

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Теория групп»

2 курс, 3 семестр

1. Понятие группы. Примеры. Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа, её следствия.
2. Гомоморфизмы групп, ядро и образ гомоморфизма. Нормальные подгруппы, факторгруппа. Теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах.
3. Действие группы на множестве, его свойства. Ядро, орбиты действия. Стационарные подгруппы. Формула орбит.
4. Примеры действия группы на множестве. Теорема Кэли о подгруппах симметрической группы. Центризатор элемента, нормализатор подгруппы.
5. Центр группы. Нециклическая факторгруппа по центру. Центр  $p$ -группы. Группы порядка  $p^2$ .
6. Группа автоморфизмов, подгруппа внутренних автоморфизмов.
7. Лемма Бернсайда о среднем количестве неподвижных элементов.
8. Прямое произведение групп. Критерий разложимости группы в прямое произведение.
9. Коммутант группы, его свойства. Нормальность коммутанта нормальной подгруппы. Разрешимые группы. Существование в  $p$ -группе подгрупп любого допустимого порядка.
10. Простые группы. Простота групп  $A_n$ .
11. Свободная группа, её факторгруппы. Задание группы образующими и определяющими соотношениями.
12. Силовские подгруппы конечной группы. Теоремы Силова: существование силовских подгрупп, их сопряжённость, их количество, вложимость любой  $p$ -подгруппы в силовскую. Критерий разложимости конечной группы в прямое произведение силовских подгрупп.
13. Свободная абелева группа, её ранг, строение подгрупп. Смитова нормальная форма целочисленной матрицы, существование согласованных базисов. Строение конечно порождённых абелевых групп. Строение конечных подгрупп мультипликативной группы поля.
14. Кольца и алгебры. Идеалы и факторкольца, основная теорема о гомоморфизмах колец.