

Гомологическая алгебра и теория категорий

А. В. Ершов

В осеннем семестре были рассмотрены основные понятия и конструкции теории категорий. В весеннем семестре будет рассказано про основные понятия и методы гомологической алгебры. Лекции будут проходить по понедельникам, в ауд. 515 ГК, с 13:55 до 15:20.

Программа весеннего семестра:

- 1) Цепные и коцепные комплексы модулей, их когомологии. Комплекс Кошуля. Бар-резольвента. Морфизмы комплексов.
- 2) Длинная точная последовательность (ко)гомологий, связанная с точной тройкой комплексов.
- 3) Гомотопическая категория комплексов. Конус морфизма комплексов. Внутренний hom (комплекс морфизмов), его коциклы, кограницы и когомологии.
- 4) Аддитивные функторы между категориями модулей. Точные, точные слева и справа функторы, примеры. Сопряженность и точность.
- 5) Проективные и инъективные модули, их свойства. Сохранение проективности левыми сопряженными к точным функторам, и двойственная теорема для инъективных объектов.
- 6) Проективные и инъективные резольвенты как функторы в гомотопическую категорию комплексов.
- 7) Левые производные функторы к точным справа функторам, правые производные к точным слева. Длинная точная последовательность производных функторов.
- 8) Функторы Ext , определения с помощью резольвент и по Йонедэ.
- 9) Функторы Tor и плоские модули.
- 10) Когомологии Хохшильда и когомологии групп, связь с деформациями и расширениями.
- 11) Гомологическая размерность.
- 12) Производные категории и локализация. Проверка условий Оре для класса квазиизоморфизмов в гомотопической категории комплексов.
- 13) Описание Ext 'ов как Hom 'ов в производной категории. Эквивалентность ограниченной справа производной категории с ограниченной справа гомотопической категорией комплексов проективных модулей.
- 14) Триангулированные категории. Производный функтор, свойство точности.

Литература:

Елагин А.Д. Введение в гомологическую алгебру (Lecture notes).
Гельфанд С.И., Манин Ю.И. Методы гомологической алгебры. Введение в теорию когомологий и производные категории. М.: Наука, 1988
Weibel Ch. An Introduction to Homological Algebra. Cambridge University Press, 1997