

**Экзаменационная программа**  
**Введение в математический анализ**  
**осенний семестр 2017–2018 учебного года**  
**(для всех факультетов, кроме ФОПФ)**

**1.** Действительные числа. Теорема о существовании и единственности (точной) верхней (нижней) грани числового множества, ограниченного сверху (снизу). Счетность множества рациональных чисел, несчетность множества действительных чисел.

**2.** Предел числовой последовательности. Теорема Кантора о вложенных отрезках. Единственность предела. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов, связанные с неравенствами. Арифметические операции со сходящимися последовательностями. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число  $\varepsilon$ . Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства.

**3.** Подпоследовательности, частичные пределы. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Критерий Коши существования конечного предела последовательности. *Теорема о верхнем и нижнем пределах (в том числе и как  $\limsup$ )*<sup>1</sup>.

**4.** Определения предела числовой функции одного переменного в терминах окрестностей и в терминах последовательностей, их эквивалентность. Свойства пределов функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. *Теорема о замене переменного под знаком предела*<sup>2</sup>. Существование односторонних пределов у монотонных функций.

**5.** Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Односторонняя непрерывность. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва, их классификация. Разрывы монотонных функций.

**6.** Свойства функций, непрерывных на отрезке — ограниченность, достижимость (точных) верхней и нижней граней. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке, *модуль непрерывности*<sup>3</sup>. Теорема об обратной функции.

**7.** Непрерывность элементарных функций. Определение и свойства показательной функции, *логарифмической и степенной функций*<sup>4</sup>. За-

---

<sup>1</sup>Для потока А.Л. Лукашова

<sup>2</sup>Кроме потока А.Л. Лукашова

<sup>3</sup>Для потока О.В. Бесова

<sup>4</sup>Для потока В.Ж. Сакбаева.

мечательные пределы.

**8.** Производная функции одного переменного. Односторонние производные. Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменного. Функции, заданные параметрически, их дифференцирование.

**9.** Производные высших порядков. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения функций. Дифференциал второго порядка. Отсутствие инвариантности его формы относительно замены переменного.

**10.** Теорема Ферма (необходимое условие существования локального экстремума). Теоремы о среднем Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа. Основные разложения по формуле Тейлора. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида  $\frac{0}{0}$ . Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида  $\frac{\infty}{\infty}$ . *Теорема о промежуточных значениях производной (теорема Дарбу)*<sup>5</sup>.

**11.** Применение производной к исследованию функций. Необходимые условия и достаточные условия монотонности, достаточные условия существования локального экстремума в терминах первой, второй и высших производных. Выпуклость, точки перегиба. Необходимые условия и достаточные условия выпуклости. Асимптоты.

**12.** Кривые на плоскости и в пространстве. Гладкая кривая, касательная к гладкой кривой, допустимая замена параметра. Оценка приращения вектор-функции через производную. Длина кривой. Производная переменной длины дуги. Натуральный параметр. Кривизна кривой, формулы для ее вычисления. Сопровождающий трехгранник пространственной кривой.

---

<sup>5</sup>Для потока А.Л. Лукашова.