

СТОНЯКИН Ф. С. (к. ф.-м.н., доцент)

ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет
имени В. И. Вернадского» (г. Симферополь)

Некоторые проблемы анализа в абстрактных выпуклых конусах с нормой

На базе свойства функциональной отделимости элементов выделен специальный класс абстрактных выпуклых *отделимых* нормированных конусов и доказана их метризуемость. Отметим, что класс отделимых нормированных конусов который включает в себя конусы в нормированных пространствах, а также в пространствах с несимметричной нормой. Показано, что отделимые нормированные конусы, вообще говоря, не вложены линейно изометрично ни в какое нормированное пространство. Получен аналог теоремы Банаха-Мазура о сублинейном вложении отделимого нормированного конуса в конус вещественных неотрицательных непрерывных функций на отрезке $[0;1]$ с обычной супремум-нормой. С использованием этого результата доказано существование счётного тотального множества линейных ограниченных функционалов в специальном классе отделимых нормированных конусов.

Введены сублинейные аналоги слабых топологий в выпуклых конусах с нормой конусах, а также получен соответствующий сублинейный аналог теоремы Банаха-Алаоглу о компактности единичного шара. Выделен соответствующий класс рефлексивных нормированных конусов. Оказывается, что в отличие от нормированных пространств топологическая неэквивалентность нормированных конусов в конечномерных пространствах порождает возможность существования нерелексивного нормированного конуса даже в двумерном пространстве. Тем не менее, свойства метризуемости и полноты слабой топологии выполняются в довольно широком классе нормированных конусов в конечномерных пространствах, что указывает на интерес дальнейшего исследования введённого класса рефлексивных конусов.

Рассмотрены приложения к проблематике разрешимости экстремальных задач, среди которых аналоги задачи о наилучшем приближении с точки зрения расстояния в нормированном конусе.