

# Теория Ходжа

Глеб Смирнов

Осень, 2021

E-mail:

Онлайн-курс с Zoom

---

## Описание

Спецкурс “Теория Ходжа” представляет собой введение в эллиптические методы в дифференциальной геометрии. Эллиптические уравнения находят обширные применения в современной геометрии: от классической теории минимальных поверхностей до (впрочем, уже ставших классическими) уравнений Зайберга-Виттена на четырехмерных многообразиях. Мы попробуем обсудить следующие темы:

- Напоминание о гладких отображениях и гладких многообразиях. Когомологии де Рама.
- Римановы многообразия и (анти-)автодуальные внешние формы. Оператор Ходжа. Формулировка теоремы Ходжа о разложении пространства внешних форм.
- Пространства Соболева. Различные соболевские вложения.
- Общие эллиптические операторы. Эллиптическая регулярность. Фредгольмовость эллиптических операторов на компактных многообразиях.
- Доказательство теоремы Ходжа и конечномерность когомологий де Рама компактного многообразия.

## Домашние задания

Будут важной частью курса. Рекомендуется их выполнять. Задачи можно решать коллективно, но записывать и сдавать их нужно будет индивидуально.

## Оценки

Баллы будут определяться домашними заданиями.

---

Что нужно знать?

Курс дифференциальной геометрии (многообразия, отображения, топология, векторные поля) и анализа (ряды Фурье, уравнение Лапласа, гильбертовы пространства).

Что можно почитать?

- Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups by F. Warner
- Mathematical Methods of Classical Mechanics by V. Arnold
- Elliptic Partial Differential Equations of Second Order by D. Gilbarg

Как будет проходить спецкурс?

С Zoom'ом.