

В 2017-18 учебном году доцент кафедры высшей математики А.В. Ершов читает спецкурс

## “Гомологическая алгебра и теория категорий”

Лекции в осеннем семестре будут проходить по средам с 17:05 в аудитории 526  
Главного корпуса МФТИ.

Примерная программа на осень:

Определение категории, малой категории. Примеры категорий.

Типы морфизмов: мономорфизмы, эпиморфизмы, изоморфизмы.

Сумма и произведение в категории. Универсальные объекты, их единственность с точностью до канонического изоморфизма. Примеры универсальных объектов.

Функторы, их примеры. Предпучки. Забывающие функторы и функторы свободы. Полные и строгие функторы.

Естественные преобразования (морфизмы функторов). Примеры.

Эквивалентность категорий, критерий эквивалентности. Примеры эквивалентных категорий.

Представимые функторы, примеры. Лемма Йонеды. Применение к определению характеристических классов векторных расслоений и когомологических операций.

Группы и когруппы в категориях. Структурное и диаграммное определения, их эквивалентность. Примеры групповых и когрупповых объектов из алгебры и алгебраической топологии.

Пределы и копределы, их частные случаи: декартовы и кодекартовы квадраты, уравнители и коуравнители, прямые и обратные пределы. Примеры для разных категорий.

Сопряженные функторы, их свойства. Примеры сопряженных функторов.

Категория модулей над кольцом. Тензорные произведения модулей.

Точность функторов на категории модулей над кольцом. Точность слева функторов  $\text{Hom}(A, \bullet)$  и  $\text{Hom}(\bullet, A)$ , точность справа функтора  $A \otimes \bullet$ .

Проективные, инъективные и плоские модули. Их свойства, критерии проективности, инъективности и плоскости. В категории модулей над кольцом достаточно проективных и инъективных объектов.

Комплексы и проективные резольвенты. Теорема сравнения (единственность резольвент с точностью до гомотопии).

Определение функторов  $\text{Ext}$  и  $\text{Tor}$ , их первые свойства.

Точная последовательность гомологий, ассоциированная с короткой точной последовательностью цепных комплексов. Длинные точные последовательности для функторов  $\text{Ext}$  и  $\text{Tor}$ .

Плоские и инъективные резольвенты. Новые определения функторов  $\text{Ext}$  и  $\text{Tor}$ , их эквивалентность старым и следствия.

Основная литература:

Маклейн С. Категории для работающего математика, М.: ФИЗМАТЛИТ 2004  
Osborne, M. Scott Basic Homological Algebra, Springer-Verlag New York 2000

Дополнительная литература:

Гельфанд С.И., Манин Ю.И. Методы гомологической алгебры (том I), М.: Наука, 1988  
Маклейн С. Гомология, М.: Мир, 1966  
Hilton P.J., Stammbach U. A Course in Homological Algebra, Springer, 1997  
Weibel Ch. An introduction to Homological Algebra, Cambridge University Press, 1994