены две одинаковые лёгкие пружины жёсткостью  $k = 300 \text{ Н/м}$ . Другие концы пружин прикреплены к стенкам так, как указано на рисунке. Длина пружин равна  $L = 0,5$  м и в начальный момент пружины не деформированы. В момент  $t = 0$  правая стенка начинает двигаться влево с постоянной скоростью  $u = 40 \text{ см/с}$ . Чему равна масса груза  $m$ , если за время перемещения стенки на расстояние  $L$  скорость груза монотонно возрастала вплоть до значения  $v = 10 \text{ см/с}$ ?



**5Б.** Скопления звёзд образуют бесстолкновительные системы — галактики, в которых звёзды движутся по окружностям вокруг оси симметрии системы. В некоторых галактиках (например, NGC 2885), состоящих из скопления в виде сферы (ядра с радиусом  $r_{\text{я}} = 4$  кпк) с равномерным распределением звёзд и тонкого диска из звёзд (с пренебрежимо малой по сравнению с ядром массой), обнаружено, что линейная скорость движения звёзд в диске не зависит от расстояния до центра галактики. От края ядра и вплоть до конца диска на расстоянии  $15r_{\text{я}}$  от центра галактики скорость равна  $v_0 = 240$  км/с. Такое явление может быть объяснено наличием несветящейся массы («тёмной материи»), распределённой сферически симметрично относительно центра галактики вне её ядра. Определить массу ядра галактики  $M_{\text{я}}$  и среднюю плотность его вещества  $\rho_{\text{я}}$ . Найти зависимость плотности «тёмной материи»  $\rho_{\text{т}}(r)$  от расстояния от центра галактики и соотношение между массой ядра  $M_{\text{я}}$  и массой «тёмной материи»  $M_{\text{т}}$ , влияющей на движение звёзд в диске. (1 кпк = 1 килопарсек =  $3,1 \cdot 10^{16}$  км).