

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
и довузовской подготовке  
А. А. Воронов  
25 июня 2019 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Аналитическая геометрия**  
по направлению  
подготовки: **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,**  
**03.03.01 «Прикладная математика и физика»,**  
**09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,**  
**16.03.01 «Техническая физика»,**  
**19.03.01 «Биотехнология»,**  
**27.03.03 «Системный анализ и управление»**

физтех-школы: **для всех физтех-школ**  
кафедра: **высшей математики**  
курс: **1**  
семестр: **1**

Трудоёмкость:

Базовая часть — 3 зач. ед.;

лекции — 30 часов

практические занятия — 30 часов

лабораторные занятия — нет

Экзамен — 1 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:  
45 часов

Программу составили:

к. ф.-м. н., доцент А. Н. Бурмистров  
к. ф.-м. н., доцент А. В. Ершов  
к. ф.-м. н., доцент О. К. Подлипский  
к. п. н., доцент Д. А. Терёшин  
к. ф.-м. н., доцент И. А. Чубаров  
к. ф.-м. н., доцент С. Е. Городецкий

Программа принята на заседании кафедры  
высшей математики 22 мая 2019 г.

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., профессор

Г. Е. Иванов

1. Матрицы. Операции сложения и умножения матриц на числа. Детерминанты (определители) квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Правило Крамера.
2. Векторы и линейные операции над ними. Операции сложения векторов и умножения на числа, их свойства.
3. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис, координаты векторов в базисе. Координатное представление векторов. Линейные операции с векторами в координатном представлении. Изменение координат вектора при замене базиса. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатной форме.
4. Общая декартова и прямоугольная системы координат. Изменение координат точки при замене системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Формулы перехода между прямоугольными системами координат на плоскости.
5. Ортогональные проекции векторов и их свойства. Скалярное произведение, его свойства, выражение в координатах. Ортонормированный базис. (Кроме потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова : геометрический смысл скалярного произведения.) Формулы для определения расстояния между двумя точками и угла между двумя векторами.
6. Ориентированные тройки векторов. Векторное произведение, его свойства, выражение в ортонормированном базисе. Условие коллинеарности векторов. Геометрический смысл векторного произведения. (Кроме потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова : выражение векторного произведения в произвольном базисе.) (Для потока И.А. Чубарова : выражение векторного произведения в ортонормированном базисе.) Формула двойного векторного произведения.
7. Смешанное произведение векторов, его свойства, выражение в произвольном и ортонормированном базисах. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности векторов. Взаимный базис.
8. Общее понятие об уравнении множества на плоскости и в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка алгебраических линий на плоскости при замене декартовой системы координат. Координатное задание линий в пространстве. Инвариантность порядка алгебраических поверхностей в пространстве при замене декартовой системы координат.
9. Прямая на плоскости и в пространстве. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости в пространстве. Аффинные и метрические задачи о прямых

и плоскостях в пространстве. Перевод одной формы описания прямых и плоскостей в пространстве в другую форму. (Кроме потока Д.А. Терёшина: пучок прямых, пучок и связка плоскостей.) (Для потока А.В. Ершова: пучок прямых и пучок плоскостей.)

10. Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости. Их классификация. Приведение уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду. Центральные линии. (Кроме потока Д.А. Терёшина: сопряженные диаметры<sup>1</sup>, асимптотические направления.)
11. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. (Для потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова: уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.)
12. Поверхности вращения. Цилиндры и конусы. Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды. Их основные свойства. Прямолинейные образующие. (Кроме потоков А.В. Ершова и Д.А. Терёшина: понятие о классификации и канонические уравнения алгебраических поверхностей второго порядка.)
13. Отображения и преобразования плоскости. Композиция (произведение) отображений. Взаимно однозначное (биективное) отображение. Обратное отображение. Линейные преобразования плоскости и их свойства. Координатное представление линейных преобразований плоскости.
14. Аффинные преобразования и их свойства. (Для потока И.А. Чубарова: произведение аффинных преобразований.) Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования. Аффинная классификация линий второго порядка на плоскости.
15. Ортогональные преобразования и их свойства. Главные направления аффинного преобразования и их нахождение. Разложение аффинного преобразования в произведение ортогонального и двух сжатий.
16. (Кроме потока Д.А. Терёшина: понятие о группе. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.)
17. Умножение и обращение матриц. (Кроме потока Д.А. Терёшина: ортогональные матрицы.) (Кроме потока И.А. Чубарова: элементарные преобразования матриц, матричная форма элементарных преобразований.)
18. Определение и основные свойства детерминантов (определителей) матриц. Детерминант (определитель) произведения матриц. (Для потока И.А. Чубарова: формулы Крамера, формула обратной матрицы.)

---

<sup>1</sup>Для потока И.А. Чубарова: сопряженные диаметры — не обязательно.

## Литература

1. *Беклемишев Д. В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — 10-е изд. — Москва : Наука, 2003.
2. *Умнов А. Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра. — Москва : МФТИ, 2011, <http://www.umnov.ru>.
3. *Чезлов В. И.* Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Москва : МФТИ, 2000.
4. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. — Москва : Физматлит, 2004.

## ЗАДАНИЯ

### Литература

1. *Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — 3-е изд. — Санкт Петербург : Лань, 2008. (цитируется С)

### Замечания

1. Задачи с подчеркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные \*, являются необязательными для всех студентов.

## ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 30 сентября – 5 октября)

### I. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений. Правило Крамера

С: 14.4(2, 3); 14.7(6, 7); 15.2(1); 15.5(3, 5, 9); 15.10(2); 15.12(6); 15.13(4).

