

# Дополнительные главы алгебры

И.В. Каржеманов

В курсе будет рассказано про основные понятия и методы в алгебре. Курс будет сопровождаться примерами и задачами для самостоятельного решения. Спецкурс будет проходить по понедельникам, с 13:55 до 15:20, в аудитории 414 ГК.

## I. Теория групп:

- 1) Общие понятия теории групп: действие на множестве, орбиты, стабилизатор; подгруппа, классы смежности, классы сопряженности; гомоморфизм, ядро и образ, нормальная подгруппа. Основные теоремы: формула разложения на орбиты, следствия из нее, теоремы о гомоморфизме.
- 2) Силовские подгруппы и теоремы Силова. Строение конечнопорожденных абелевых групп.
- 3) Коммутант, разрешимая группа, условия (не) разрешимости. Пример с группами  $S_n$  и  $A_n$ .
- 4) Теория представлений конечных групп: полная приводимость, лемма Шура, характеры, соотношение ортогональности, теорема Бернсайда.

## II. Кольца и модули:

- 1) Общие понятия теории коммутативных колец: гомоморфизмы, идеалы; делители нуля, локализация; факториальные кольца; нетеровость. Основные теоремы: существование максимальных идеалов, китайская теорема об остатках, факториальность кольца главных идеалов, теорема Гильберта.
- 2) Модули: основные определения, операции с модулями (факторы, тензорное/внешнее/симметрическое произведения); теорема Жордана–Гельдера; модули над кольцом главных идеалов (“жорданова нормальная форма”); полупростые кольца и их представления.
- 3) Некоторые вспомогательные алгебраические конструкции: гомологии, группа Брауэра, кольцо Гротендика.

## Литература

С. Ленг, *Алгебра*, М.: Наука, 1965.

И.Р. Шафаревич, *Основные понятия алгебры*, Алгебра – 1, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 11, ВИНТИ, М., 1986, 5 – 279.