

Научный семинар кафедры высшей математики

14 апреля 2016 г. в 17.05 435 ГК

Контрпримеры к топологической гипотезе Тверберга.

А. Скопенков, <http://www.mcsme.ru/~skopenko/>

Теорема Радона утверждает:

любые $d + 2$ точки в \mathbb{R}^d можно разбить на два множества, выпуклые оболочки которых пересекаются.

Ее обобщает теорема Тверберга:

любые $(d+1)(r-1)+1$ точки в \mathbb{R}^d можно разбить на r множеств, выпуклые оболочки которых имеют общую точку.

Теоремы Тверберга и Борсука-Улама обобщает следующая гипотеза.

Топологическая гипотеза Тверберга. *Для любых целых $r, d > 0$ и непрерывного отображения $(d+1)(r-1)$ -мерного симплекса в \mathbb{R}^d существуют r попарно непересекающиеся грани симплекса, образы которых имеют общую точку.*

Эта гипотеза доказана в случае, когда r — степень простого. В докладе будет рассказано о контрпримерах для других r , полученных в 2015 году (Аввакумов, Вагнер, Мабийяр, Озайдын, Фрик и докладчик). Они основаны на следующих результатах.

Отображение $f : K \rightarrow \mathbb{R}^m$ комплекса K называется r -почти вложением, если f -образы любых r попарно непересекающихся симплексов не имеют общей точки.

Отображение $f : K \rightarrow \mathbb{R}^{kr}$ комплекса K размерности $k(r-1)$ называется r -почти \mathbb{Z} -вложением, если f -образы любых r попарно непересекающихся симплексов пересекаются в нулевом числе точек с учетом знака (для некоторых ориентаций на этих симплексах).

Теорема. *Пусть r не степень простого. Тогда любой $k(r-1)$ -мерный комплекс r -почти \mathbb{Z} -вложим в \mathbb{R}^{kr} . (Озайдын)*

Теорема. (а) *Если $k \geq 3$ и $k(r-1)$ -мерный комплекс r -почти \mathbb{Z} -вложим в \mathbb{R}^{kr} , то он r -почти вложим в \mathbb{R}^{rk} . (Мабийяр-Вагнер, 2015)*

(б) *Если $r \geq 3$ и $2(r-1)$ -мерный комплекс r -почти \mathbb{Z} -вложим в \mathbb{R}^{2r} , то он r -почти вложим в \mathbb{R}^{2r} . (Аввакумов-Мабийяр-Скопенков-Вагнер, 2015)*

Доказательство этих теоремы основано на обобщении метода устранения самопересечений (трюка Уитни) для точек кратности r и для коразмерности 2.