**T.1\***. Известно, что для матриц  $A$ ,  $B$  и  $C$  определены произведения  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ . Всегда ли при этом определено произведение  $B^2$ ?

С: 17.2(3).

### II. Векторы

С: 1.6; 1.8; 1.9; 1.11(1); 1.24(1); 1.27; 1.37; 1.28(1); 1.50; 1.35\*.

### III. Скалярное, векторное и смешанное произведение

С: 2.7(1); 2.10(1); 2.21; 2.25; 2.27(2); 2.32; 2.36; 3.1; 3.8(1); 3.12; 3.13(1, 2); 3.15; 3.20; 3.26(1); 3.33.

**T.2.** Тройка векторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  такова, что  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = [\mathbf{b}, \mathbf{c}]$ . Обязательно ли это тройка компланарных векторов?

**Т.3.** Решить уравнение  $[a, x] = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}a$  относительно неизвестного вектора  $x$ , считая вектор  $a$  известным.

**IV. Замена базиса и системы координат**

С: 4.5; 4.16; 4.19; 4.25.

**Рекомендации по решению**

**первого домашнего задания по неделям**

1 неделя	С: 14.4(2, 3); 14.7(6, 7); 15.2(1); 15.5(3, 5, 9); 15.10(2); 15.12(6); 15.13(4); Т.1* ; 17.2(3).
2 неделя	С: 1.6; 1.8; 1.9; 1.11(1); 1.24(1); 1.27; 1.37; 1.28(1); 1.50; 1.35*.
3 неделя	С: 2.7(1); 2.10(1); 2.21; 2.25; 2.27(2); 2.32; 2.36; 3.1; 3.8(1); 3.12; 3.13(1, 2); 3.15; 3.20; 3.26(1); 3.33; Т.2; Т.3.
4 неделя	С: 4.5; 4.16; 4.19; 4.25.

43 + 2\*

**ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ**

(срок сдачи 5–11 ноября)

**I. Прямая и плоскость**

С: 5.3; 5.4; 5.7; 5.19; 5.34(2); 5.35\*; 5.53; 6.1(1, 2, 3); 6.3; 6.8(2); 6.10(1, 4); 6.11(3, 5, 8); 6.15; 6.18(2); 6.28; 6.29(1); 6.39; 6.54(3); 6.60; 6.72(1).

**II. Линии второго порядка**

С: 7.25(4); 7.26(2); 7.27\*; 7.38(5); 7.40(3); 7.49(1); 7.54(3); 7.56\*; 8.1(4); 8.6(2); 8.9(1); 8.14(2); 8.24(1); 8.28(4); 8.29(1)\*; 9.1(3); 9.3(5); 9.4(1, 5); 9.19(1).

**Рекомендации по решению**

**второго домашнего задания по неделям**

1 неделя	С: 5.3; 5.4; 5.7; 5.19; 5.34(2); 5.35*; 5.53; 6.1(1, 2, 3); 6.3; 6.8(2); 6.10(1, 4).
2 неделя	С: 6.11(3, 5, 8); 6.15; 6.18(2); 6.28; 6.29(1); 6.39; 6.54(3); 6.60; 6.72(1).
3 неделя	С: 7.25(4); 7.26(2); 7.27*; 7.38(5); 7.40(3); 7.49(1); 7.54(3); 7.56*; 8.1(4); 8.6(2); 8.9(1).
4 неделя	С: 8.14(2); 8.24(1); 8.28(4); 8.29(1)*; 9.1(3); 9.3(5); 9.4(1, 5); 9.19(1);.

41 + 4\*

## ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 9–14 декабря)

### I. Поверхности второго порядка

С: 10.3(6, 11); 10.7(1); 10.9(1); 10.15; 10.38; 10.39; 10.40; 10.65(2); 10.83.

### II. Аффинные преобразования плоскости

С: 12.28(1, 2\*, 3); 9.13(1, 4); 12.31; 12.40(1); 12.42(2); 12.43(1);  
12.53(2, 4, 6); 12.82 (для преобразования 12.81(7)).

### III. Определители $n$ -го порядка

С: 14.12; 14.15; 14.21(3); 14.23(3, 6, 11, 16); 14.24(7); 14.31(1)\*.

Т.1. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ . Найти  $\det(A^{101} + A^{99} - 2 \cdot A^{100})$ .

### IV. Операции с матрицами. Обратная матрица

С: 15.11(1, 3); 15.22(2); 15.24(3); 15.45(1, 2\*); 15.48(1, 3, 6); 15.55\*;  
15.65(1)\*.

Т.2\*. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ . Найти  $A^{1000}$ .

### Рекомендации по решению

#### третьего домашнего задания по неделям

1 неделя	С: 10.3( <u>6</u> , 11); 10.7(1); 10.9(1); 10.15; 10.38; 10.39; 10.40; 10.65(2); 10.83.
2 неделя	С: 12.28(1, 2*, 3); 9.13(1, 4); 12.31; 12.40(1); 12.42(2); 12.43(1); 12.53(2, 4, 6); 12.82.
3 неделя	С: 14.12; 14.15; 14.21(3); 14.23(3, 6, 11, 16); 14.24(7); 14.31(1)*; Т.1.
4 неделя	С: 15.11(1, 3); 15.22(2); 15.24(3); 15.45(1, 2*); 15.48(1, 3, 6); 15.55*; 15.65(1)*; Т.2*.

39 + 6\*

Составитель задания

к. ф.-м. н., доцент О. К. Поддипский