

Экзаменационная программа  
по курсу «Теория функций комплексного переменного»  
3 курс, 5 семестр 2019/20 уч. год  
(ФАКИ, ФФКЭ)

(Поток Хасанова А.А.)

1. Понятия производной и дифференцируемости функций по комплексному переменному. Критерий дифференцируемости в точке. Понятие функции голоморфной в области.
2. Понятие интеграла по кривой от функции комплексного переменного. Основные свойства интегралов.
3. Интегральная теорема Коши для непрерывно-дифференцируемой в односвязной области функции. Лемма Гурса.
4. Интегральная формула Коши.
5. Интеграл Коши. Теорема о дифференцировании интеграла Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций.
6. Степенной ряд и круг его сходимости. Ряд Тейлора. Разложение голоморфной функции в степенной ряд.
7. Теоремы Вейерштрасса. Голоморфность суммы степенного ряда.
8. Понятие ряда Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, голоморфной в кольце.
9. Теорема единственности голоморфной функции.
10. Понятие первообразной. Достаточное условие существования первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона- Лейбница.
11. Теорема Морера. Теорема о стирании разреза.
12. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения.
13. Понятие вычета. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов.
14. Вычисление несобственных интегралов вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{iax} dx$ , где  $R(x)$  - рациональная функция с помощью вычетов. Лемма Жордана.
15. Теорема об обратной функции.
16. Понятие многозначной функции и ее ветвей. Определение функции  $Ln(z)$ . Главная регулярная ветвь логарифма.
17. Приращение аргумента  $z$  вдоль гладкого контура, его интегральное представление и свойства.
18. Критерий выделения регулярной ветви многозначной функции  $Ln f(z)$ .
19. Критерий выделения регулярной ветви многозначной функции  $\left\{ \sqrt[n]{f(z)} \right\}$ .
20. Понятие целой функции. Вид целой функции, модуль которой ограничен на бесконечности степенью модуля аргумента. Теорема Лиувилля.
21. Теорема Сохоцкого
22. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
23. Мероморфные функции. Теорема о разложении мероморфной функции в ряд простейших дробей.

24. Теорема Коши-Адамара.
25. Лемма об открытости. Принцип сохранения области. Однолиственность и многолиственность в малом.
26. Понятие конформного отображения в области на комплексной плоскости. Критерий конформности в точке.
27. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной плоскости. Примеры построения конформного отображения полуплоскости на единичный круг и единичного круга на себя.
28. Дробно-линейная функция и ее свойства: 1) конформность; 2) образы окружности и прямой; 3) образы симметричных точек; 4) отображение трех различных точек в три различные точки.
29. Функция Жуковского и ее свойства: 1) конформность; 2) образы лучей и окружностей.
30. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
31. Гармонические функции двух переменных. Их связь с голоморфными функциями. Принцип максимума и минимума гармонической функции.
32. Принцип максимума модуля регулярной функции. Лемма Шварца.