

Программа специального курса ”Методы теории динамических систем в задачах математической физики”

Л. С. Ефремова, В.Ж. Сакбаев

1. Общее определение динамической системы как с непрерывным, так и с дискретным временем. Потоки, отображения сдвига, отображения последования на секущей Пуанкаре. Примеры.
2. Однопараметрические полугруппы линейных операторов в банаховых пространствах и их генераторы. Теорема Хилле-Иосиды.
3. Аппроксимации однопараметрических полугрупп оператор-функциями. Теорема Троттера-Като.
4. Понятие типичного свойства динамической системы. Теорема Бэра о категории. Следствия.
5. Связь меры и категории. Классические примеры фрактальных множеств: канторов дисконтинуум, кривая Пеано, континуумы Серпинского, дисконтинуум Антуана и др. Понятие аттрактора динамической системы. Пример динамической системы, допускающей "дику разветвленный аттрактор".
6. Аппроксимации полугрупп последовательностями композиций операторнозначных функций. Двухпараметрические семейства операторов с дискретным и непрерывным временем. Теорема Чернова.
7. Понятие топологически сопряженных динамических систем. Примеры топологически сопряженных динамических систем. Основные инварианты топологической сопряженности.
8. Классификация траекторий по свойству возвращаемости: периодические, рекуррентные, устойчивые по Пуассону траектории. Асимптотическое описание поведения траекторий динамической системы: ω - (α -)предельные точки и множества, неблуждающие (блуждающие) точки и множества. Примеры.
9. Понятие Ω -взрыва. Пример: C^0 - Ω -взрыв во множестве гладких косых произведений с замкнутым множеством периодических точек. Отсутствие C^1 - Ω -взрыва в такого рода динамических системах.
10. Классификация взрывов во множестве решений дифференциальных уравнений.
11. Топологическое пространство начально-краевых задач. Продолжение решения через момент градиентного взрыва. Взаимосвязь с задачами квантовой механики.
12. Операторнозначные случайные процессы. Предельные теоремы для композиций независимых случайных полугрупп.

Спецкурс будет читаться по вторникам с 18.30 до 20.00 в 512 аудитории ГК