

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
и экономическому развитию  
Д.А. Зубцов  
27 июня 2016 г.

## ПРОГРАММА И ЗАДАНИЯ

по дисциплине:	<u>Аналитическая геометрия</u>	
по направлению подготовки	<u>03.03.01 «Прикладная математика и физика»</u>	
факультеты:	<u>для всех факультетов (кроме ФИВТ, ФНБИК)</u>	
кафедра:	<u>высшей математики</u>	
курс:	<u>I</u>	
семестр:	<u>1</u>	
Трудоёмкость:	<u>базовая часть — 3 зач. ед.</u>	
лекции:	<u>30 часов</u>	
практические (семинарские) занятия:	<u>30 часов</u>	<u>Экзамен — 1 семестр</u>
лабораторные занятия:	<u>нет</u>	<u>Самостоятельная работа — 45 часов</u>
<b>ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ</b>	<b>—</b>	<b><u>60</u></b>

Программу составили:

Д.В. Беклемишев, д.п.н., профессор

А.Н. Бурмистров, к.ф.-м.н., доц.

П.А. Кожевников, к.ф.-м.н., доцент

О.К. Подлипский, к.ф.-м.н., доцент

И.А. Чубаров, к.ф.-м.н., доцент

Программа принята на заседании кафедры  
высшей математики 21 апреля 2016 г.

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., проф. Г.Е. Иванов

1. Матрицы. Операции сложения и умножения матриц на числа. Детерминанты (определители) квадратных матриц 2-го и 3-го порядков.
2. Векторы и действия над ними. Операции сложения векторов и умножения на числа, их свойства. Понятие о линейных пространствах и их основных свойствах.
3. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис, координаты векторов в базисе. Координатное представление векторов. Операции с векторами в координатном представлении. Изменение координат вектора при замене базиса. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатной форме.
4. Общая декартова и прямоугольная системы координат. Изменение координат точки при замене системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Формулы перехода между прямоугольными системами координат на плоскости.
5. Ортогональные проекции векторов и их свойства. Скалярное произведение, его свойства, выражение в координатах. Геометрический смысл скалярного произведения. Формулы для определения расстояния между двумя точками и угла между двумя направлениями.
6. Ориентированные тройки векторов. Векторное произведение, его свойства, выражение в ортонормированном базисе. Условие коллинеарности векторов. Геометрический смысл векторного произведения. Выражение векторного произведения в произвольном базисе. Формула двойного векторного произведения.
7. Смешанное произведение векторов, его свойства, выражение в произвольном и ортонормированном базисах. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности векторов. Взаимный базис.
8. Координатное задание линий на плоскости, поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка алгебраических линий на плоскости при замене декартовой системы координат. Координатное задание линий в пространстве. Инвариантность порядка алгебраических линий и поверхностей в пространстве при замене декартовой системы координат. Координатное задание фигур на плоскости и тел в пространстве.
9. Прямая на плоскости и в пространстве. Способы задания пря-

мой на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости в пространстве. Позиционные и метрические задачи о прямых и плоскостях в пространстве. Перевод одной формы описания прямых и плоскостей в пространстве в другую форму. Пучок прямых. Пучок и связка плоскостей.

10. Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости. Их классификация. Приведение уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду. Центральные линии. Инварианты. Сопряженные диаметры. Асимптотические направления. Понятие об аффинной классификации.
11. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Центральные линии.
12. Эллипсоиды, гиперboloиды и параболоиды. Их основные свойства. Прямолинейные образующие. Цилиндры и конусы. Поверхности вращения. Классификация и канонические уравнения алгебраических поверхностей 2-го порядка.
13. Отображения и преобразования плоскости. Композиция (произведение) отображений. Взаимно однозначное (биективное) отображение. Обратное отображение. Линейные преобразования плоскости и их свойства. Координатное представление линейных преобразований плоскости.
14. Аффинные преобразования и их свойства. Главные направления аффинного преобразования и их нахождение. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования. Аффинная классификация линий 2-го порядка на плоскости.
15. Ортогональные преобразования и их свойства. Разложение аффинного преобразования в произведение ортогонального и двух сжатий.
16. Понятие о группе. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.
17. Умножение и обращение матриц, Ортогональные матрицы. Элементарные преобразования матриц, Матричная форма элементарных преобразований.
18. Определение и основные свойства детерминантов (определителей) матриц. Миноры, алгебраические дополнения, разложение детерминанта (определителя) по элементам строки или столбца. Формула полного разложения детерминанта (определителя)

и ее следствия. Детерминант (определитель) произведения матриц.

