

Математические основания квантовой механики.

Программа курса лекций Г.Г. Амосова

С точки зрения автора программы, главной математической основой квантовой механики является спектральная теорема. К большому сожалению, данная теорема, как правило, не входит в курс лекций, читаемых для студентов-физиков. С другой стороны, студентам-математикам не объясняется её смысл с точки зрения квантовой механики. Предлагаемый курс предназначен, прежде всего, для заполнения этого пробела. В конце курса предполагается коснуться теории некоммутативных операторных графов и рассказать о их связи с квантовыми кодами, исправляющими ошибки.

1. Борелевские меры μ на действительной прямой. Разложение μ в сумму непрерывной, точечной и сингулярной составляющей. Регулярные меры μ . Пространство непрерывных функций с компактным носителем $C(X)$ на локально компактном Хаусдорфовом пространстве X . Теорема Рисса-Маркова-Какутани.

2. Операторы Гильберта-Шмидта и ядерные операторы в гильбертовом пространстве. Спектральное разложение. Теорема Лидского.

3. Меры на решетке ортогональных проекторов. Теорема Глизона.

4. Проекторнозначные меры. Положительные операторнозначные меры. Теорема Наймарка о дилатации.

5. Аксиоматика Макки квантовой механики. Квантовые состояния и измерения.

6. Проекторы как квантовые события. Квантовые состояния, ассоциированные с мерами на проекторах.

7. Измерения, ассоциированное с наблюдаемыми (самосопряженными операторами) в силу спектральной теоремы.

8. Пространство волновых функций $L^2(\mu)$, ассоциированных с квантовой наблюдаемой. Формула Борна. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса.

9. Квантовые случайные величины. Рандомизация. Теорема Холево об общем виде измерения.

10. Соотношение неопределенностей Шредингера-Робертсона для измерений с конечными вторыми моментами.

11. Тензорные произведения гильбертовых пространств. Составные квантовые системы. Сцепленные и сепарабельные состояния.

12. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони. Граница Цирельсона.

13. Квантовые каналы передачи информации. Разложение Крауса. Кодирование и декодирование классической и квантовой информации.

14. Линейные пространства, состоящие из ограниченных операторов в гильбертовом пространстве. Теорема об общем виде некоммутативного операторного графа, ассоциированного с квантовым каналом.

15. Квантовые коды, исправляющие ошибки. Квантовые антиклики.

Литература.

1. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977.
2. И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.
3. Дж. Макки. Лекции по математическим основам квантовой механики. М.: Мир, 1965.
4. И. фон Нейман. Математические основания квантовой механики. М.: Наука, 1964.
5. А.С. Холево. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980.
6. А.С. Холево. Квантовые системы, каналы, информация. М.: МЦНМО, 2010.
7. B.S. Cirel'son. Quantum generalizations of Bell's inequality. Lett. Math. Phys. 4:2 (1980) 93–100.
8. E. Knill, R. Laflamme. Theory of quantum error-correcting codes. Phys. Rev. A 55 (1997) 900–911.
9. N. Weaver. "Quantum" Ramsey theorem for operator systems. <https://arxiv.org/pdf/1601.01259v2.pdf> (2016).