

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Кратные интегралы и теория поля»
2 курс, 3 семестр, ЛФИ, Advanced Physics and Research
поток Г.Е. Иванова, 2019-2020 уч.г.

1. Теорема о неявной функции для одного уравнения.
2. Принцип Банаха сжимающих отображений.
3. Теорема о неявной функции для системы уравнений.
4. Теорема об обратном отображении.
5. Теорема о расщеплении отображений.
6. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума.
7. Условный экстремум. Метод Лагранжа нахождения точек условного экстремума (необходимые условия).
8. Достаточные условия условного экстремума.
9. Теорема о выражении меры множества через интеграл от меры сечений. Теорема Фубини.
10. Теорема о разбиении единицы в \mathbb{R}^n .
11. Лемма о мере образа компакта при диффеоморфизме открытых множеств.
12. Теорема о замене переменных в кратном интеграле Лебега.
13. Криволинейные интегралы первого рода и второго рода: определения, (не)зависимость от параметризации и ориентации кривых.
14. Подмногообразия пространства \mathbb{R}^N : определение и инвариантность относительно гомеоморфизмов. Гладкое подмногообразие пространства \mathbb{R}^N .
15. Теорема о гладком подмногообразии пространства \mathbb{R}^N , заданном системой уравнений.
16. Теорема о параметрическом способе задания гладкого подмногообразия пространства \mathbb{R}^N .
17. Теорема о гладкой замене координат при переходе между каноническими картами гладкого подмногообразия пространства \mathbb{R}^N .
18. Касательное пространство $\tilde{T}_P(M)$ для гладкого подмногообразия M пространства \mathbb{R}^N , его инвариантность относительно локальной системы координат. Изменение координат касательного вектора при замене локальной системы координат.
19. Изоморфизм между касательными пространствами $\tilde{T}_P(M) \subset \mathbb{R}^N$ и $T_P(M)$ для гладкого подмногообразия M пространства \mathbb{R}^N .
20. Общие (абстрактные) определения многообразия и гладкого многообразия. Проверка того, что подмногообразие пространства \mathbb{R}^N является многообразием, а гладкое подмногообразие пространства \mathbb{R}^N – гладким многообразием.

21. Край многообразия. Теорема о независимости краевой точки карты от карты.
22. Ориентация гладкого многообразия. Существование ровно двух ориентаций линейно-связного ориентируемого многообразия.
23. Связь ориентируемости гладкого многообразия и существования дезориентирующей цепочки карт.
24. Построение ориентирующего атласа для края многообразия на основе ориентирующего атласа исходного многообразия.
25. Касательный вектор к абстрактному гладкому многообразию. Изменение координат касательного вектора при замене локальной системы координат.
26. Дифференциал скалярной функции, заданной на гладком многообразии. Кокасательное пространство к гладкому многообразию. Изменение координат ковектора при замене локальной системы координат.
27. Дифференциальные формы на многообразии, их представление через внешнее произведение дифференциалов координатных функций.
28. Тензорное поле на многообразии. Изменение компонент тензорного поля при замене локальной системы координат. Выражение тензорного поля через его компоненты с помощью операции тензорного произведения.
29. Внешний дифференциал дифференциальной формы, его независимость от локальной системы координат.
30. Правило Лейбница для внешнего дифференциала внешнего произведения двух дифференциальных форм.
31. Перенос касательных векторов и дифференциальных форм при отображении многообразий. Выражение для переносов базисных векторов касательного и кокасательного пространств через частные производные координатных функций отображения.
32. Коммутативность операций внешнего дифференцирования и обратного переноса дифференциальной формы.
33. Теорема о разбиении единицы на многообразии. Определение интеграла от дифференциальной формы и его корректность.
34. Теорема Стокса.
35. Оператор Гамильтона, дивергенция и ротор. Частные случаи теоремы Стокса.
36. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
37. Теорема о цепной гомотопии. Лемма Пуанкаре.
38. Риманова метрика. Выражение кривизны нормального сечения через первую и вторую квадратичные формы поверхности.
39. Риманов объем. Тензор Леви-Чивиты. Интеграл первого рода скалярной функции по многообразию. Поток векторного поля через двумерное ориентируемое подмногообразие пространства \mathbb{R}^3 .
40. Геометрический смысл дивергенции и ротора векторного поля.