

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для поступающих на четвертый курс

1. Для задачи на условный экстремум функции $f(x, y) = 2x + y^2$ при условии $x^2 + 2y = 3$ найти стационарные точки функции Лагранжа и проверить в них достаточные условия локального условного экстремума второго порядка.
2. Вычислить поверхностный интеграл

$$\int_S y^2 dS,$$

где поверхность $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z = x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$.

3. Решить задачу Коши

$$y^3(x)y''(x) = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

4. Применяя теорию вычетов, найти интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{z dz}{\cos \frac{1}{z}}.$$

5. Решить задачу Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^2

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + tx^2, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = xy, \quad u_t|_{t=0} = y^2.$$

Задачи для поступающих на четвертый курс для переводников и восстанавливающихся

1. В классической задаче на условный экстремум для функции нескольких вещественных переменных найти стационарные точки функции Лагранжа и проверить в них достаточные условия локального условного экстремума второго порядка.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого или второго рода.
3. Решить задачу Коши для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка.
4. Применяя теорию вычетов, найти комплексный интеграл по замкнутой ориентированной кривой.
5. Решить задачу Коши для волнового уравнения на плоскости.

На решение этих задач отводится два астрономических часа.