

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Теория групп»

2 курс, 3 семестр

1. Понятие группы. Примеры. Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа, её следствия.
2. Гомоморфизмы групп, ядро и образ гомоморфизма. Нормальные подгруппы, факторгруппа. Теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах.
3. Действие группы на множестве, его свойства. Ядро, орбиты действия. Стационарные подгруппы. Формула орбит.
4. Примеры действия группы на множестве. Теорема Кэли о подгруппах симметрической группы. Классы сопряжённости. Центризатор элемента, нормализатор подгруппы.
5. Центр группы. Нециклическая факторгруппа по центру. Центр p -группы. Группы порядка p^2 .
6. Группа автоморфизмов, подгруппа внутренних автоморфизмов.
7. Лемма Бернсайда о среднем количестве неподвижных элементов.
8. Прямое произведение групп. Критерий разложимости группы в прямое произведение. Полупрямое произведение.
9. Коммутант группы, его свойства, характеристика коммутанта. Нормальность коммутанта нормальной подгруппы. Разрешимые группы, их эквивалентные описания. Существование в p -группе подгрупп любого допустимого порядка.
10. Простые группы. Простота групп A_n .
11. Свободная группа, её существование. Факторгруппы свободной группы. Задание группы образующими и определяющими соотношениями. Универсальное свойство.
12. Силовские подгруппы конечной группы. Теоремы Силова: существование силовских подгрупп, их сопряжённость, их количество, вложимость p -подгруппы в силовскую. Критерий разложимости конечной группы в прямое произведение силовских подгрупп.
13. Свободная абелева группа, её ранг, строение подгрупп. Смитова нормальная форма целочисленной матрицы, существование согласованных базисов. Теорема о строении конечно порождённых абелевых групп. Строение конечных подгрупп мультипликативной группы поля.
14. Кольца и алгебры. Гомоморфизмы колец. Идеалы и факторкольца, основная теорема о гомоморфизмах колец.