### Литература

1. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – 10-е изд. – М.: Наука, 2003.
2. *Умнов А.Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: МФТИ, 2011, <http://www.umnov.ru>.
3. *Чезлов В.И.* Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: МФТИ, 2005.
4. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. – М.: Физматлит, 2004.

## З А Д А Н И Я

Цитируется: *Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – 3-е изд. – СПб.: Лань, 2008.

### ЗАМЕЧАНИЯ

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные звёздочкой (\*), являются необязательными.

## ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 3–8 октября)

### I. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений. Правило Крамера

14.4(2,3,5); 14.7(7); 15.2(1); 15.5(1,2,3).

**T.1.** Вычислить  $A_{131}^T \cdot (A_{212} + A_{217}) \cdot c_{63}$ .

17.2(1,3).

### II. II. Векторы

1.3; 1.6; 1.11(1,2); 1.17; 1.21; 1.24(1,2); 1.36; 1.38; 1.50; 1.51.

**T.2.** В пространстве заданы четыре различные точки  $A, B, C$  и  $D$ .  
Найти все такие точки  $O$ , что  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

### III. III. Скалярное, векторное и смешанное произведение.

2.7(5); 2.21; 2.25; 2.27(1); 2.30; 2.32; 2.45.

3.1(1); 3.8; 3.12; 3.13(1,2); 3.16; 3.20; 3.23; 3.25; 3.28; 3.31; 3.30\*; 3.33.

**Т.3\*** Дана четырехугольная пирамида  $OABCD$ , где  $O$  — вершина,  $ABCD$  — параллелограмм. Известно, что плоскости  $OAC$  и  $OBD$  перпендикулярны. Доказать, что суммы квадратов площадей противоположных боковых граней равны между собой:  
 $S_{OAB}^2 + S_{OCD}^2 = S_{OBC}^2 + S_{OAD}^2$ .

#### IV. IV. Замена базиса и системы координат

4.5; 4.14; 4.19; 4.24\*.

**Т.4\*** На сторонах  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $M$  и  $N$  соответственно. Известно, что  $|BM| : |MC| = 2 : 3$  и  $|AN| : |NC| = 1 : 5$ . Пусть  $O$  — точка пересечения отрезков  $AM$  и  $BN$ . Найти координаты точки  $P$  в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ , если  $(x', y')$  — координаты точки  $P$  в системе  $O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ . 46+4\*

#### Рекомендации по решению первого домашнего задания по неделям

- 1 неделя** 14.4(2,3,5); 14.7(7); 15.2(1); 15.5(1,2,3); **Т.1**; 17.2(1,3).  
**2 неделя** 1.3; 1.6; 1.11(1,2); 1.17; 1.21; 1.24(1,2); 1.36; 1.38; 1.50; 1.51; **Т.2**.  
**3 неделя** 2.7(5); 2.21; 2.25; 2.27(1); 2.30; 2.32; 2.45; 3.1(1); 3.8; 3.12; 3.13(1,2).  
**4 неделя** 3.16; 3.20; 3.23; 3.25; 3.28; 3.31; 3.30\*; 3.33; **Т.3\***; 4.5; 4.14; 4.19; 4.24\*; **Т.4\***.

## ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 14–19 ноября)

### I. Прямая и плоскость

5.4; 6.1; 6.3; 6.9; 6.10(1,3,4); 6.11(3,4,8,9\*); 6.12\*.  
 5.7; 5.19; 6.15; 6.16; 6.25(5); 6.29(1); 6.38(1); 6.40.  
 5.36; 5.54; 6.60; 6.62(1); 6.74(1,3,5); 6.80; 6.73(1).

**Т.5\*** В общей декартовой системе координат  $O, e_1, e_2, e_3$  дана плоскость  $ax + by + cz + d = 0$ . Найти нормальный вектор плоскости.

### II. Линии второго порядка

9.1(2); 9.4(3,7,8,11); 9.19(2,3).

**Т.6\*** Для кривой из задачи 9.4(7) найдите уравнение прямой, содержащей середины хорд, параллельных прямой  $x + 2y + 1 = 0$ . Проверьте, что обе прямые проходят через центр кривой.

**Т.7.** Найдите фокусы и директрисы кривой из задачи 9.4(7).

7.25(1); 7.26(4); 7.38(6); 7.41(1); 7.49(1); 7.54(2); 7.56; 7.64\*.

