

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для поступающих в магистратуру в 2006 году

1. Используя теорию вычетов, найти интеграл

$$\oint_{|z|=3} \frac{z}{z+1} \cos \frac{z-3}{z} dz.$$

2. Решить задачу Коши

$$u_{tt} = \Delta u + y \sin x, \quad u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = xy^3,$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$ .

3. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a} = (3y + z; x; y)$  по контуру

$$\Gamma = \{(x, y, z) \mid y^2 + z^2 = 4, x + 3z = 1\},$$

ориентированному положительно относительно нормали  $\vec{n} = (1; 0; 3)$ .

4. Исследовать функциональный ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left( \frac{nx}{n^3 + x^3} \right)$$

на поточечную и равномерную сходимость на множествах  $(0, 1)$  и  $(1, +\infty)$ .

5. Линейное преобразование двумерного линейного пространства в базисе  $e_1, e_2$  имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу  $A'$  этого преобразования в базисе  $e'_1, e'_2$ , если  $e'_1 = 2e_1 - e_2$ ,  $e'_2 = e_1 - e_2$ .