

МФТИ, 1 курс, 9–10 декабря 2019 года
Практикум по Введению в математический анализ.

1.1. Найти асимптоты к графику функции $f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-1}$, определить взаимное расположение графика и асимптот и изобразить эскиз графика.

1.2. Найти первую и вторую производные функции $f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-1}$. Исследовать промежутки возрастания и убывания функции, а также точки экстремума функции. Исследовать промежутки выпуклости функции, а также точки перегиба.

1.3. Построить график функции $f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-1}$, описать асимптоты и характерные точки графика функции.

1.4. Найти кривизну кривой $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = 3t$ при $t = 2$. Написать уравнения спрямляющей, нормальной и соприкасающейся плоскостей в точке $(e^2, e^{-2}, 6)$ (ответ не упрощать).

2.1. Найти кривизну кривой, задаваемой уравнением $(x - y)e^{xy+4} - 4 = 0$ в точке $(2; -2)$.

2.2. Найти асимптоты к графику функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2 |x - 1|}$, определить взаимное расположение графика и асимптот и изобразить эскиз графика.

2.3. Исследовать промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2 |x - 1|}$, её точки экстремума. Исследовать промежутки выпуклости этой функции и её точки перегиба. Построить график этой функции, описать асимптоты и характерные точки графика.

2.4. Построить график функции

$$y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{(x - 2)^2}.$$

3.1. Доказать, что функция

$$y(x) = \begin{cases} x^2 (2 + \cos(\frac{1}{x})) & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

а) имеет строгий минимум в точке $x = 0$,

б) не удовлетворяет достаточному условию строгого минимума в точке $x = 0$ (ни в какой одной-сторонней окрестности производная не сохраняет знак).

3.2. Построить график функции

$$y(x) = \frac{x^2 - 4}{x} e^{-\frac{5}{3x}}.$$

3.3. Построить кривую, заданную параметрически:

$$x(t) = \frac{t^2 + 1}{t}, \quad y(t) = \frac{(t + 5)^2}{t + 2}.$$