8.6(1,2); 8.9(4); 8.14(2); 8.25(2); 8.28(2); 8.29(1)\*; 8.33\*.

**Т.8\*** Найдите множество точек, получаемых при отражении фокуса параболы относительно ее касательных.

**Т.9\*** Докажите, что эллипсы, гиперболы или параболы с одним эксцентриситетом подобны, а с разными эксцентриситетами — не подобны.

48+9\*

**Рекомендации по решению  
второго домашнего задания по неделям**

**1 неделя** 5.4; 6.1; 6.3; 6.9; 6.10(1,3,4); 6.11(3,4,8,9\*); 6.12\*.

**2 неделя** 5.7; 5.19; 6.15; 6.16; 6.25(5); 6.29(1); 6.38(1); 6.40; 5.36; 5.54; 6.60; 6.62(1).

**3 неделя** 6.74(1,3,5); 6.80; 6.73(1); **Т.1\***; 9.1(2); 9.4(3,7,8,11); 9.19(2,3); **Т.2\***.

**4 неделя** **Т.3**; 7.25(1); 7.26(4); 7.38(6); 7.41(1); 7.49(1); 7.54(2); 7.56; 7.64\*.

**5 неделя** 8.6(1,2); 8.9(4); 8.14(2); 8.25(2); 8.28(2); 8.29(1)\*; 8.33\*; **Т.4\***; **Т.5\***.

**ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ**

(срок сдачи 19–24 декабря)

**I. Поверхности второго порядка**

10.3(6,9,12).

10.9(1); 10.32; 10.38; 10.39; 10.40.

10.15; 10.65(1); 10.82.

**Т.10.** Найдите уравнение плоскости, которая пересекает поверхность  $2xy = 3z$  по паре прямых, проходящих через точку (3,1,2).

**Т.11\*** Определите тип кривой, получаемой в сечении гиперboloида  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  плоскостью  $z = ky + 1$  в зависимости от  $k$ .

**II. Аффинные преобразования плоскости**

12.28(1,2\*,3); 9.13(2,3,4); 12.32.

12.40(1); 12.47(1); 12.53(2,6,9); 12.82(7).

**Т.12.** Для аффинного преобразования  $f$ , заданного формулами

$$x^* = 7x - 2y + 3, \quad y^* = 12x - 3y + 6,$$

найти:

- а) площадь образа круга радиуса 1;
- б) площадь прообраза круга радиуса 1;
- в) все неподвижные точки;
- г) все инвариантные прямые.

**Т.13\*** Найдите все аффинные преобразования, которые переводят окружность  $x^2 + y^2 = 1$  в себя, а точку  $(1; 0)$  — в точку  $(3/5; 4/5)$ .

**Т.14\*** Найдите всевозможные аффинные преобразования плоскости, при которых гипербола  $xy = 1$  переходит в себя.

**Т.15\*** Найдите площадь внутренности эллипса, описанного около треугольника площади 1, если известно, что центр эллипса совпадает с точкой пересечения медиан этого треугольника.

### III. Определители $n$ -го порядка

14.23(6,11,16,18); 14.24(7); 14.31(1,2\*).

**Т.16.** Докажите, что кососимметричная матрица нечетного порядка вырожденная.

### IV. Операции с матрицами. Обратная матрица

15.11(1,3); 15.22(3); 15.24(2,3); 15.45(1,3,10); 15.48(1,3).

**Т.17\*** Найдите  $(A + E)^{12}$ , где  $A$  — матрица из примера 15.11(3), а  $E$  — единичная матрица.

**Т.18\*** Найдите  $(A_{16})^n$ .

42+8*
-------

### Рекомендации по решению третьего домашнего задания по неделям

- 1 неделя** 10.3(6,9,12); 10.9(1); 10.32; 10.38; 10.39; 10.40; 10.15; 10.65(1); 10.82; **Т.1**; **Т.2\***.
- 2 неделя** 12.28(1,2\*,3); 9.13(2,3,4); 12.32; 12.40(1); 12.47(1); 12.53(2,6,9); 12.82(7).
- 3 неделя** **Т.3**; **Т.4\***; **Т.5\***; **Т.6\***; 14.23(6,11,16,18); 14.24(7); 14.31(1,2\*); **Т.7**.
- 4 неделя** 15.11(1,3); 15.22(3); 15.24(2,3); 15.45(1,3,10); 15.48(1,3); **Т.8\***; **Т.9\***.